

Степанов А.Н

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВНЕШНЕГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ ТРЕХФАЗНОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ МАШИНЫ

Степанов А. Н

A. N. Stepanov

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ВНЕШНЕГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ
ТРЕХФАЗНОЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ МАШИНЫ**

**SIMULATION OF THE EXTERNAL MAGNETIC FIELD OF A THREE-PHASE
ELECTRICAL MACHINE**



Степанов Анатолий Николаевич – кандидат технических наук, профессор, декан электротехнического факультета Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре). E-mail: Prof.Stepanova@mail.ru.

Mr. Anatoly N. Stepanov – PhD in Engineering, Professor, Dean of the Electrical Engineering Department, Komsomolsk-on-Amur State Technical University (Komsomolsk-on-Amur), e-mail Prof.Stepanova@mail.ru.

Аннотация. В работе предложена упрощенная математическая модель для расчета внешнего магнитного поля трехфазной электрической машины для оценки электромагнитного загрязнения и степени воздействия на человека.

Summary. The paper suggests a simplified mathematical model for calculating the external magnetic field of a three-phase electrical machine for the assessment of electromagnetic pollution and the extent of human exposure.

Ключевые слова: магнитное поле, трехфазная электрическая машина, упрощенная модель, электромагнитное загрязнение, действие на человека.

Key words: magnetic field, three-phase electrical machine, simplified model, electromagnetic pollution, effects on humans.

УДК 504.06:537

В настоящее время особенно актуально стоит задача по определению напряженности магнитного поля, создаваемого электротехническими устройствами во внешнем пространстве.

Во многих устройствах и приборах одним из основных непосредственных источников магнитного поля являются электрические машины.

Поле вокруг машины носит сложный характер, является трехмерным и, наряду с основной гармоникой, содержит довольно большое количество высших гармонических. Провести расчет такого поля путем решения тем или иным методом системы уравнений электромагнитного поля является достаточно сложной задачей. Таким образом, данная задача ставится тогда, когда необходимо определить внешнее магнитное поле специальных электрических машин, устанавливаемых на транспортных средствах и с целью решения вопроса, связанного с электромагнитной совместимостью. В случае, когда целью расчета такого поля является оценка электромагнитного загрязнения и степени воздействия на человека, представляется возможным использовать упрощенные математические модели.

В данной работе рассматривается одна из таких моделей. Так, известно, что в непосредственной близости от электрической машины переменного тока внешнее магнитное поле определяется статорной обмоткой и имеет то же число полюсов. По мере удаления от поверхности машины величина магнитного поля убывает, причем тем быстрее, чем большее

число полюсов имеет машина. Задача по моделированию магнитного поля двухполюсной обмотки наиболее просто может быть решена с помощью трех сосредоточенных катушек, уложенных в плоскостях под углом 120° друг к другу и по которым протекают токи, отличающихся по фазе также на 120° . Для определения поля от такой модели рассмотрим вначале расчет поля одной рамки, по которой протекает ток

$$i = I_m \sin \omega t.$$

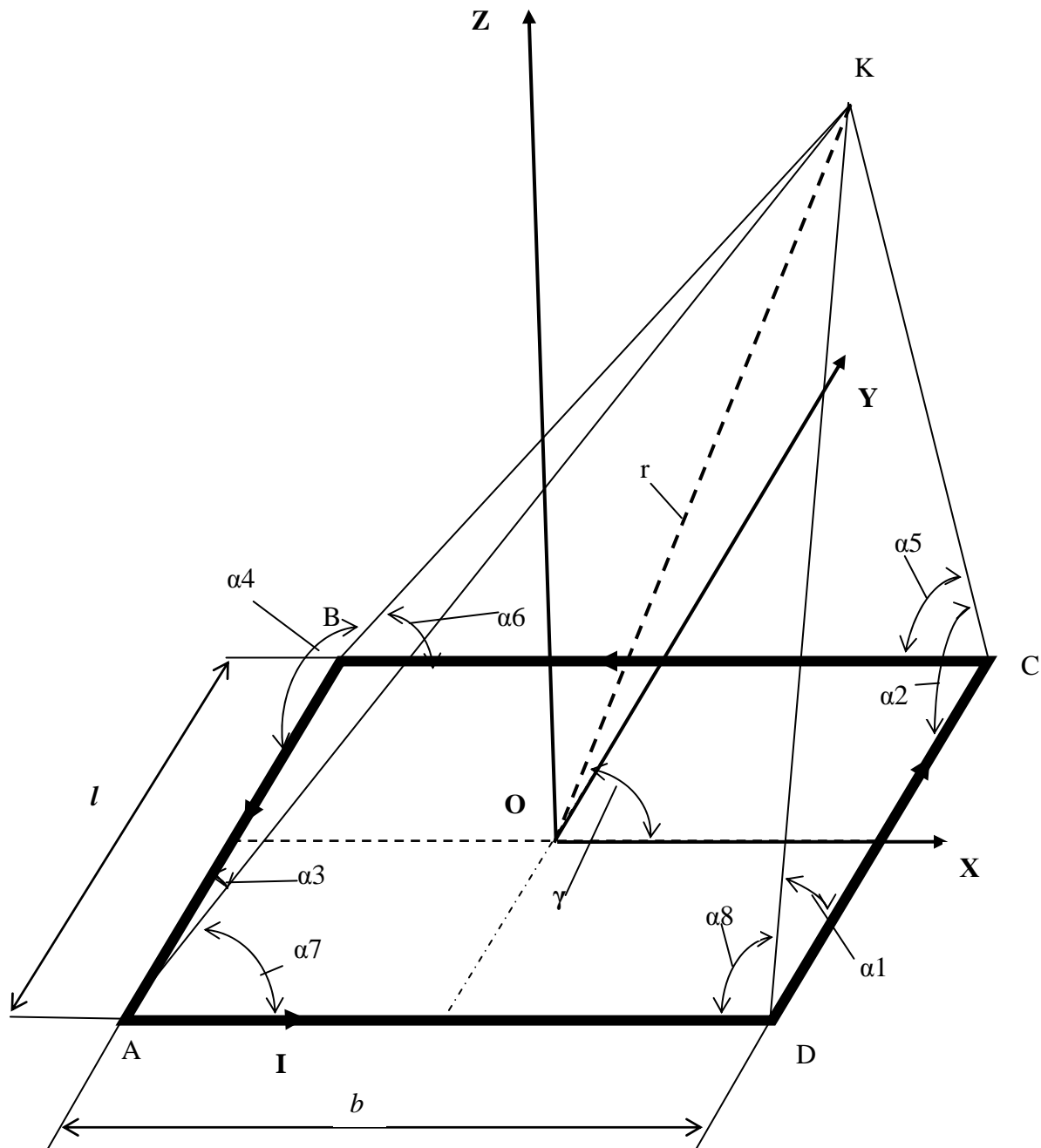


Рис. 1

Пусть рамка ABCD имеет размеры $l \times b$ и ток в рамке направлен так, как показано на рис. 1. Для расчета поля в произвольной точке K будем использовать векторный потенциал и комплексный метод. Вначале определим комплексное значение векторного потенциала в точке K от каждого прямолинейного проводника с током, которые являются той или иной

стороной рамки, затем, с учетом того, что векторный потенциал направлен параллельно плотности тока, найдем суммарные составляющие векторного потенциала.

Так, составляющая векторного потенциала от отрезка DC с комплексным током \dot{I} направлена вдоль оси OY и определяется, как известно, с помощью следующего выражения:

$$\begin{aligned} A_{y1}(x, y, z) &= \frac{\mu_0 \dot{I}}{4\pi} (Arsh(ctg(\alpha_1)) + Arsh(ctg(\alpha_2))) = \\ &= \frac{\mu_0 \dot{I}}{4\pi} \left(Arsh \frac{0,5l + y}{\sqrt{z^2 + (0,5b - x)^2}} + Arsh \frac{0,5l - y}{\sqrt{z^2 + (0,5b - x)^2}} \right). \end{aligned}$$

Здесь x, y, z – координаты произвольной точки К.

Составляющие векторного потенциала от отрезков BA, AD, BC, рамки ABCD с током \dot{I} будут соответственно равны:

$$\begin{aligned} A_{y2}(x, y, z) &= -\frac{\mu_0 \dot{I}}{4\pi} (Arsh(ctg(\alpha_3)) + Arsh(ctg(\alpha_4))) = \\ &= -\frac{\mu_0 \dot{I}}{4\pi} \left(Arsh \frac{0,5l + y}{\sqrt{z^2 + (0,5b + x)^2}} + Arsh \frac{0,5l - y}{\sqrt{z^2 + (0,5b + x)^2}} \right); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{x1}(x, y, z) &= \frac{\mu_0 \dot{I}}{4\pi} (Arsh(ctg(\alpha_7)) + Arsh(ctg(\alpha_8))) = \\ &= \frac{\mu_0 \dot{I}}{4\pi} \left(Arsh \frac{0,5b - x}{\sqrt{z^2 + (0,5l + y)^2}} + Arsh \frac{0,5b + x}{\sqrt{z^2 + (0,5l + y)^2}} \right); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{x2}(x, y, z) &= -\frac{\mu_0 \dot{I}}{4\pi} (Arsh(ctg(\alpha_5)) + Arsh(ctg(\alpha_6))) = \\ &= -\frac{\mu_0 \dot{I}}{4\pi} \left(Arsh \frac{0,5b - x}{\sqrt{z^2 + (0,5l - y)^2}} + Arsh \frac{0,5b + x}{\sqrt{z^2 + (0,5l - y)^2}} \right); \end{aligned}$$

Таким образом, суммарные составляющие векторного потенциала определяются следующим образом:

$$A_x(x, y, z) = A_{x1}(x, y, z) + A_{x2}(x, y, z);$$

$$A_y(x, y, z) = A_{y1}(x, y, z) + A_{y2}(x, y, z).$$

Отдельные составляющие напряженности магнитного поля будут при этом равны:

$$H_{Ax}(x, y, z) = \frac{1}{\mu_0} \left(-\frac{\partial}{\partial z} A_y(x, y, z) \right);$$

$$H_{AY}(x, y, z) = \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\partial}{\partial z} A_x(x, y, z) \right);$$

$$H_{AZ}(x, y, z) = \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\partial}{\partial x} A_y(x, y, z) - \frac{\partial}{\partial y} A_x(x, y, z) \right).$$

Модуль напряженности в произвольной точке $K(x, y, z)$ определяется следующим образом:

$$|H_A(x, y, z)| = \sqrt{|(H_{AX}(x, y, z))|^2 + |(H_{AY}(x, y, z))|^2 + |(H_{AZ}(x, y, z))|^2}.$$

Рассмотрим теперь расчет поля от трех одинаковых рамок ABCD; EFMN и GHIL, расположенных в плоскостях под углом 120° друг к другу и по которым протекают комплексные токи I_A, I_B и I_C (рис. 2):

$$I_A = \dot{I}; \quad I_B = \dot{I}e^{-j2\pi/3}; \quad I_C = \dot{I}e^{j2\pi/3}.$$

Здесь j – мнимая единица.

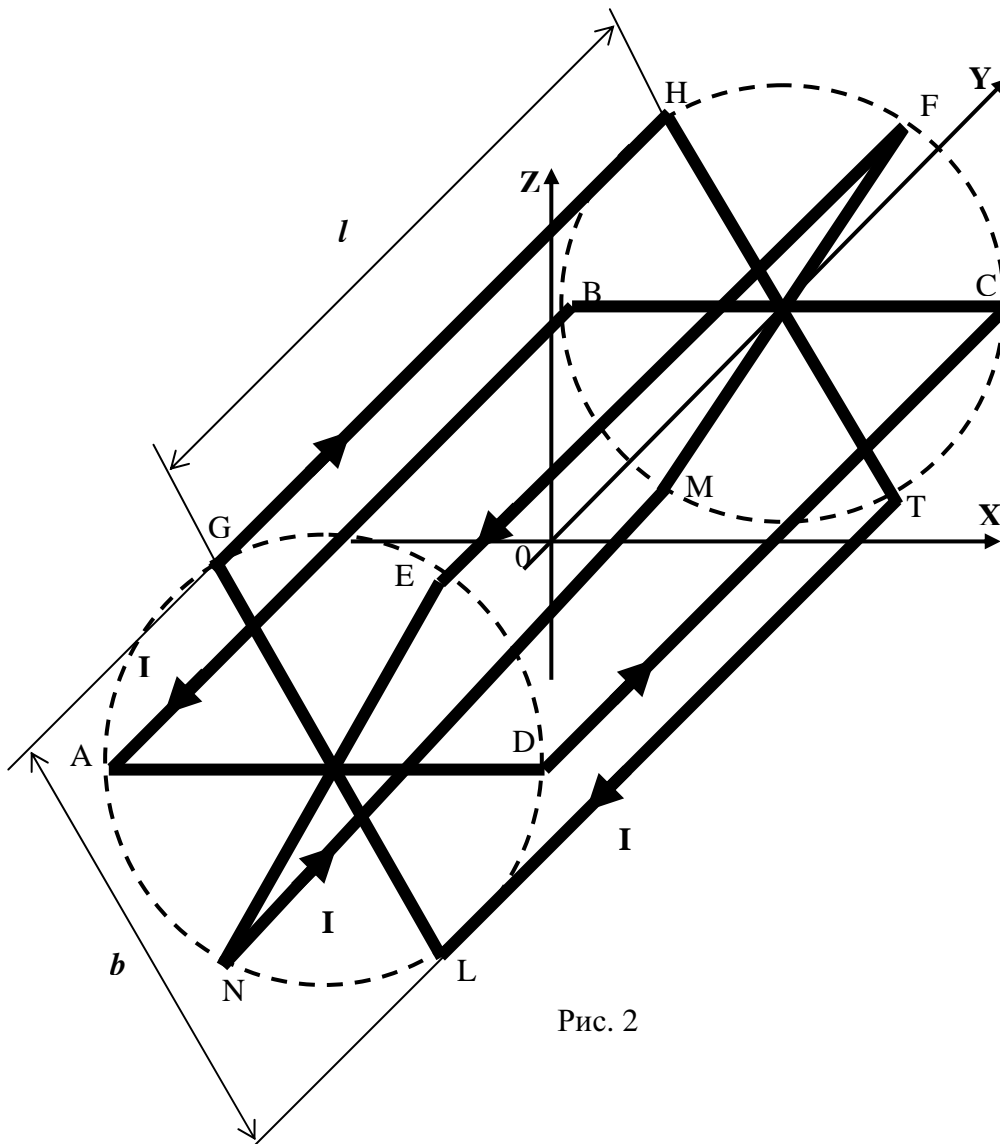


Рис. 2

Вначале проведем расчет поля в торцевой зоне при $x = z = 0$ и $y > 0,5l$, т.е. для точек, лежащих на оси ОУ.

В этом случае напряженность магнитного поля от рамки ABCD с током I_A будет иметь одну составляющую H_{AZ} , направленную вдоль оси OZ, а напряженность магнитного поля от рамки EFMN с током I_B и рамки GHIL с током I_C – по две составляющие, направленные вдоль оси OZ и OX:

$$H_{BZ} = -H_{AZ} e^{-j2\pi/3} \sin \pi / 6; H_{BX} = -H_{AZ} e^{-j2\pi/3} \sin \pi / 3;$$

$$H_{CZ} = -H_{AZ} e^{j2\pi/3} \sin \pi / 6; H_{CX} = H_{AZ} e^{j2\pi/3} \sin \pi / 3.$$

Таким образом, суммарные составляющие напряженности магнитного поля, направленные вдоль оси OZ и оси OX, и модуль напряженности в торцевой зоне на оси ОУ будут соответственно равны:

$$H_Z = H_{AZ} (1 - e^{-j2\pi/3} \sin \pi / 6 - e^{j2\pi/3} \sin \pi / 6) = 1,5H_{AZ};$$

$$H_X = H_{AZ} \sin \pi / 3 (e^{j2\pi/3} - e^{-j2\pi/3}) = j1,5H_{AZ};$$

$$|H| = \sqrt{|H_Z|^2 + |H_X|^2} = 2,121|H_{AZ}|.$$

График изменения модуля напряженности магнитного поля в относительных единицах вдоль оси ОУ для $b = l = 0,4$ м представлен на рис. 3. Причем за базисное значение напряженности поля (Нбу) принято значение напряженности на оси ОУ при $y = 0,5l + 0,004$ м.

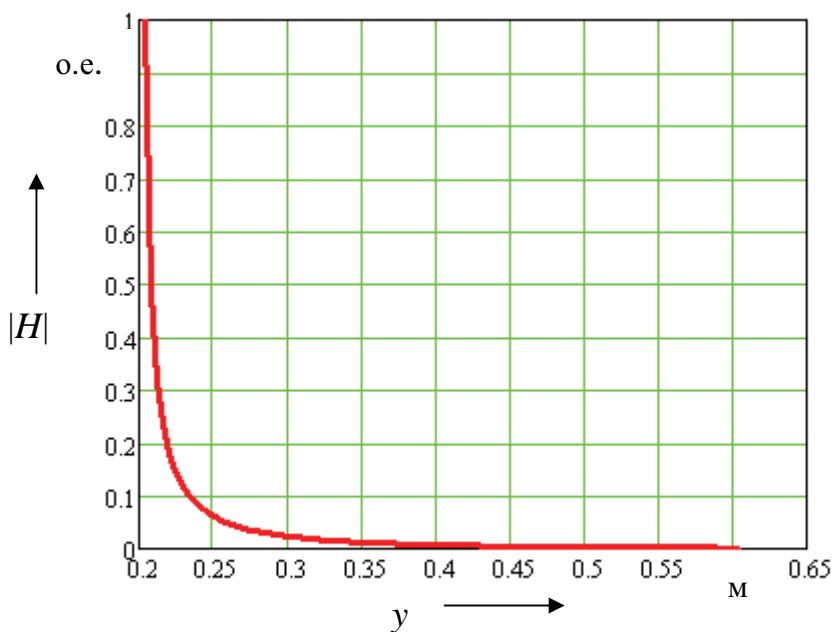


Рис. 3

Рассмотрим теперь расчет напряженности магнитного поля от трех рамок в радиальном направлении при $y = z = 0$ и $x > 0,5b$.

В этом случае, так же как и в торцевой зоне, напряженность магнитного поля от рамки ABCD с током I_A будет иметь одну составляющую H_{AZ} , направленную вдоль оси OZ, а напряженность магнитного поля от рамки EFMN с током I_B и рамки GHIL с током I_C – по две составляющие, направленные вдоль оси OZ и OX:

$$H_{BZ}(x,0,0) = -H_{AZ}(x_B,0,z_B)e^{-j2\pi/3}(\sin \pi/6 + \sin \pi/3);$$

$$H_{BX}(x,0,0) = H_{AZ}(x_B,0,z_B)e^{-j2\pi/3}(\sin \pi/3 - \sin \pi/6);$$

$$H_{CZ}(x,0,0) = H_{AZ}(x_C,0,z_C)e^{j2\pi/3}(\sin \pi/3 - \sin \pi/6);$$

$$H_{CX}(x,0,0) = -H_{AZ}(x_C,0,z_C)e^{j2\pi/3}(\sin \pi/3 + \sin \pi/6).$$

Здесь $x_B = -x \cdot \sin \pi/6$; $z_B = x \cdot \sin \pi/3$;

$$x_C = -x \cdot \sin \pi/6; z_C = -x \cdot \sin \pi/3.$$

Таким образом, суммарные составляющие напряженности магнитного поля, направленные вдоль оси OZ и оси OX, и модуль напряженности в радиальном направлении на оси OX будут соответственно равны:

$$H_Z(x,0,0) = H_{AZ}(x,0,0) + H_{BZ}(x,0,0) + H_{CZ}(x,0,0);$$

$$H_X(x,0,0) = H_{BX}(x,0,0) + H_{CX}(x,0,0);$$

$$|H(x,0,0)| = \sqrt{|H_Z(x,0,0)|^2 + |H_X(x,0,0)|^2}.$$

График изменения модуля напряженности магнитного поля в относительных единицах вдоль оси OX для $b = l = 0,4$ м представлен на рис. 4. Причем за базисное значение напряженности поля принято значение напряженности на оси OX при $x = 0,5b + 0,004$ м.

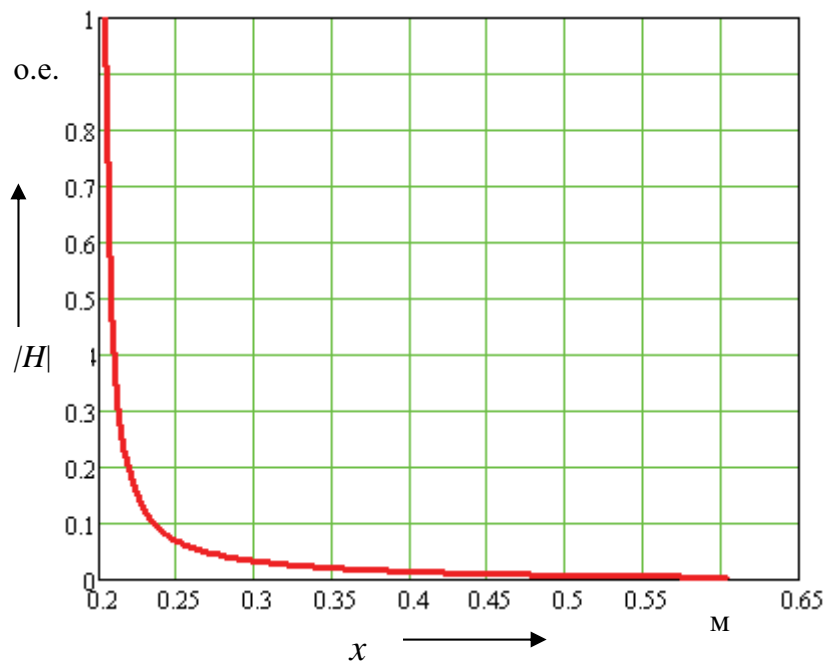


Рис. 4

Из сопоставления рис. 3 и рис. 4 можно сделать вывод, что характер изменения (при данных соотношениях размеров рамок $l/b = 1$) модуля напряженности поля вдоль оси OX и оси OY примерно одинаков. Однако базисное значение напряженности поля в торцевой зоне ($H_{бх}$) примерно в два раза ($H_{бу}/H_{бх} = 2,13$) больше базисного значения на оси OX. Для других соотношений l/b величина $H_{бу}/H_{бх}$ незначительно отличается (см. табл. 1) от данного значения. В этой же таблице приведено значение отношения $H_{б\infty}/H_{бх}$, где $H_{б\infty}$ – модуль напряженности поля при $x = 0,5b + 0,004$ м для случая, когда $l = \infty$.

Таблица 1

l/b	H_{by}/H_{bx}	$H_{b\infty}/H_{bx}$	β_x	β_y
0,5	2,16	1,037	4,152	3,347
1,0	2,13	1,017	3,515	4,713
2,0	2,11	1,006	3,097	7,526
3,0	2,10	1,003	3,004	10,369
4,0	2,10	1,002	2,980	13,222
5,0	2,10	1,001	2,972	16,079

Как видно из табл. 1, при $l/b > 2$ отношение H_{by}/H_{bx} практически не изменяется, а базисное значение $H_{bx} \approx H_{b\infty}$, что позволяет определять H_{bx} из расчета поля для бесконечно длинной системы проводов. Кроме этого, характер изменения напряженности магнитного поля для системы бесконечно длинных проводов в зависимости от координаты x оказывается примерно таким же (см. рис. 5), как и для системы из трех рамок, поэтому и оценку поля можно проводить по более простым выражениям.

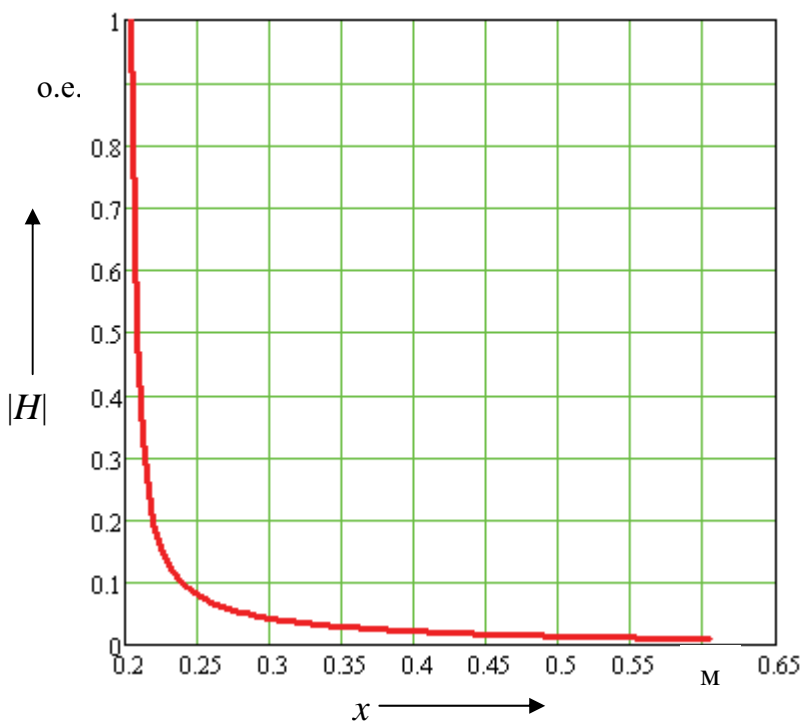


Рис. 5

Получим теперь выражения, с помощью которых можно аппроксимировать кривые, представленные на рис. 3 – 5.

В качестве таких аппроксимирующих выражений возьмем следующие формулы для модуля напряженности поля на оси ОХ (H_{xa}), оси ОУ (H_{ya}) и оси ОХ для бесконечно длинной системы проводов ($H_{\infty a}$):

$$H_{xa} = \left(\frac{x\bar{b}}{x} \right)^{\beta_x} ; \quad H_{ya} = \left(\frac{y\bar{b}}{y} \right)^{\beta_y} ; \quad H_{\infty a} = \left(\frac{x\bar{b}}{x} \right)^{\beta_{\infty}}$$

Здесь $x\bar{b}$ и $y\bar{b}$ – те значения координат, при которых определяются базисные значения напряженности магнитного поля.

$$\beta_x = -\frac{\ln|H(xt,0,0)|}{\ln\left(\frac{xt}{xb}\right)}; \quad \beta_y = -\frac{\ln|H(0,yt,0)|}{\ln\left(\frac{yt}{yb}\right)}; \quad \beta_\infty = -\frac{\ln|H_\infty(xt,0)|}{\ln\left(\frac{xt}{xb}\right)},$$

где xt и yt – значения координат, при которых точно совпадают аппроксимирующее и аппроксимируемое выражения; $H_\infty(x,z)$ – напряженность поля, определяемая для бесконечно длинной системы проводов.

В табл. 1 представлены значения β_x и β_y в зависимости от соотношения l/b . Для бесконечно длинных проводников системы $\beta_\infty = 2,968$.

На рис. 6 показаны графики изменения модулей напряженности поля $|H|$ в торцевой зоне и $|H(x,0,0)|$ в радиальной зоне в зависимости от расстояния от центра системы при $l/b = 1$, а также графики изменения соответствующих аппроксимирующих функций H_{ya} и H_{xa} .

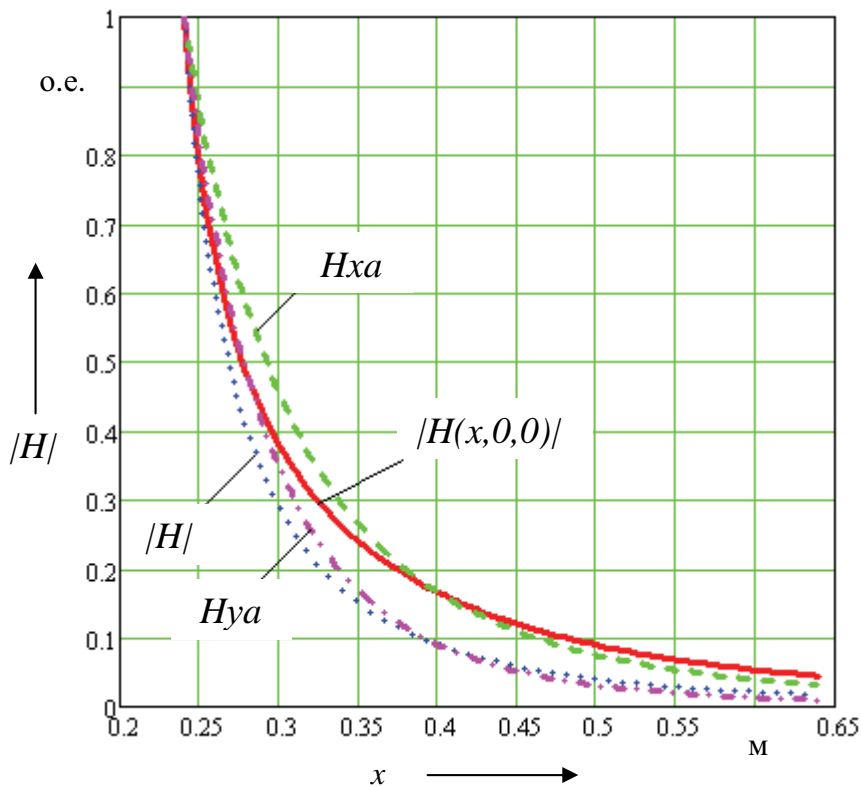


Рис. 6

Как видно из рис. 6, совпадение между аппроксимирующими и аппроксимируемыми функциями достаточно хорошее. Поэтому полученные выражения можно использовать для оценки электромагнитного загрязнения от трехфазных систем, для чего полученные тем или иным способом (например, с помощью непосредственных измерений) значения напряженностей магнитного поля на поверхности машины необходимо умножить на соответствующую функцию H_{ya} или H_{xa} . При этом, в зависимости от соотношения l/b , значения β_x и β_y следует брать из табл. 1.