



Севастьянов А. М.

A.M. Sevastyanov

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕРМОНАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ПРИ ПОЛУЧЕНИИ ПОЛЫХ ОТЛИВОК ИЗ АЛЮМИНИЕВОГО СПЛАВА В ФУТЕРОВАННОЙ ФОРМЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ТЕРМОСИФОНА**

**MODELING OF THE THERMAL STRESSED STATE DURING HOLLOW CASTING OF ALUMINUM ALLOY IN A MOULD LINED WITH THERMOSIPHON**

Севастьянов Антон Мамиевич – аспирант Института машиноведения и металлургии ДВО РАН (Россия, Комсомольск-на-Амуре). E-mail: mamiaa20@mail.ru.

Mr. Anton M. Sevastyanov – PhD Candidate, Institute of Machine Science and Metallurgy, the Far-Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences (Russia, Komsomolsk-on-Amur). E-mail: mamiaa20@mail.ru.

**Аннотация.** В статье исследуется новый способ получения полых отливок из алюминиевого сплава, при котором в качестве центрального сердечника используется термосифон – замкнутый испарительно-конденсационный контур, охлаждаемый в зоне конденсации водой. Исследовано влияние интенсивного теплоотвода от центра на термонапряженное состояние отливки и характер движения фронта затвердевания. Полученные результаты показывают, что использование термосифона при данном методе получения отливок не вызывает образование продольных трещин, при этом время формирования отливки сокращается более чем в два раза по сравнению с традиционным способом.

**Summary.** In this paper we investigate a new method for producing hollow castings of aluminum alloy, in which for the central core a thermosyphon is used – a closed evaporation-condensation loop, cooled with water in the condensation zone. The effect is investigated of intense heat removal from the center upon the thermal stressed state of the casting and upon the movement of the solidification front. The obtained results demonstrate that the use of a thermosyphon for this method of casting does not cause the formation of longitudinal cracks, at the same time the casting time is reduced by more twice compared to the conventional method.

**Ключевые слова:** термосифон, футерованная форма, закон Дюамеля-Неймана, внутренние источники тепла, правило рычага.

**Key words:** thermosyphon, lined mould, Duhamel-Neumann's law, internal heat sources, lever rule.

УДК 519.63, 536.24, 539.319

**Введение**

Известен способ получения полых отливок в футерованной форме, с неохлаждаемым металлическим сердечником, установленным по центру формы [3]. Основные недостатки данного способа – более низкие по сравнению с кокильным литьем физико-механические свойства и размерно-геометрическая точность отливок, низкий ресурс формы и большее время формирования отливки. Данные недостатки могут быть устранены путем замены центрального сердечника термосифоном, позволяющим за короткий временной интервал отвести большую часть тепла, выделяемого кристаллизующимся металлом, от центра отливки и выровнять температурное поле по сечению. В данной работе авторами была поставлена цель – создать математическую модель процесса охлаждения цилиндрической отливки из алюминиевого сплава в футерованной форме с установленным по центру термосифоном, показать, что применение термосифона не вызывает термических напряжений в отливке, достаточных для образования трещин.

**Постановка задачи**

Рассматривается процесс охлаждения отливки из алюминия в футерованной форме. Из модельных допущений следует отметить, что используется модель плотного контакта «отливка-форма», с наличием воздушного зазора, возникающего вследствие усадки, пренебрегаем. Тепловой поток на границе контакта «термосифон – окружающая среда» отсутствует. Температура заливаемого сплава алюминия 700 °С; начальная температура прогрева формы – 120 °С. Тепловой поток в термосифон задается равномерно распределенным по высоте его контакта с отливкой. На рис. 1 приведены схемы поверхностей для температурной и деформационной задачи.

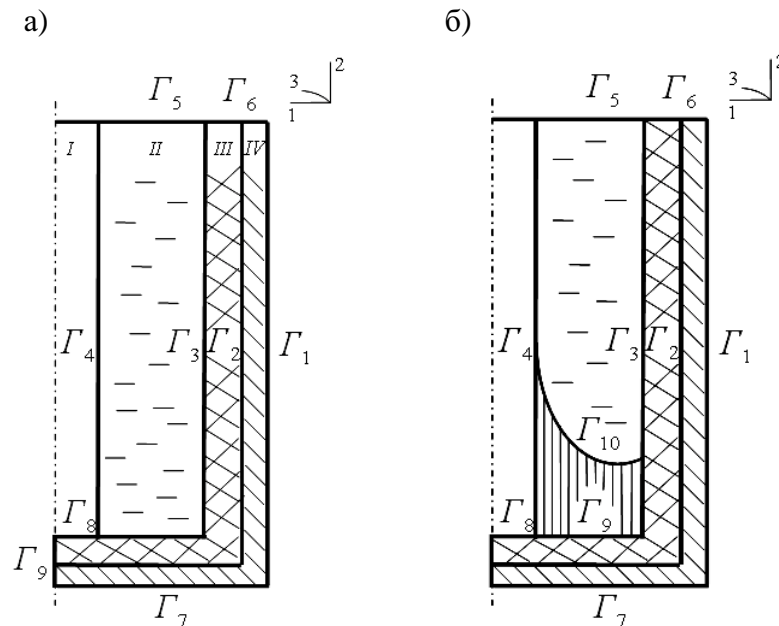


Рис. 1. Схема поверхностей: а – для температурной задачи; б – для деформационной задачи: (I – термосифон, II – расплав алюминия, III – футеровка, IV – стенка формы)

Определяющая система дифференциальных уравнений в частных производных включает:

1) нестационарное уравнение теплопроводности с внутренними источниками тепла

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{1}{C_m(\theta) \cdot \rho} \cdot \text{div}(\lambda(\theta) \cdot \text{grad} \theta) + \frac{q_m(\theta)}{C_m(\theta)}. \quad (1)$$

Величина  $q_m$  представляет собой удельную по массе мощность внутренних тепловых источников; этот член отличен от нуля только в двухфазной зоне металла – отражает выделение теплоты фазового перехода;

2) физические уравнения – закон Дюамеля-Неймана

$$\sigma_{ij} = 2 \cdot G(\theta) \cdot \left[ \varepsilon_{ij} + \frac{\nu \cdot \varepsilon - (1 + \nu) \cdot \alpha \cdot \Delta \theta}{1 - 2\nu} \cdot \delta_{ij} \right], \quad i, j = 1, 2, 3, \quad (2)$$

где  $\sigma_{ij}$  – компоненты тензора напряжений,  $\varepsilon_{ij}$  и  $\varepsilon = \varepsilon_{ii}$  – компоненты и первый инвариант тензора деформаций соответственно,  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера,  $G$  – модуль сдвига,  $\nu$  – коэффициент Пуассона,  $\alpha$  - коэффициент линейного термического расширения,  $\Delta \theta$  – абсолютное изменение температуры относительно исходной (в недеформированном состоянии);

3) линейные геометрические соотношения Коши, устанавливающие связь между компонентами тензора деформаций и компонентами перемещений в случае малых деформаций

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad i, j = 1, 2, 3; \quad (3)$$

4) статические уравнения равновесия с учетом массовых сил

$$\sigma_{ij,j} = F_i, \quad i, j = 1, 2, \quad (4)$$

где  $F_i$  – проекция массовых сил на ось  $i$ .

1. Начальные условия:

- начальная температура прогрева формы равна  $\theta_f^0$ ;

- температура заливки металла равна  $\theta_m^0$ ;

- в недеформированном состоянии напряжения и перемещения на всей расчетной области равны нулю.

К моменту заполнения формы металлом принимается, что температура стенки сердечника (термосифона) равна температуре расплава ввиду малой толщины и высокой теплопроводности. Температурная задача решается в системе «стенка трубы – отливка – футеровка – форма», деформационная – только в отливке.

2. Соотношения осевой симметрии

$$u_3 = 0, \sigma_{13} = \sigma_{23} = \sigma_{31} = \sigma_{32} = 0.$$

3. Граничные условия тепловой задачи  $q|_{\Gamma_1} = 1,6425 \cdot (\theta - \theta_{env})^{\frac{4}{3}}$  (из закона Ньютона-Рихмана с уточненным коэффициентом теплоотдачи конвективного теплообмена со стенки вертикального цилиндра); плотности тепловых потоков через поверхности  $\Gamma_2, \Gamma_3$  раздела сред, существенно различающихся по коэффициенту теплопроводности (металл, футеровка, стенка формы), задаются согласно контактными условиям третьего рода типа Фурье;  $q|_{\Gamma_4} = q_r$  – тепловой поток в термосифон задается исходя из экспериментальных данных по температуре охлаждающей воды на выходе из коллектора термосифона;  $q|_{\Gamma_5} = 1,64 \cdot (\theta - \theta_{env})^{\frac{4}{3}} + \sigma_B \cdot (\theta^4 - \theta_{env}^4)$  (лучистый и конвективный теплообмен с верхней кромки отливки);  $q|_{\Gamma_6} = q|_{\Gamma_7} = q|_{\Gamma_8} = q|_{\Gamma_9} = 0$ .

4. Граничные условия деформационной задачи

- по перемещениям:

$$u_1|_{\Gamma_4} = 0;$$

- по нормальным напряжениям:

$$\sigma_{11}|_{\Gamma_3} = 0, \sigma_{22}|_{\Gamma_5} = 0, \sigma_{22}|_{\Gamma_{10}} = -p, \sigma_{22}|_{\Gamma_9} = 0;$$

- по касательным напряжениям:

$$\sigma_{21}|_{\Gamma_9} = 0, \sigma_{21}|_{\Gamma_5} = 0, \sigma_{12}|_{\Gamma_3} = 0, \sigma_{12}|_{\Gamma_4} = 0.$$

### Конечно-разностное представление уравнения теплопроводности и итерационная процедура расчета

Величина  $q_m$  в (1) представляет собой удельную по массе мощность внутренних тепловых источников; этот член отличен от нуля только в двухфазной зоне металла – отражает выделение теплоты фазового перехода. Доля твердой фазы определяется правилом рычага по модифицированной фазовой диаграмме Al-Si. На рис. 2 приведен участок такой диаграммы для сплава АЛ9 (массовое содержание кремния 7,5 %).

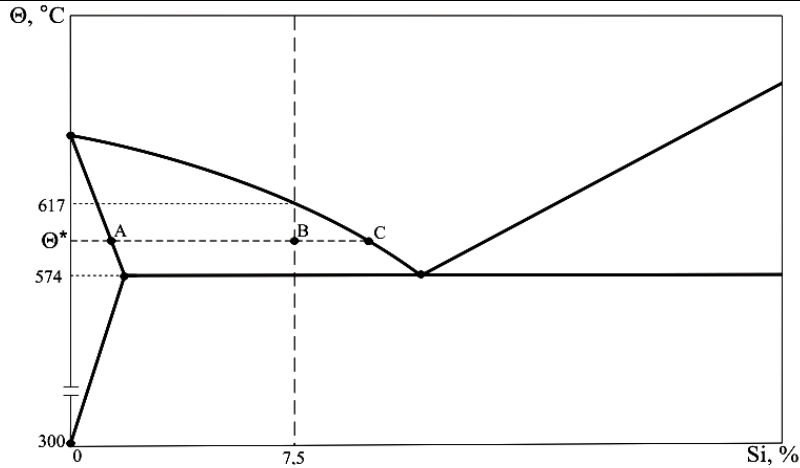


Рис. 2. Модифицированная диаграмма состояния Al - Si

По правилу рычага:  $\psi(\theta^*) = BC/AC$ ,  $\theta \in [\theta_{sol}; \theta_{liq}]$ . Вводя кусочно-линейную аппроксимацию кривых на диаграмме, получим следующее аналитическое представление для сплава АЛ9:

$$\psi(\theta) = \begin{cases} 0,7416 \cdot \hat{\theta} - 0,3361 \cdot (\hat{\theta})^2, & \hat{\theta} = \frac{\theta_l - \theta}{\theta_l - \theta_s} \Leftrightarrow \theta \in (\theta_s + \Delta_{sm}; \theta_l) \\ \sum_{k=0}^4 a_k \cdot (\tilde{\theta})^k, & \tilde{\theta} = \frac{\theta - \theta_s}{\Delta_{sm}} \Leftrightarrow \theta \in [\theta_s - \Delta_{sm}; \theta_s + \Delta_{sm}] \end{cases}$$

$$a_0 = 0,70998, \quad a_1 = -0,45445, \quad a_2 = -0,0286, \quad a_3 = 0,14608, \quad a_4 = 0,01025.$$

Используя методику, описанную в работе [2], перепишем (1) в конечно-разностной форме:

$$\Delta\tau \cdot \sum_{k=1}^2 (q_k^- \cdot F_k^- - q_k^+ \cdot F_k^+) = \rho \cdot V \cdot \Delta\theta \cdot \tilde{C}, \quad \tilde{C} = C - L \cdot \left\langle \frac{d\psi}{d\theta} \right\rangle,$$

где  $L$  – удельная теплота кристаллизации металла;  $\psi(\theta)$  – функция, определяющая долю твердой фазы в двухфазной зоне металла при температуре  $\theta$ ;  $\tilde{C}$  – эффективная теплоёмкость с учетом фазового и структурного переходов;  $\left\langle \frac{d\psi}{d\theta} \right\rangle$  – среднее на температурном интервале значение производной функции выделения твердой фазы. При  $\theta \notin [\theta_{sol}; \theta_{liq}]$  в металле  $\tilde{C} \equiv C$ . По способу аппроксимации пространственных производных используемая схема чисто неявная.

С учетом вышеизложенных соотношений получим:

$$\theta_{i,j}^{(\tau)} = \frac{A_{i,j} \cdot \theta_{i,j}^{(\tau-\Delta\tau)} - TIF + t_1^- \cdot \theta_{i,j-1}^{(\tau)} + t_1^+ \cdot \theta_{i,j+1}^{(\tau)} + t_2^- \cdot \theta_{i-1,j}^{(\tau)} + t_2^+ \cdot \theta_{i+1,j}^{(\tau)}}{A_{i,j} + t_1^- + t_1^+ + t_2^- + t_2^+},$$

$$A_{i,j} = \frac{\tilde{C}_{i,j} \cdot \rho_{i,j} \cdot V_{i,j}}{\Delta\tau}.$$

Здесь  $TIF$  – значение теплового потока в термосифон, не зависящее от температуры. Коэффициенты  $t$  определяются исходя из типа границы теплообмена, выражения для них приведены в табл. 1.

Таблица 1

Выражения коэффициентов  $t$  в зависимости от типа границы теплообмена

Тип границы теплообмена (см. рис. 3)	Выражение для коэффициентов $t$ , $TIF$
Граница между однородными элементами	$t_2^+ = \frac{\lambda_{i,j} + \lambda_{i,j+1}}{\Delta x_{2,i,j} + \Delta x_{2,i,j+1}} \cdot F_2^+$
Граничное условие II рода (нулевой поток на оси симметрии, тепловой поток в термосифон)	$t_2^- = 0, TIF = q_{tr} \cdot F_2^-$
Граничное условие III рода	$t_1^- = \alpha_{NR} \cdot F_1^-$
Контактные условия IV рода	$t_1^+ = \frac{2\lambda_{i,j} \cdot \lambda_{i+1,j}}{\lambda_{i,j} \cdot \Delta x_{1,i+1,j} + \lambda_{i+1,j} \cdot \Delta x_{1,i,j}} \cdot F_1^+$

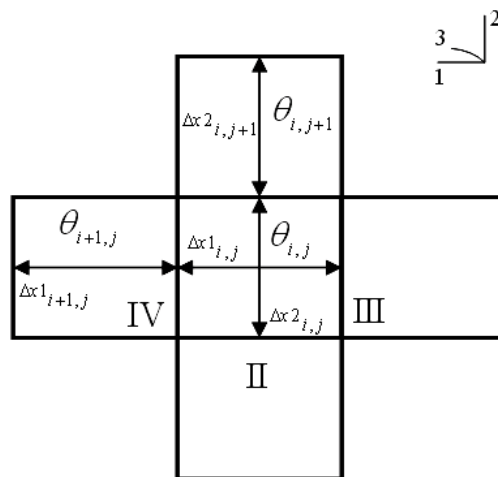


Рис. 3. К записи тепловых потоков при различных условиях теплопередачи

При решении системы уравнений (2), (3), (4) использован численный метод, предложенный В. И. Одиноким в работах [1; 2]. Его особенность заключается в том, что базисными неизвестными при его использовании считаются средние характеристики величин на гранях элементов, образованных системой ортогональных поверхностей, а не значения этих величин в узлах сетки. Определяющая система разностных уравнений включает в себя теплофизические характеристики материалов, а также длины дуг сетки, и одинаковым образом записывается в любой системе криволинейных ортогональных координат. Отыскание решения проводится методом Гаусса-Зейделя напрямую, без составления матрицы коэффициентов СЛАУ до сходимости (отсутствие итеративных изменений в третьем знаке после запятой).

### Результаты расчета

На рис. 4 представлен рост фронта затвердевания с течением времени. Данные результаты представляют интерес для прогнозирования структуры и сокращения некоторых литейных дефектов получаемой отливки путем регулирования теплоотвода от центра.

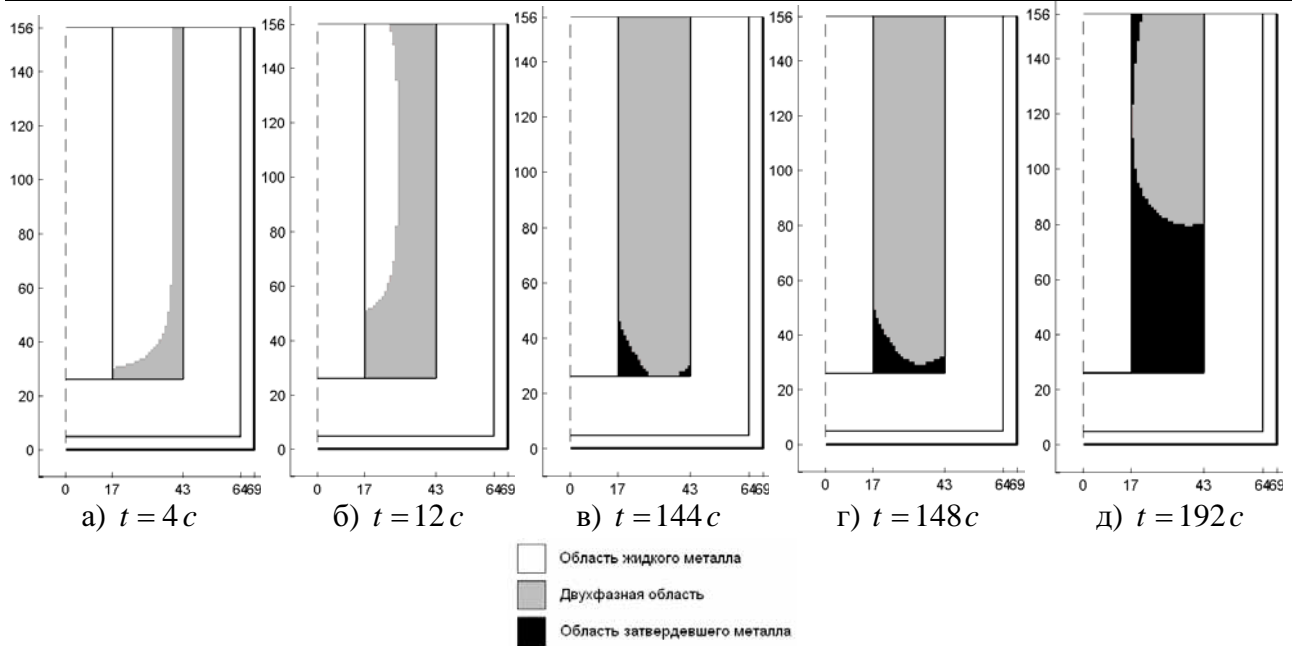


Рис. 4. Движение фронта затвердевания сплава АЛ9 с течением времени: а – при  $t = 4 c$ , б – при  $t = 12 c$ , в – при  $t = 144 c$ , г – при  $t = 148 c$ , д – при  $t = 192 c$

На рис. 5 представлены эпюры напряжений  $\sigma_{22}$ ,  $\sigma_{33}$  в момент времени, когда указанные напряжения максимально близко приближаются к пределу прочности алюминия на растяжение (для конкретной температуры). В дальнейшем значения напряжений возрастают, но возрастает и предел прочности, поэтому для прогнозирования трещинообразования данный момент времени представляет наибольший интерес. В частности, при изменении начальных условий (температура разливки металла, температура прогрева формы и сердечника) может наблюдаться образование продольной трещины на внутренней поверхности отливки, что и было подтверждено экспериментальным путем.

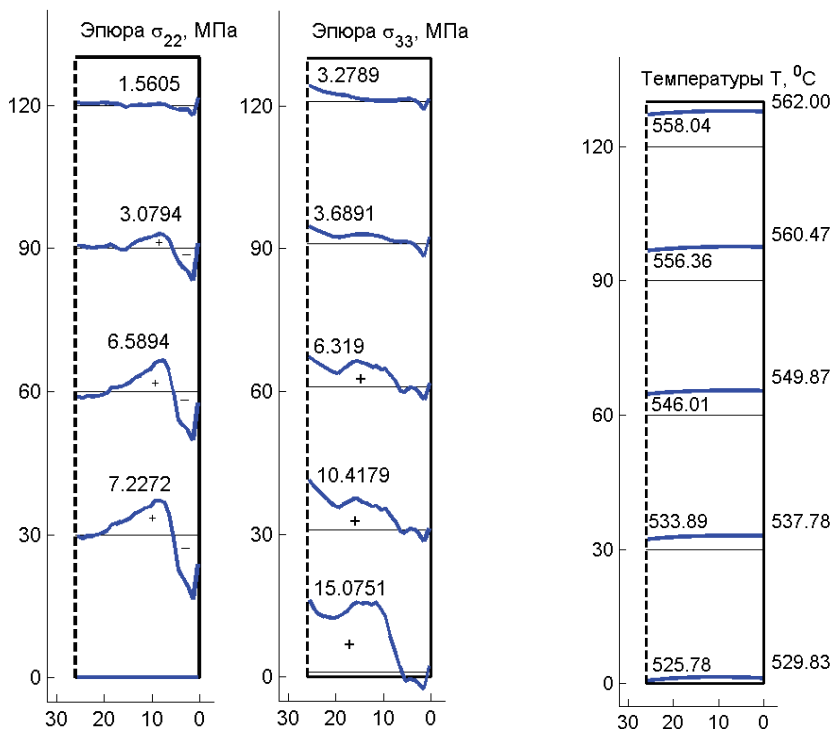


Рис. 5. Напряжения  $\sigma_{22}$ ,  $\sigma_{33}$  и температуры по сечению отливки



## Выводы

Построена математическая модель процесса затвердевания расплава алюминиевого сплава в футерованной форме с установленным по центру охлаждаемым термосифоном. Для решения системы дифференциальных уравнений модели построена численная схема, алгоритм и программа расчета температурных полей, движущихся границ раздела фаз и соответствующих полей температурных напряжений. Получены поля напряжений в отливке и промоделировано движение границы фронта затвердевания расплава. Полученные значения напряжений не превосходят пределов прочности алюминиевого сплава, что свидетельствует об отсутствии трещин в отливках, получаемых данным способом. Математическая модель может быть использована для расчета температур и напряжений в отливках с другими геометрическими параметрами либо из других сплавов алюминия.

*Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ 11-01-98500-р\_восток\_a*

## ЛИТЕРАТУРА

1. Математическое моделирование сложных технологических процессов / В. И. Одинокоев, Б. Г. Каплунов [и др.]. – М.: Наука, 2008. – 176 с.
2. Одинокоев, В. И. Численное исследование процесса деформации материалов бескоординатным методом / В. И. Одинокоев. – Владивосток: Дальнаука, 1995. – 168 с.
3. Стулов, В. В. Технологии заливки алюминиевого сплава в футерованную форму при получении полых отливок / В. В. Стулов, А. М. Севастьянов // Литейное производство. – 2010. – № 6. – С. 19-22.