Чье Ен Ун, Шеин А. Б.
Chye En Un, A. B. Shein

РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ СОСТОЯНИЯ В ЗАДАЧАХ СХЕМОТЕХНИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРИ ПРОИЗВОЛЬНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ

SOLVING STATE EQUATIONS AT ARBITRARY EFFECTS IN CIRCUIT SIMULATION TASKS

Чье Ен Ун – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой автоматики и системотехники Тихоокеанского государственного университета (Россия, Хабаровск); 680035, г. Хабаровск, ул. Тихоокеанская, 136. E-mail: chye@ais.khstu.ru
Mr. Chye En Un – Doctor of Engineering, Professor, Head of the Depatment of Automation and System Engineering, the Pacific National University (Russia, Khabarovsk). E-mail: chye@ ais.khstu.ru.

Шеин Александр Борисович – кандидат технических наук, доцент кафедры промышленной электроники Чувашского государственного университета (Россия, Чебоксары); 428015, г. Чебоксары, Московский пр., 15.
Mr. Aleksandr B. Shein – PhD in Engineering, Assistant Professor, Department of Industrial Electronics Department, the Chuvash State University (Russia, Cheboksary,), 15, Moskovsky pr., Cheboksary, 428015.

Аннотация. Основная трудность при решении уравнений состояния электронных устройств заключается в нахождении определенных интегралов при произвольных входных воздействиях. Предлагается метод решения уравнений состояния электронных устройств на основе аппроксимации функций внешних воздействий.

Summary. The main difficulty at the solution of the equations of a condition of electronic devices consists in finding certain integrals at any entrance influences. The method of the solution of the equations of a condition of electronic devices is offered on the basis of approximation of the functions of external influences.

Ключевые слова: проектирование электронных устройств, решение уравнений состояния, аппроксимация воздействий.

Key words: electronic design, solution of condition equations, approximation of external influences.

УДК 621.372.001.2: 314.21

Постановка задачи. В общем случае линейные нестационарные объекты *n*-го порядка в каждый момент времени *t* описываются матрично-векторными уравнениями:

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)v(t); \tag{1}$$

$$y(t) = C(t)x(t) + D(t)v(t), \tag{2}$$

где $A(t)$ – матрица размера $n \times n$, определяющая динамические свойства объекта; $B(t)$ – матрица размера $n \times m$, учитывающая влияние на объект задающих (входных) воздействий; $C(t)$ – матрица выхода размера $r \times n$; $D(t)$ – матрица входа размера $r \times m$; $x(t)$ – вектор переменных состояний объекта размера $n \times 1$; $v(t)$ – вектор внешних воздействий на объект размера $m \times 1$; $y(t)$ – выходной вектор размера $r \times 1$.

Уравнение (1) является уравнением состояния объекта (устройства), а уравнение (2) определяет выходные переменные $y(t)$ в зависимости от $x(t)$ и $v(t)$. Непосредственный способ определения реакции $x(t)$ объекта, описываемого уравнением (1) на входной сигнал $f(t) = B(t)v(t)$, $[n \times 1]$, состоит в реализации формулы

Материал поступил 01.10.2012

$$x(t)=\Phi^{-1}(t)\Phi(t_0)x(t_0)+\int_{t_0}^{t}\Phi^{-1}(t)\Phi(\tau)f(\tau)d\tau\,, \qquad (3)$$

которая может быть получена по методу сопряженных систем или из уравнения

$$x(t)=W(t)W^{-1}(t_0)x(t_0)+\int_{t_0}^{t}W(t)W^{-1}(\tau)f(\tau)d\tau\,, \qquad (4)$$

где $W(t)$ – матрица Вронского или матрица решений, которую нетрудно получить, например, с помощью метода вариации параметров, являющегося альтернативным по отношению к методу сопряженных систем. При этом в отличие от функции $W(t)$, определяемой из базиса исследуемой однородной системы, функция $\Phi(t)$ получается из базиса однородной сопряженной системы. Очевидно, что переходный процесс линейной системы определяется переходной функцией $\Phi(t,t_0)\equiv\Phi^{-1}(t)\Phi(\tau)=W(t)W^{-1}(\tau)$, осуществляющей линейное преобразование, которое переводит начальное состояние $x(0)$ системы в некоторое состояние для момента времени t, т.е. $x(t)=\Phi(t,t_0)x(t_0)$. Таким образом, равенства (3) и (4) могут быть записаны в единой форме [4]

$$x(t)=\Phi(t,t_0)x(t_0)+\int_{t_0}^{t}\Phi(t,\tau)f(\tau)d\tau\,. \qquad (5)$$

Для стационарной системы (матрица A – постоянная) обобщенная переходная матрица переходит в ряд и представляет собой обычную матричную экспоненту

$$\Phi(t,t_0)\equiv E+(t-t_0)A+\frac{(t-t_0)^2}{2!}A^2+\ldots+\frac{(t-t_0)^i}{i!}A^i=\sum_{i=0}^{\infty}A^i\,\frac{(t-t_0)^i}{i!}=\exp[A(t-t_0)]. \qquad (6)$$

Для нестационарной системы решение обусловлено двумя переменными, одной из которых является момент t_0 воздействия и другой – момент t наблюдения реакции. В силу этого интегралы свертывания обобщаются к интегралам совмещения [4].

При постоянных элементах матрицы A уравнение (5) принимает вид

$$x(t)=e^{A(t-t_0)}x(t_0)+e^{At}\int_{t_0}^{t}e^{-A\tau}f(\tau)d\tau\,. \qquad (7)$$

Формула (7), представляющая решение системы уравнений (1) для случая стационарных схем электронных устройств, находит самое широкое применение в практике их проектирования, так как, в общем случае, переменные по времени параметры схем замещения реальных устройств могут быть представлены временными функциями, с помощью которых находятся конкретные значения параметров компонентов для любого момента t переходного процесса, протекающего в устройстве [1; 5]. Поскольку обычно решение осуществляется численными методами, то $x(t)$ и $y(t)$ определяются только при дискретных значениях t, например, при $t=t_0,\,t_0+h,\,t_0+2h,\,\ldots$, где h – некоторый, определенным образом выбранный, временной шаг. При этом значения параметров компонентов схемы и вектор входных воздействий $v(t)$ всегда можно представить в явном виде как функции от t или в виде выборочных значений, что делает задачу полностью определенной и разрешимой.

Поскольку предполагается, что входной вектор $v(t)$ известен для всех дискретных моментов $t=kh$, где k – целые числа ($k=0,1,2...$), то, в общем случае, для формул решения уравнения (1) с «забеганием вперед» на интервал времени, равный Nh, где $N = 1,2,...$, остается выявить связь между вектором переменных состояния $x((k+N)h)$, с одной стороны, и векторами $v(kh)$ и $x(kh)$, с другой. Такая связь обычно устанавливается посредством какого-либо разностного уравнения, и как только она установлена, можно последовательно вычислить значения вектора $x((k+N)h)$ для всех k при фиксированном значении N по известным значениям векторов $v(kh)$ и $x(kh)$.

В уравнении (7) положим $t_0 = kh$ и $t = (k+N)h$. Тогда имеем

$$x((k+N)h) = e^{NAh}x(kh) + e^{A(k+N)h}\int_{kh}^{(k+N)h} e^{-A\tau}Bv(\tau)d\tau . \tag{8}$$

При $N=1$ формула (8) принимает привычный вид [2]:

$$x((k+1)h) = e^{Ah}x(kh) + e^{A(k+1)h}\int_{kh}^{(k+1)h} e^{-A\tau}Bv(\tau)d\tau . \tag{9}$$

Основная трудность реализации уравнений (8) и (9) в виде вычислительных алгоритмов заключается в нахождении определенного интеграла при произвольном входном воздействии $v(t)$. Если определенный интеграл в равенствах (8) и (9) найти точно, то в результате получим точное решение векторно-матричного уравнения (1).

Предлагается метод решения уравнений состояния электронных устройств на основе аппроксимации функций внешних воздействий в общих формулах решения многочленами, что позволяет находить определенный интеграл в этих формулах решения точно.

Решение задачи. Рассмотрим метод более подробно для случаев замены функции $v(t)$ непрерывными кусочно-постоянной, кусочно-линейной, кусочно-квадратичной и кусочно-кубичной функциями [3].

Случай 1. Пусть $v(t)$ есть непрерывная кусочно-постоянная на каждом из временных интервалов, равных h, функция: $v(t) = v(kh)$ для $kh \le t \le (k+1)h$, где $k = 0,1,2,...$. Тогда имеем

$$e^{A(k+1)h}\int_{kh}^{(k+1)h} e^{-A\tau}Bv(\tau)d\tau = \left(-E + e^{Ah}\right)A^{-1}Bv(kh).$$

Следовательно, уравнение (9) может быть представлено в виде

$$x((k+1)h) = Fx(kh) + F_0Bhv(kh), \tag{10}$$

где $F = e^{Ah} = E + Ah + \frac{1}{2!}(Ah)^2 + \ldots + \frac{1}{p!}(Ah)^p = \sum_{i=0}^{p}\frac{1}{i!}(Ah)^i$,

$$F_0 = \left(-E + e^{Ah}\right)(Ah)^{-1} = \sum_{i=0}^{p}\frac{1}{(i+1)!}(Ah)^i = \sum_{i=0}^{p}\frac{1}{i!(i+1)}(Ah)^i = < \text{или} >= \sum_{i=1}^{p}\frac{1}{i!}(hA)^{i-1},\ (p \to \infty).$$

Случай 2. Пусть $v(t)$ есть непрерывная кусочно-линейная на каждом из временных интервалов функция: $v(t) = a_{0j} + a_{1j}t$, где $a_{0j} = \frac{t_{1j}v_{0j} - t_{0j}v_{1j}}{t_{1j} - t_{0j}}$, $a_{1j} = \frac{v_{1j} - v_{0j}}{t_{1j} - t_{0j}}$, $j = 1,2,...$ – номер временного интервала. Полагая $t_{0j} = kh,\ t_{1j} = (k+1)h,\ v_{0j} = v(kh)$ и $v_{1j} = v((k+1)h)$, получим: $t_{1j} - t_{0j} = (k+1)h - kh = h$. Тогда имеем

$$a_{0j} = (1+k)\cdot v(kh) - k\cdot v((k+1)h),\quad a_{1j} = \frac{v((k+1)h) - v(kh)}{h}, \text{ где } k = j-1.$$

Учёные записки № IV-1 (12)
Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета
2012

Определим выражение $e^{A(k+1)h}\int\limits_{kh}^{(k+1)h} e^{-A\tau}Bv(\tau)d\tau$, учитывая, что коэффициенты a_{0j} и a_{1j} являются постоянными величинами для каждого из временных интервалов. Для этого выполним следующие преобразования:

$$e^{A(k+1)h}\int\limits_{kh}^{(k+1)h} e^{-A\tau}B(a_{0j}+a_{1j}\tau)d\tau =$$
$$=\left[e^{Ah}(-E+Ah)+E\right](Ah)^{-2}Bhv(kh)+\left[e^{Ah}-(E+Ah)\right](Ah)^{-2}Bhv((k+1)h).$$

Следовательно, если $v(t)$ непрерывная кусочно-линейная функция, то имеем

$$x((k+1)h)=Gx(kh)+G_0Bhv(kh)+G_1Bhv((k+1)h)\ , \qquad (11)$$

где $G=F=e^{Ah}=\sum\limits_{i=0}^{p}\frac{1}{i!}(Ah)^i$, $G_0=\left[e^{Ah}(-E+Ah)+E\right](Ah)^{-2}=\sum\limits_{i=0}^{p}\frac{1}{i!(i+2)}(Ah)^i$,

$$G_1=\left[e^{Ah}-(E+Ah)\right](Ah)^{-2}=\sum\limits_{i=0}^{p}\frac{1}{(i+2)!}(Ah)^i,\ (p\to\infty).$$

Нетрудно убедиться, что при $v((k+1)h)=v(kh)$ формула (11) переходит в формулу (10): $G_0Bv(kh)+G_1Bhv((k+1)h)=\left(e^{Ah}-E\right)(Ah)^{-1}Bhv(kh)$. Следовательно, формулы (10) и (11) получены правильно.

Случай 3. Пусть $v(t)$ есть непрерывная кусочно-квадратичная на каждом из временных интервалов функция

$$v(t)=a_{0j}+a_{1j}t+a_{2j}t^2,$$

Где $a_{0j}=\dfrac{t_{1j}t_{2j}(t_{2j}-t_{1j})v_{0j}+t_{0j}t_{2j}(t_{0j}-t_{2j})v_{1j}+t_{0j}t_{1j}(t_{1j}-t_{0j})v_{2j}}{t_{2j}^2(t_{1j}-t_{0j})+t_{1j}^2(t_{0j}-t_{2j})+t_{0j}^2(t_{2j}-t_{1j})}$,

$$a_{1j}=\frac{(t_{1j}^2-t_{2j}^2)v_{0j}+(t_{2j}^2-t_{0j}^2)v_{1j}+(t_{0j}^2-t_{1j}^2)v_{2j}}{t_{2j}^2(t_{1j}-t_{0j})+t_{1j}^2(t_{0j}-t_{2j})+t_{0j}^2(t_{2j}-t_{1j})},$$

$$a_{2j}=\frac{(t_{2j}-t_{1j})v_{0j}+(t_{0j}-t_{2j})v_{1j}+(t_{1j}-t_{0j})v_{2j}}{t_{2j}^2(t_{1j}-t_{0j})+t_{1j}^2(t_{0j}-t_{2j})+t_{0j}^2(t_{2j}-t_{1j})}.$$

Полагая $t_{0j}=kh$, $t_{1j}=(k+1)h$, $t_{2j}=(k+2)h$, $v_{0j}=v(kh)$, $v_{1j}=v((k+1)h)$, $v_{2j}=v((k+2)h)$, последовательно находим

$$t_{2j}^2(t_{1j}-t_{0j})=(k^2+4k+4)h^3,\ t_{1j}^2(t_{0j}-t_{2j})=-2(k^2+2k+1)h^3,\ t_{0j}^2(t_{2j}-t_{1j})=k^2h^3,$$
$$t_{2j}^2(t_{1j}-t_{0j})+t_{1j}^2(t_{0j}-t_{2j})+t_{0j}^2(t_{2j}-t_{1j})=2h^3,\ t_{1j}t_{2j}(t_{2j}-t_{1j})=(k^2+3k+2)h^3,$$
$$t_{0j}t_{2j}(t_{0j}-t_{2j})=-2k(k+2)h^3,\ t_{0j}t_{1j}(t_{1j}-t_{0j})=k(k+1)h^3,\ t_{1j}^2-t_{2j}^2=-(2k+3)h^2,$$

$$t_{2j}^2-t_{0j}^2=4(k+1)h^2,\ t_{0j}^2-t_{1j}^2=-(2k+1)h^2,$$
$$a_{0j}=\frac{1}{2}\left[(k+1)(k+2)v(kh)-2k(k+2)v((k+1)h)+k(k+1)v((k+2)h)\right],$$

$$a_{1j} = \frac{1}{2h}\left[-(2k+3)v(kh)+4(k+1)v((k+1)h)-2(2k+1)v((k+2)h)\right],$$

$$a_{2j} = \frac{1}{2h^2}\left[v(kh)-2v((k+1)h)+v((k+2)h)\right].$$

Используем полученные выражения для определения слагаемого $e^{A(k+2)h}\int\limits_{kh}^{(k+2)h} e^{-A\tau}Bv(\tau)d\tau$ в уравнении (8) при $N=2$. Для этого выполним следующие преобразования:

$$e^{A(k+2)h}\int\limits_{kh}^{(k+2)h} e^{-A\tau}Bv(\tau)d\tau = \left\{\left(-E+e^{2Ah}\right)\left[E-\frac{3}{2}(Ah)^{-1}+(Ah)^{-2}\right]+\left[E-A(Ah)^{-1}\right]\right\}\times$$
$$\times A^{-1}Bv(kh)+2\left\{\left(-E+e^{2Ah}\right)\left[E-(Ah)^{-1}\right]+2E\right\}(Ah)^{-1}A^{-1}Bv((k+1)h)+$$
$$+\left\{\left(-E+e^{2Ah}\right)\left[-\frac{1}{2}E+(Ah)^{-1}\right](Ah)^{-1}-\left[E+2(Ah)^{-1}\right]\right\}A^{-1}B\,v((k+2)h).$$

В результате имеем:

$$x((k+2)h)=H\,x(kh)+H_0Bhv(kh)+H_1Bhv((k+1)h)+H_2Bhv((k+2)h), \tag{12}$$

где $H=e^{2Ah}$, $H_0=\left\{-\left[\frac{1}{2}E+(Ah)^{-1}\right](Ah)^{-1}+e^{2Ah}\left[E-\frac{3}{2}(Ah)^{-1}+(Ah)^{-2}\right]\right\}(Ah)^{-1}$,

$$H_1=2\left\{\left[E+(Ah)^{-1}\right]+e^{2Ah}\left[E-(Ah)^{-1}\right]\right\}(Ah)^{-2},$$

$$H_2=\left\{-\left[E+\frac{3}{2}(Ah)^{-1}+(Ah)^{-2}\right]-e^{2Ah}\left[\frac{1}{2}E-(Ah)^{-1}\right]\right\}(Ah)^{-1}.$$

При $v(kn)=v((k+1)h)=v((k+2)h)$, т.е. при постоянном входном воздействии на объект, получим

$$H_0Bhv(kh)+H_1Bhv((k+1)h)+H_2Bhv((k+2)h)=\left(-E+e^{2Ah}\right)(Ah)^{-1}Bhv(kh).$$

Нетрудно заметить, что формула для определения вектора неизвестных $x((k+2)h)$ при постоянном входном воздействии на объект имеет аналогичную формуле (10) структуру

$$x((k+2)h)=e^{2Ah}x(kh)+\left(-E+e^{2Ah}\right)(Ah)^{-1}Bhv(kh). \tag{13}$$

Случай 4. Пусть $v(t)$ есть непрерывная кусочно-кубичная на каждом из временных интервалов функция $v(t)=a_{0j}+a_{1j}t+a_{2j}t^2+a_{3j}t^3$,

где $a_{0j}=\frac{1}{6}\left[\left(k^3+6k^2+11k+6\right)v(kh)-3k\left(k^2+5k+6\right)v((k+1)h)+\right.$
$$\left.+3k\left(k^2+4k+3\right)v((k+2)h)-k\left(k^2+3k+2\right)v((k+3)h)\right],$$

$$a_{1j}=-\frac{1}{6h}\left[\left(3k^2+12k+11\right)v(kh)-3\left(3k^2+10k+6\right)v((k+1)h)+\right.$$
$$\left.+3\left(3k^2+8k+3\right)v((k+2)h)-\left(3k^2+6k+2\right)v((k+3)h)\right],$$

$$a_{2j}=\frac{1}{2h^2}\left[(k+2)v(kh)-(3k+5)v((k+1)h)+(3k+4)v((k+2)h)-(k+1)v((k+3)h)\right],$$

$$a_{3j}=-\frac{1}{6h^3}\left[v(kh)-3v((k+1)h)+3v((k+2)h)-v((k+3)h)\right].$$

Используем полученные коэффициенты для определения слагаемого $e^{A(k+3)h}\int\limits_{kh}^{(k+3)h}e^{-A\tau}Bv(\tau)d\tau$ в уравнении (8) при $N=3$. Выполним следующие преобразования:

$$e^{A(k+3)h}\int\limits_{kh}^{(k+3)h}e^{-A\tau}Bv(\tau)d\tau=\left\{\left(-E+e^{3Ah}\right)\left[E-\frac{11}{6}(Ah)^{-1}+2(Ah)^{-2}-(Ah)^{-3}\right]+\right.$$
$$\left.+\left[E-\frac{3}{2}(Ah)^{-1}+3(Ah)^{-2}\right]\right\}(Ah)^{-1}Bh\,v(kh)+$$
$$+3\left\{\left(-E+e^{3Ah}\right)\left[E-\frac{5}{3}(Ah)^{-1}+(Ah)^{-2}\right]+\left[\frac{1}{2}E-3(Ah)^{-1}\right]\right\}(Ah)^{-2}Bh\times$$
$$\times v((k+1)h)+3\left\{\left(-E+e^{3Ah}\right)\left[-\frac{1}{2}E+\frac{4}{3}(Ah)^{-1}-(Ah)^{-2}\right]+\right.$$
$$\left.+\left[\frac{1}{2}E+3(Ah)^{-1}\right]\right\}(Ah)^{-2}Bh\,v((k+2)h)+\left\{\left(-E+e^{3Ah}\right)\left[\frac{1}{3}E-(Ah)^{-1}+\right.\right.$$
$$\left.\left.+(Ah)^{-2}\right](Ah)^{-1}-\left[E+\frac{3}{2}(Ah)^{-1}+3(Ah)^{-2}\right]\right\}(Ah)^{-1}Bh\,v((k+3)h).$$

В результате имеем

$$x((k+3)h)=Kx(kh)+K_0Bh\,v(kh)+K_1Bh\,v((k+1)h)+K_2Bh\,v((k+2)h)+K_3Bh\,v((k+3)h),\quad(14)$$

где $K=e^{3Ah}$,

$$K_0=\left\{\left[\frac{1}{3}E+(Ah)^{-1}+(Ah)^{-2}\right](Ah)^{-1}+e^{3Ah}\left[E-\frac{11}{6}(Ah)^{-1}+2(Ah)^{-2}-(Ah)^{-3}\right]\right\}(Ah)^{-1},$$

$$K_1=3\left\{-\left[\frac{1}{2}E+\frac{4}{3}(Ah)^{-1}+(Ah)^{-2}\right]+e^{3Ah}\left[E-\frac{5}{3}(Ah)^{-1}+(Ah)^{-2}\right]\right\}\times(Ah)^{-2}$$

$$K_2=3\left\{\left[E+\frac{5}{3}(Ah)^{-1}+(Ah)^{-2}\right]+e^{3Ah}\left[-\frac{1}{2}E+\frac{4}{3}(Ah)^{-1}-(Ah)^{-2}\right]\right\}(Ah)^{-2},$$

$$K_3=\left\{-\left[E+\frac{11}{6}(Ah)^{-1}+2(Ah)^{-2}+(Ah)^{-3}\right]+e^{3Ah}\left[\frac{1}{3}E-(Ah)^{-1}+(Ah)^{-2}\right](Ah)^{-1}\right\}(Ah)^{-1}.$$

Если $v(kh)=v((k+1)h)=v((k+2)h)=v((k+3)h)$, тогда имеем

$$(K_0+K_1+K_2+K_3)Bh\,v(kh)=\left(-E+e^{3Ah}\right)(Ah)^{-1}Bh\,v(kh).$$

Следовательно, при постоянном входном воздействии на объект для случая $N=3$ можно записать:

$$x((k+3)h)=e^{3Ah}\,x(kh)+\left(-E+e^{3Ah}\right)(Ah)^{-1}Bh\,v(kh).\quad(15)$$

Распространяя подход, использованный для получения формул (10), (13) и (15), на случай замены функции $v(t)$ многочленом n-й степени ($n = N$) с учетом того, что потом воздействие на объект рассматривается как постоянная величина, нетрудно записать обобщенную формулу решения векторно-матричного уравнения (1)

$$x((k+N)h) = e^{NAh}\, x(kh) + \left(e^{NAh} - E\right)(Ah)^{-1} Bh\, v(kh). \tag{16}$$

Уравнение (16) позволяет получать информацию о векторе переменных состояния объекта с «забеганием вперед» на промежуток времени, равный Nh, где N – количество шагов «забегания вперед», что является большим преимуществом перед одношаговыми формулами расчета, но может быть и одношаговой формулой расчета, если $N = 1$.

Таким образом, предлагаемый метод, позволяющий находить точные решения уравнений состояния электронных устройств, является простым, наглядным и удобным для реализации на ЭВМ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Логунцов, С. В. Моделирование электрических режимов систем совмещенной передачи данных и энергии питания произвольной топологии / С. В. Логунцов, Чье Ен Ун // Информатика и системы управления. – 2008. – № 1 (15). – С. 55-62.
2. Чуа, Л. О. Машинный анализ электронных схем: алгоритмы и вычислительные методы / Л. О. Чуа, Лин Пен-Мин. – М.: Энергия, 1980. – 640 с.
3. Шеин, А. Б. Методы проектирования электронных устройств / А. Б. Шеин, Н. М. Лазарева. – Чебоксары: Чуваш. гос. ун-т, 2010. – 456 с.
4. Яров, В. М. Алгоритм расчета переходного режима в тиристорных автономных инверторах / В. М. Яров, А. Б. Шеин, Е. С. Писчасова // Применение полупроводниковых приборов в преобразовательной технике. – Чебоксары: Чуваш. гос. ун-т, 1983. – С. 65-79.
5. Paderin, A. The Computer Simulation of the Communication System that Combines Data and Power Down a Common Twiste Wire Pair / A. Paderin, Chye En Un // Journal of Harbin Institute of Technology (New Series). – Harbin, 2000. – Vol. 7. – PP. 81-83.