



Биленко С. В., Муравьев В. И., Саблин П. А., Серебренникова А. Г.
S. V. Bilenko, V. I. Muravyev, P. A. Sablin, A. G. Serebryannikova

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ СИЛ РЕЗАНИЯ ПРИ ВЫСОКОСКОРОСТНОЙ МЕХАНИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ

MODELING THE DYNAMICS OF CUTTING IN HIGH MACHINING

Биленко Сергей Владимирович – заведующий кафедрой «Технология машиностроения», доктор технических наук, профессор кафедры «Технология машиностроения» Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре); 681013, пр. Ленина, 27. E-mail: s.bilenko@knastu.ru.

Mr.Sergey V. Bilenko – Doctor of Engineering, Professor, Head of the Department of Mechanical Engineering Technology (Russia, Komsomolsk-on-Amur); 681013, 27 Lenina pr. E-mail: s.bilenko@knastu.ru.

Муравьев Василий Илларионович – доктор технических наук, профессор кафедры «Технология сварочного производства» Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре). E-mail: ktsp@knastu.ru.

Mr.Vassily I. Muravyev – Doctor of Engineering, Professor, Department of Mechanical Engineering Technology (Russia, Komsomolsk-on-Amur). E-mail: ktsp@knastu.ru.

Саблин Павел Алексеевич – кандидат технических наук, доцент кафедры «Технология машиностроения» Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре). E-mail: ikpmto@knastu.ru.

Mr.Pavel A. Sablin – PhD in Engineering, Assistant Professor, Department of Mechanical Engineering Technology (Russia, Komsomolsk-on-Amur); 681013, 27 Lenina pr. E-mail: ikpmto@knastu.ru.

Серебренникова Анжела Геннадьевна – кандидат технических наук, доцент кафедры «Технология машиностроения» Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре). E-mail: tehmarsh@knastu.ru.

Ms. Anzhela G. Serebrennikova – PhD in Engineering, Assistant Professor, Department of Mechanical Engineering Technology (Russia, Komsomolsk-on-Amur); 681013, 27 Lenina pr. E-mail: tehmarsh@knastu.ru.

Аннотация. В настоящей статье рассматривается влияние оборотной подачи на толщину среза, а также способа обработки на направление математического ожидания силы резания. Установлено целесообразное направление резания и способов ориентации динамометрических датчиков. Статья содержит основные выводы зависимостей толщины срезаемого слоя при высокоскоростном фрезеровании с использованием разрывных функций. Излагаются рекомендации по расположению динамометрических датчиков для встречного и попутного фрезерования.

Summary. The paper considers the influence of feed per revolution upon the depth of a cut, and the impact of the machining method on the direction of tool pressure average. Efficient cutting directions and the methods for load cell orientation have been established. The paper also contains the key conclusions concerning the dependences of the cutting depth at high-speed milling if discontinuous functions are used. Recommendations are offered for positioning of load cells for cut-up milling and cut-down milling.

Ключевые слова: высокоскоростное фрезерование, динамометрические датчики, инструмент, силы резания, толщина срезаемого слоя.

Key words: high-speed milling, load cells, tools, tool pressure, depth of cut.

УДК 621.914.3

Разработка новых эффективных технологий для машиностроительного производства немыслима без исследований динамики технологических систем механической обработки. При проектировании, изготовлении и эксплуатации современных высокоскоростных металлорежущих станков все чаще возникает необходимость решения задач, связанных с динамикой процесса обработки. В первую очередь, это относится к обеспечению условий устойчивого движения инструмента и заготовки [1].

Наиболее нестационарным из всех процессов механической обработки и, обладающий вследствие этого наиболее сложной динамикой, является процесс высокоскоростного фрезерования.

Для практического исследования динамики фрезерования достаточно часто бывает полезным знать примерное значение суммы сил $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_k$ резания, приложенных к режущим кромкам инструмента, и направление вектора \vec{F} равнодействующей этих сил в координатах станка. Данные параметры являются основополагающими как при расчетах погрешностей размерной точности обработки вследствие упругих перемещений технологической системы, так и при построении моделей процесса фрезерования (см. рис. 1).

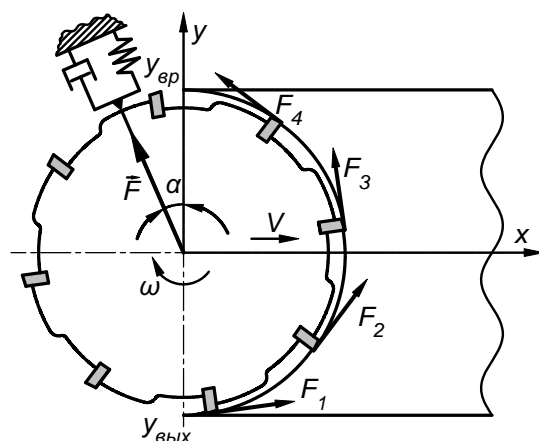


Рис. 1. Силовая схема процесса высокоскоростного фрезерования

Кроме того, заранее известные значения направления математического ожидания \vec{F} равнодействующей сил резания и телесного угла ее разброса $\Delta\vec{F}$ позволят корректно, в соответствии с наиболее информативным пространственным направлением, расположить на станке систему датчиков для проведения экспериментальных исследований. В дальнейшем сигналы с этих датчиков с минимальной предобработкой могут быть использованы для исследования методами нелинейной динамики.

Как известно [2], при фрезеровании траекторией относительного рабочего движения любой точки режущего лезвия является удлиненная циклоида – трохоида (см. рис. 2). Высота трохоиды равна диаметру D фрезы, а расстояние между ее петлями равно величине подачи S_0 на один оборот фрезы. Траектории движения лезвий отдельных зубьев сдвинуты друг относительно друга на величину подачи S_z на один зуб фрезы, равную S_0/z , где z – число зубьев фрезы.

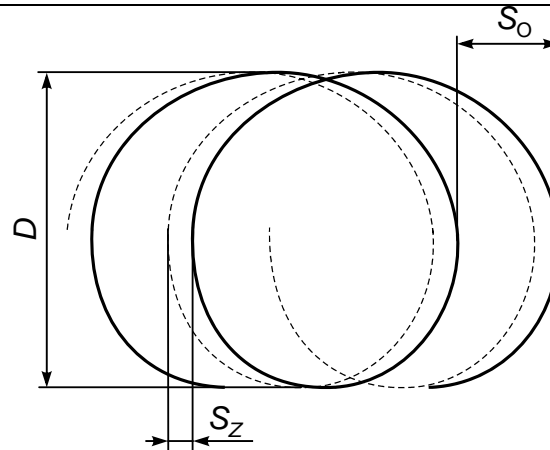


Рис. 2. Траектории рабочих движений двух смежных зубьев осевой цилиндрической фрезы (для $z = 4$, $S_0 = 0,32D$)

Для упрощения расчета сил резания и вычисления размеров срезаемого слоя при фрезеровании трохойду нередко заменяют окружностью. При этом предполагается [2], что ошибка от указанной замены не будет превышать 1 %. Однако в условиях высокоскоростной обработки (ВСО) даже такая незначительная погрешность может иметь существенное значение. Зачастую высокая скорость процессов пластической деформации при ВСО в совокупности с существенной нелинейностью зависимости силы резания от толщины среза и скорости резания приводят к возникновению особого типа поведения динамической системы – детерминированному хаосу, в результате чего динамическая система станка становится очень чувствительной даже к незначительным возмущениям [3; 4]. В режиме детерминированного хаоса любая погрешность, проявляющаяся вследствие какого-либо неучтенного фактора или неточности расчетов, подвергается экспоненциальному усилению и, в итоге, динамика реальной динамической системы сильно отличается от расчетных данных.

Таким образом, для условий высокоскоростного фрезерования следует использовать более тонкие расчеты силы резания. Для этого представим траекторию рабочего движения режущего лезвия при фрезеровании в виде кривой, описываемой точкой $A(x, y)$, отстоящей на фиксированном расстоянии $R = D/2$ от центра $O(x_0, y_0)$ круга, причем круг вращается по часовой стрелке с угловой скоростью $\omega = V_p / (2\pi \cdot D)$ (где V_p – скорость резания), а центр круга перемещается по оси абсцисс с линейной скоростью $v = S_0 \cdot \omega / (2\pi)$. Тогда запишем траекторию движения зуба фрезы (сплошная линия на рис. 3) в виде системы параметрических уравнений:

$$\begin{cases} x = x_0 + R \cdot \cos(\varphi_0 - \omega\tau) \\ y = y_0 + R \cdot \sin(\varphi_0 - \omega\tau) \\ x_0 = S_0 \cdot \frac{\omega}{2\pi} \cdot \tau \\ y_0 = 0 \end{cases},$$

где $\varphi_0 = \pi$ – начальный угол поворота фрезы; τ – параметр времени.

Теперь рассмотрим траекторию движения предыдущего зуба фрезы (штриховая линия на рис. 3). Отложим отрезок от центра O фрезы до точки A текущего положения режущего лезвия. Очевидно, что мгновенное значение толщины h_z срезаемого слоя равно расстоянию от точки A до точки A_1 пересечения отрезка OA и траектории движения предыдущего зуба. Найдем координаты x_2 и y_2 этой точки.

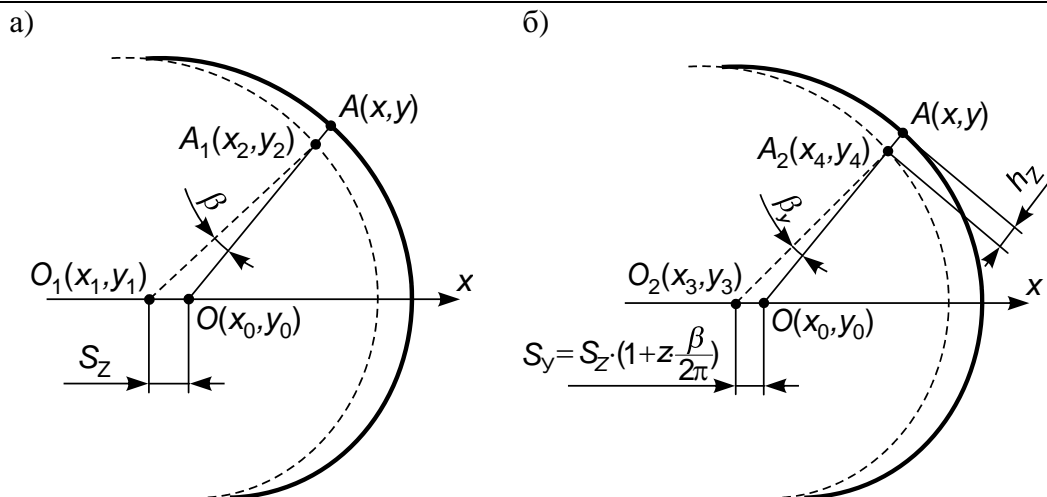


Рис. 3. Схема расчета мгновенного значения толщины h_z срезаемого слоя

Предположим, что центр фрезы в момент прохождения предыдущим зубом точки A_1 находился в точке $O_1(x_1, y_1)$ (см. рис. 3, а), отстоящей от текущего центра фрезы O на расстоянии, равное подаче на зуб S_z , т.е.:

$$\begin{cases} x_1 = x_0 - S_z \\ y_1 = y_0 \end{cases} \quad (1)$$

Теперь о точке A_1 нам известно, что, во-первых, она принадлежит отрезку OA :

$$\begin{cases} x_2 = x_0 + t \cdot (x - x_0) \\ y_2 = y_0 + t \cdot (y - y_0) \end{cases}, \quad (2)$$

$$0 \leq t \leq 1, \quad (3)$$

где t – параметр принадлежности отрезку, а во-вторых, что она удалена от точки O_1 на расстояние, равное радиусу R фрезы:

$$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = R. \quad (4)$$

Подставляя формулы (1) и (2) в (4), получим следующее выражение:

$$(x_0 + t \cdot (x - x_0) - (x_0 - S_z))^2 + (y_0 + t \cdot (y - y_0) - y_0)^2 = R^2,$$

которое после преобразований обращается в квадратное уравнение вида:

$$t^2 \cdot R^2 + t \cdot (2 \cdot (x - x_0) \cdot S_z) + (S_z^2 - R^2) = 0. \quad (5)$$

Решим уравнение (5) относительно t по формуле

$$t_{1,2} = \frac{-2 \cdot (x - x_0) \cdot S_z \pm \sqrt{(2 \cdot (x - x_0) \cdot S_z)^2 - 4 \cdot R^2 \cdot (S_z^2 - R^2)}}{2 \cdot R^2},$$

что в конечном итоге приводит к выражению:

$$t_{1,2} = -\frac{S_z \cdot (x - x_0)}{R^2} \pm \sqrt{1 - \left(\frac{S_z \cdot (y - y_0)}{R^2}\right)^2}. \quad (6)$$

Так как по условию (3) параметр t неотрицателен, то один из корней t_2 уравнения (6), являющийся суммой двух отрицательных чисел и явно приводящий к отрицательному результату, можно отбросить. То есть получим:

$$t = \sqrt{1 - \left(\frac{S_Z \cdot (y - y_0)}{R^2} \right)^2} - \frac{S_Z \cdot (x - x_0)}{R^2}.$$

Зная параметр t , из (2) найдем точку $A_1(x_2, y_2)$. Однако при анализе рис. 3, а выявляется некоторая неточность – отрезки OA и O_1A_1 расположены относительно друг друга под углом β . А это значит, что точкам A и A_1 соответствуют разные фазы поворота зубьев фрезы и, следовательно, действительное расстояние между точками центров вращения не равно величине подачи S_Z на зуб. Вычислим уточненное расстояние между точками центров вращения фрезы:

$$S_y = S_Z + \frac{\beta}{2\pi} \cdot S_O = S_Z \cdot \left(1 + z \cdot \frac{\beta}{2\pi} \right).$$

Для этого, воспользовавшись одним из свойств векторного произведения, вычислим значение угла β по формуле

$$\beta = \arcsin \frac{\begin{vmatrix} (x_2 - x_0) & (y_2 - y_0) \\ (x_2 - x_1) & (y_2 - y_1) \end{vmatrix}}{\sqrt{(x_2 - x_0)^2 + (y_2 - y_0)^2} \cdot \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}},$$

которая после упрощения сводится к выражению:

$$\beta = \arcsin \frac{S_Z \cdot (y_0 - y)}{R^2} = \arcsin \frac{-S_Z \cdot y}{R^2} \quad (7)$$

Нетрудно заметить, что максимального своего абсолютного значения угол β достигает при условии $|y| = R$, когда он становится равным $\mp \arcsin(S_Z/R)$. Таким образом, для условий фрезерования, соответствующих траекториям, отображенным на рис. 2 – 3, получим $S_Z = 0,08D = 0,16R$, $\beta_{\max} = \pm 9,2^\circ$. То есть погрешность наших вычислений может достигать величины $\pm 9,2^\circ/360^\circ = \pm 2,6\%$.

Чтобы скомпенсировать данную погрешность, найдем уточненную точку $O_2(x_3, y_3)$ (см. рис. 3, б), в которой находился центр вращения фрезы в момент пересечения предыдущим зубом отрезка OA :

$$\begin{cases} x_3 = x_0 - S_y \\ y_3 = y \end{cases} \quad (8)$$

Тогда в соответствии с вышеописанным алгоритмом найдем уточненную точку $A_2(x_4, y_4)$, которая принадлежит отрезку OA :

$$\begin{cases} x_4 = x_0 + t_y \cdot (x - x_0) \\ y_4 = y_0 + t_y \cdot (y - y_0) \end{cases}, \quad (9)$$

$$0 \leq t_y \leq 1, \quad (10)$$

где t_y – уточненное значение параметра, и находится на расстоянии R от точки O_2 :

$$\sqrt{(x_4 - x_3)^2 + (y_4 - y_3)^2} = R. \quad (11)$$

С учетом (7), (8) и (11) получим следующее выражение для t_y :

$$t_y = \sqrt{1 - \left(\frac{S_y \cdot (y - y_0)}{R^2} \right)^2} - \frac{S_y \cdot (x - x_0)}{R^2}.$$

Отсюда, исходя из того, что толщина срезаемого слоя $h_z = |A_2A|$, где $|A_2A|$ – длина отрезка A_2A (см. рис. 3, б), отношение длин отрезков $|O_2A_2|/|OA| = t_y$ и значение $|OA| = R$, получим формулу для вычисления мгновенного значения h_z , которая с учетом (10) приобретет вид разрывной функции:

$$h_z(\tau) = \begin{cases} R \cdot (1 - t_y(\tau)) & \text{при } 0 \leq t_y(\tau) \leq 1 \\ 0 & \text{при } t_y(\tau) < 0 \text{ или } t_y(\tau) > 1 \end{cases}. \quad (12)$$

Следует отметить, что для расчета S_y мы использовали значение угла β , вычисленное по формуле (7). Поэтому для оценки погрешности вычислений необходимо выяснить насколько реальное значение угла β_y между отрезками OA и O_2A_2 в наших уточненных расчетах отличается от значения β , взятого за исходное. Величину β_y рассчитаем по формуле, аналогичной (7), но с учетом того, что параметры S_y и y зависят от параметра времени τ .

$$\beta_y(\tau) = \arcsin \frac{S_y(\tau) \cdot y(\tau)}{R^2}.$$

Численная проверка с помощью компьютерных расчетов показала, что расхождение между β_y и β составляет $\pm 0,05^\circ$, то есть погрешность вычислений равна $\pm 0,015\%$.

Зная значение $h_z(\tau)$ толщины срезаемого слоя, согласно методике [5] найдем величину силы резания, приложенной к одному зубу:

$$F_z(\tau) = h_z(\tau) \cdot t_\phi \cdot K_C, \quad (13)$$

где t_ϕ – глубина фрезерования; K_C – удельная сила резания, приходящаяся на единицу площади срезаемого слоя.

Величина K_C различна для разных обрабатываемых материалов и определяется по формуле

$$K_C = K_{C1} \cdot h_z^{-m_C}, \quad (14)$$

где K_{C1} – удельная сила резания (для конкретного обрабатываемого материала) при толщине стружки 1 мм; m_C – степенной показатель зависимости удельной силы резания от толщины стружки.

Исходя из (13) и (14), получим:

$$F_z(\tau) = h_z(\tau)^{1-m_C} \cdot t_\phi \cdot K_{C1}.$$

Значения параметров K_{C1} и m_C для различных материалов приведены в табл. 1 [5].

Таблица 1

Материал	K_{C1}	m_C	Материал	K_{C1}	m_C
Сталь (HB125)	1500	0,25	Сплав жаропрочный	2900	0,25
Сталь (HB150)	1600	0,25	Титановый сплав	1400	0,23
Сталь легир. (HB175)	1700	0,25	Сталь кален. (HRC55)	4200	0,25
Сталь легир. (HB330)	2300	0,25	Сталь кален. (HRC63)	4250	0,25
Сталь нерж. (HB200)	2000	0,21	Чугун	900	0,28
Сталь нерж. (HB230)	2000	0,21	Алюминиевый сплав	700	0,25

Согласно предложенной методике рассчитаем ширину срезаемого слоя и силу резания для алюминиевого сплава (см. рис. 4). Для иллюстрации используем фрезы с числом зубьев z , равным 1, 8 и 300, а величину подачи S_Z на зуб примем постоянной, равной 1 мм.

На графиках хорошо заметно, что чем больше оборотная подача S_0 (зависящая от z при $S_Z = \text{const}$), тем более асимметрично выглядят графики толщин h_z и, следовательно, тем сильнее реальные значения h_z отличаются от тех значений, которые бы мы получили аппроксимацией трохойдальных траекторий режущих лезвий участками окружностей.

На практике, при высокоскоростном фрезеровании, режимов резания полным диаметром фрезы ($B = D$) стараются избегать, так как такой режим обработки сильно нагружает инструмент и катастрофически сокращает его ресурс. Для каждого высокоскоростного инструмента существуют рекомендуемые значения ширины B фрезерования при обработке различных материалов, превышение которых ведет к изменению теплового режима и, как следствие, к усиленному износу инструмента. Так, для инструментов фирмы *Sandvik Coromant* при обработке алюминиевых сплавов рекомендуется выбирать $B = 0,6D$, при обработке закаленных сталей – $B = 0,2D$ [5].

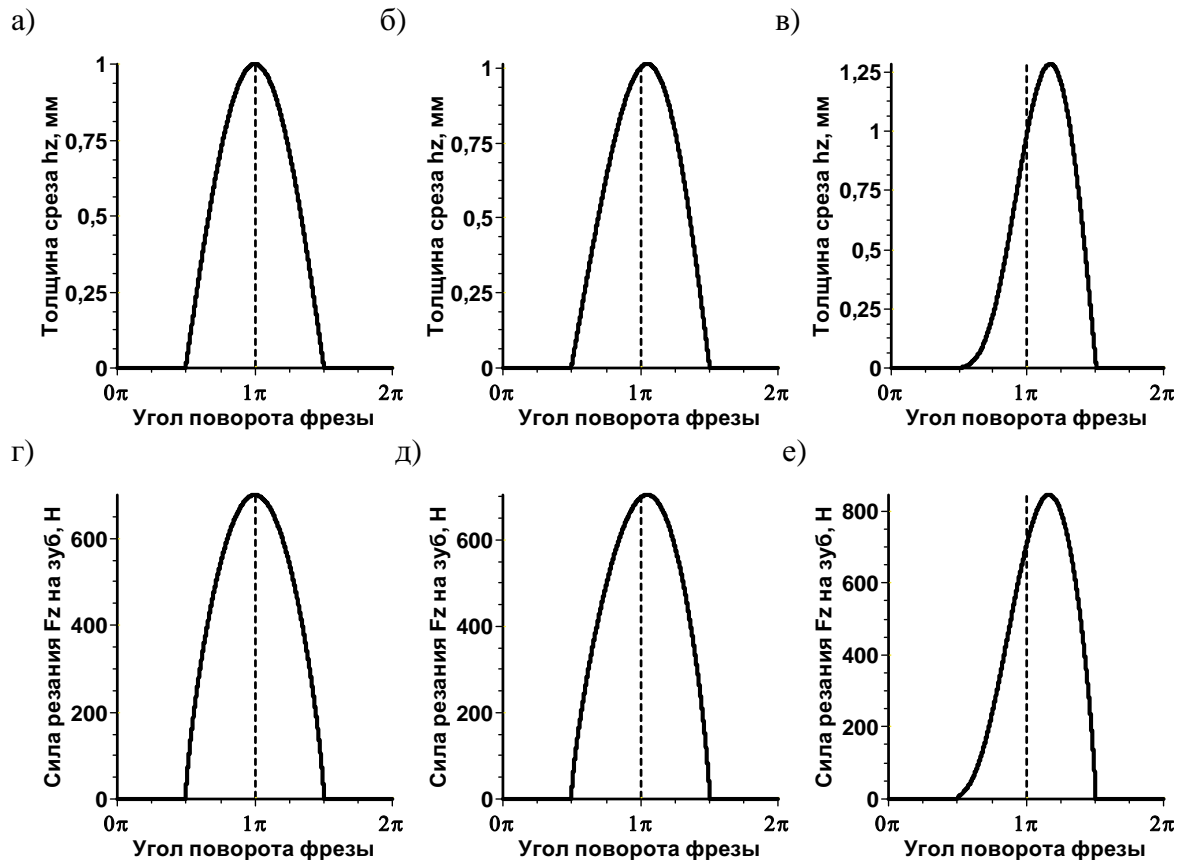


Рис. 4. Графики зависимостей ширины срезаемого слоя h_z и силы F_Z резания, приложенной к одному зубу, при обработке алюминиевого сплава цилиндрической фрезой $D = 100$ мм с различным количеством зубьев: а, г – $z = 1$; б, д – $z = 8$; в, е – $z = 300$ ($S_Z = 1$ мм, $t_\phi = 1$ мм, ширина фрезерования $B = D$).

Добавим условие обработки неполным диаметром фрезы в выражение (12) в виде дополнительных разрывных зависимостей. Тогда функция мгновенного значения толщины срезаемого слоя при фрезеровании приобретет вид:

$$h_z(\tau) = \begin{cases} R \cdot (1 - t_y(\tau)) & \text{при } (0 \leq t_y(\tau) \leq 1) \wedge (y_{\text{вых}} \leq y(\tau) \leq y_{\text{вр}}) \\ 0 & \text{при } (t_y(\tau) < 0) \vee (t_y(\tau) > 1) \vee (y(\tau) > y_{\text{вр}}) \vee (y(\tau) < y_{\text{вых}}) \end{cases}$$

где $y_{\text{вр}}$ и $y_{\text{вых}}$ – ординаты врезания и выхода соответственно, определяемые в зависимости от способа обработки:

- для симметричного фрезерования (см. рис. 1) $y_{\text{вр}} = B/2$, $y_{\text{вых}} = -B/2$;
- для встречного фрезерования $y_{\text{вр}} = D/2$, $y_{\text{вых}} = y_{\text{вр}} - B$;
- для попутного фрезерования $y_{\text{вых}} = -D/2$, $y_{\text{вр}} = y_{\text{вых}} + B$.

Используем полученные математические зависимости для расчета силы резания при высокоскоростном фрезеровании. Первоначально определим, как изменяется суммарная сила \vec{F} резания всех режущих лезвий фрезы в течение одного оборота инструмента. Проведенные компьютерные расчеты (см. рис. 5) показывают, что направление математического ожидания \vec{F} силы резания сильно зависит от способа обработки. Так, при симметричном фрезеровании (см. рис. 5, а) математическое ожидание \vec{F} направлено строго в направлении оси Y , при встречном фрезеровании (см. рис. 5, б) \vec{F} составляет с осью Y положительный угол, а при попутном (см. рис. 5, в) – отрицательный.

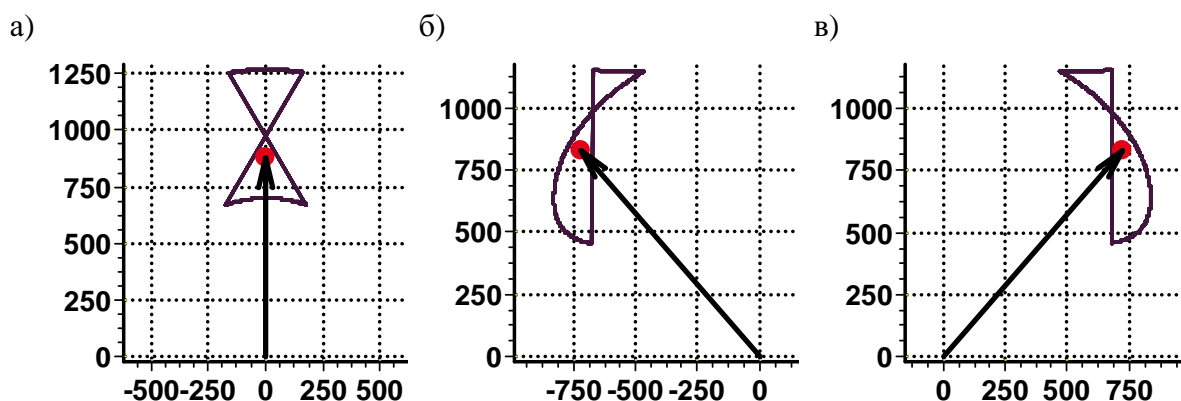


Рис. 5. Графики изменения проекций вектора \vec{F} результирующей силы резания всех зубьев цилиндрической фрезы за один ее оборот: а – симметричное фрезерование; б – встречное; в – попутное. По осям абсцисс отложены проекции \vec{F} на ось X (в Ньютонах), по осям ординат – проекции на ось Y (в тех же ед.), стрелкой показано математическое ожидание \vec{F} ($D = 100$ мм, $z = 8$, $S_z = 1$ мм, $B = 0,5D$, алюминиевый сплав)

Следующим этапом рассмотрим, в какой степени на направление математического ожидания силы резания влияет величина ширины B фрезерования. Для этого проведем численные расчеты, результаты которых представлены на рис. 6.

В соответствии с полученными графиками можно сделать вывод о том, что для проведения экспериментальных исследований динамики сил резания при высокоскоростном фрезеровании целесообразно придерживаться симметричного направления резания, так как в этом случае математическое ожидание \vec{F} всегда будет направлено вдоль оси Y и, следовательно, систему динамометрических датчиков также следует ориентировать строго вдоль оси Y , что в технологическом плане достаточно удобно. Кроме того, при симметричном фрезеровании угол наклона \vec{F} не зависит от ширины B обработки и поэтому нет необходимости менять ориентацию системы датчиков при смене обрабатываемого материала.

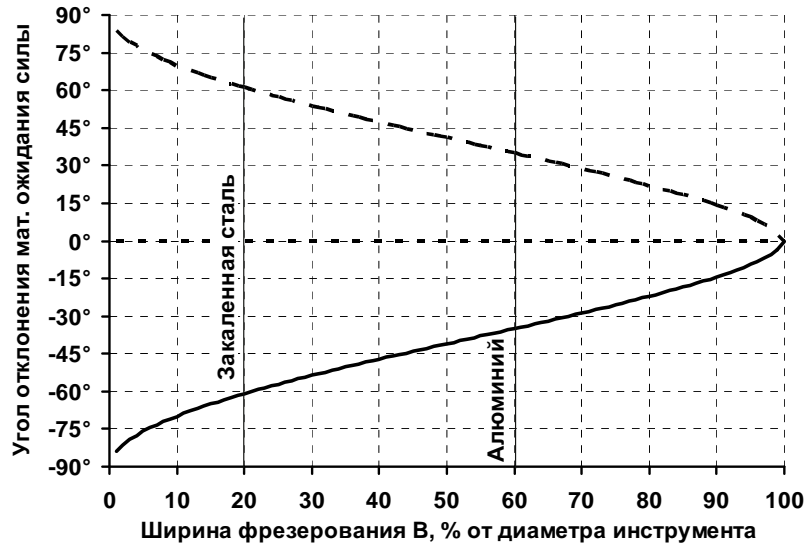


Рис. 6. Графики зависимости угла α наклона (относительно оси Y) математического ожидания F_{ir} равнодействующей сил резания от ширины B фрезерования: встречное фрезерование (сплошная линия), попутное (штриховая линия), симметричное (пунктир)

При необходимости экспериментальные исследования можно проводить также для встречного и попутного фрезерования, но в этом случае систему измерительных датчиков необходимо будет ориентировать под существенным углом относительно оси Y : 37° для алюминия (рекомендованное значение $B = 0,6D$) и 61° для закаленных сталей (рекомендованное $B = 0,2D$).

ЛИТЕРАТУРА

1. Кудинов, В. А. Динамика станков / В. А. Кудинов. – М.: Машиностроение, 1967. – 360 с.
2. Бобров, В. Ф. Основы теории резания металлов / В. Ф. Бобров. – М.: Машиностроение, 1975. – 344 с.
3. Кабалдин, Ю. Г. Исследование детерминированного хаоса в динамике процессов механообработки методом реконструкции аттрактора / Ю. Г. Кабалдин, С. В. Биленко, С. В. Серый // Вестник машиностроения. – 2003. – № 1. – С. 50-56.
4. Кабалдин, Ю. Г. Математическое моделирование динамической устойчивости процесса резания в виде нелинейного осциллятора с разрывными характеристиками / Ю. Г. Кабалдин, С. В. Биленко, П. А. Саблин // Вестник машиностроения. – 2006. – № 10. – С. 35-43.
5. Материалы компании «Sandvik Coromant». URL: <http://www.coromant.sandvik.com>.