

Погорелова А. В., Козин В. М.
A. V. Pogorelova, V. M. Kozin

**ДВИЖЕНИЕ ТОНКОГО ТЕЛА ПОД ПЛАСТИНОЙ В ЖИДКОСТИ
КОНЕЧНОЙ ГЛУБИНЫ**

SLENDER BODY MOTION BELOW A PLATE IN A FINITE-DEPTH FLUID

Погорелова Александра Владимировна – старший научный сотрудник Института машиноведения и металлургии ДВО РАН (Россия, Комсомольск-на-Амуре). E-mail: milova@yandex.ru.

Alexandra V. Pogorelova – Senior Researcher, Institute for Machine Engineering and Metallurgy of the Far-Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences (Russia, Komsomolsk-on-Amur). E-mail: milova@yandex.ru

Козин Виктор Михайлович – профессор Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре). E-mail: kozinvictor@rambler.ru.

Victor M. Kozin – Professor, Komsomolsk-on-Amur State Technical University (Russia, Komsomolsk-on-Amur). E-mail: kozinvictor@rambler.ru

Аннотация. Работа посвящена теоретическому и экспериментальному исследованиям прямолинейного нестационарного движения тонкого твердого тела, погруженного в жидкость конечной глубины под плавающей ледяной пластиной. Получено хорошее согласование теоретических и экспериментальных результатов по максимальному прогибу пластины для различных глубин погружения тела, глубин водоема и скоростей движения.

Summary. The paper deals with the theoretical and experimental investigation of the straight unsteady motion of a slender solid body submerged into the liquid of finite depth below a floating ice plate. Good agreement between theoretical and experimental results regarding the values of the plate maximum deflections for various submergence depths, water depth and velocities is obtained.

Ключевые слова: погруженное тело, пластина Эйлера-Бернулли, вертикальное перемещение, изгибно-гравитационные волны.

Key words: submerged body; Euler-Bernoulli plate; vertical deflection; flexural-gravity waves.

УДК 532.59+539.3

Использование подводных судов в ледовых условиях может привести к необходимости их всплытия из-под льда. Для безопасного всплытия судна ледяной покров предварительно может быть разрушен или ослаблен трещинами, появляющимися вследствие возбуждения в нем изгибно-гравитационных волн при движении подводного судна вблизи поверхности раздела лед-вода. Возможность разрушения ледяного покрова посредством возбуждения изгибно-гравитационных волн от движущегося подводного судна была рассмотрена в работе [2] для бесконечно глубокой жидкости. Цель данной работы – проанализировать влияние глубины водоема на возможность разрушения ледяного покрова посредством движения субмарины вблизи поверхности раздела лед-вода.

Рассматривается бесконечная упругая пластина (толщиной h и плотностью ρ_1), плавающая на поверхности жидкости глубиной H . В жидкости на глубине d движется тонкое тело со скоростью $u(t)$. Совмещенная с телом система координат $Oxuz$ располагается следующим образом: плоскость xOy совпадает с невозмущенной поверхностью раздела лед-вода, ось x направлена вдоль движения тела, ось z – вертикально вверх. Предполагается, что жидкость несжимаема, плотность ρ_2 , движение жидкости потенциальное.

Предположим, что задача о движении тонкого почти осесимметричного тела под плавающей пластиной в жидкости конечной глубины может быть решена посредством замены тела системой источник-сток, ориентированной параллельно движению. Аналогично [2],

обтекание тонкого тела областью жидкости $-H < z < 0$, ограниченной свободной поверхностью $z = 0$ и дном водоема $z = -H$, мы рассмотрим посредством обтекания точечного источника мощности $q > 0$ в точке $(L_q, 0, -d)$, точечного стока мощности $-q < 0$ в точке $(-L_q, 0, -d)$, трех мнимых источников мощности $q > 0$ в точках $(L_q, 0, -2H+d)$, $(-L_q, 0, d)$ и $(-L_q, 0, -2H-d)$ и трех мнимых стоков мощности $-q < 0$ в точках $(-L_q, 0, -2H+d)$, $(L_q, 0, d)$ и $(L_q, 0, -2H-d)$ (рис. 1). Диаметр твердого тела приближенно равен $2R$, а его длина равна $2L$. Заметим, что, так как тело не осесимметричное, то R – характерный размер центрального сечения, и величина R вычисляется из уравнения $\pi R^2 = \Omega$, где Ω – площадь центрального поперечного сечения.

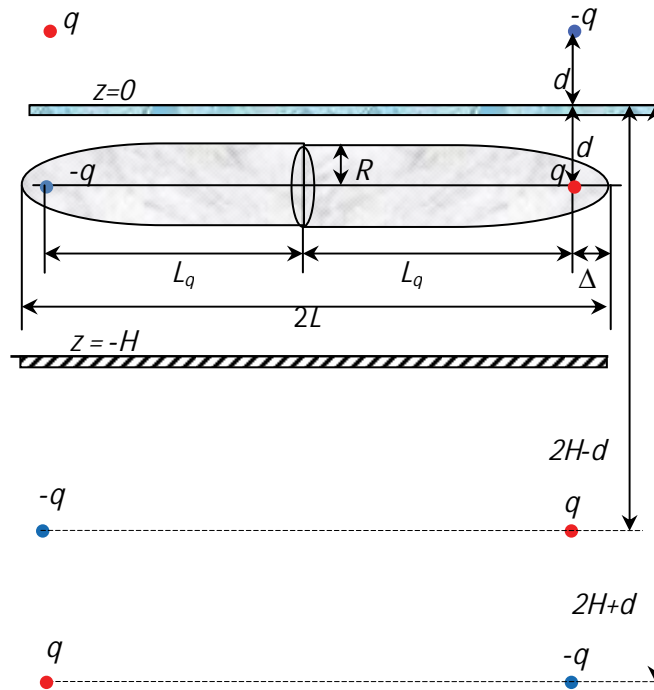


Рис. 1. Схема обтекания системы источник-сток равномерным потоком жидкости конечной глубины со свободной поверхностью

Введем безразмерные переменные: $\delta = \Delta / L$, $r = R / L$, $\chi = d / L$, $\gamma = H / L$. По аналогии с работой [3] для малых r можно получить следующие асимптотические разложения для значений q и δ :

$$q \approx \pi R^2 \left(1 + \frac{r^2}{2} (1 + C) + \dots \right), \quad \delta \approx \frac{r}{2} \left(1 + \frac{r^2}{4} \left(\frac{7}{8} + C + \frac{1}{8} B \right) + \dots \right), \quad (1)$$

$$C = -\frac{1}{(4\chi^2 + 1)^{3/2}} - \frac{1}{(4\gamma^2 + 1)^{3/2}} + \frac{1}{(4(\gamma - \chi)^2 + 1)^{3/2}},$$

$$B = \frac{1}{(\chi^2 + 1)^{3/2}} + \frac{1}{(\gamma^2 + 1)^{3/2}} - \frac{1}{((\gamma - \chi)^2 + 1)^{3/2}}.$$

Таким образом, получены формулы, с помощью которых можно по заданным характерным размерам тела (длине и площади поперечного сечения) вычислить мощность источника и стока и расстояние между ними при замене тонкого тела системой источник-сток.

Воспользуемся полученными ранее в работе [4] формулами для расчета прогиба плавающей пластины $\zeta(x, y, t)$ при движении источника в жидкости конечной глубины:

$$\zeta(x, y, t) = \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\pi}^{\pi} d\theta \int_0^{\infty} \frac{\exp(-k\chi_0 + ik(x \cos \theta + y \sin \theta))}{1 + \varepsilon \eta^3 k^4} \times$$

$$\times \left[\exp(\sigma s) \left(\eta \rho \cos(\sqrt{\beta} t) \dot{u} \Big|_{t=0} + \int_0^t f_2(\tau) \cos(\sqrt{\beta}(t - \tau)) d\tau \right) + \eta \rho (\sigma u^2(t) - \dot{u}(t)) m \right] k dk, \quad (2)$$

$$f_2(k, \theta, \tau) = \exp(-\sigma s(\tau)) \left\{ \dot{u} (1 + \varepsilon \eta^3 k^4) m_1 + (\ddot{u} - 3u \dot{u} \sigma + u^3 \sigma^2) \eta \rho m \right\},$$

$$m = 1 + \exp(k\chi_0 - 2k\gamma_0) \sinh h(k\chi_0) \left(1 - \frac{1}{k\eta\rho} \right), \quad m_1 = 1 + \exp(k\chi_0 - 2k\gamma_0) \sinh(k\chi_0),$$

$$\gamma_0 = \frac{H}{L_0}, \quad \varepsilon = \frac{E}{12(1-\nu^2)\rho_2 g L_0}, \quad \rho = \frac{\rho_1}{\rho_2}, \quad \eta = \frac{h}{L_0}, \quad \sigma = ik \cos \theta,$$

$$\chi_0 = \frac{d}{L_0}, \quad \beta = \frac{(1 + \varepsilon \eta^3 k^4) k \tanh(k\gamma_0)}{1 + k\eta\rho \tanh(k\gamma_0)}$$

где $L_0 = \sqrt{g_0}$ – характерный масштаб для обезразмеривания задачи; ν – коэффициент Пуассона.

Используя формулы (1) и (2), можно теоретически рассчитать высоту прогиба ледяного покрова при движении под ним в жидкости конечной глубины тонкого почти осесимметричного тела по заданным размерам тела, его скорости движения, глубине водоема и глубине погружения.

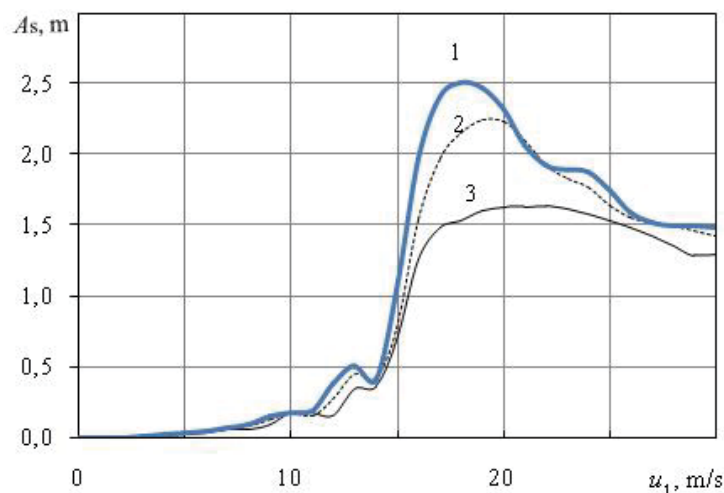


Рис. 2. Теоретически рассчитанные значения максимальной высоты волны при равномерном движении тонкого тела ($2L = 105$, $r = 1/9$) на глубине $d = 40$ м под ледяным покровом толщиной 1 м для разных глубин водоема: кривая 1 – $H = 55$ м; кривая 2 – $H = 65$ м; кривая 3 – $H = \infty$

Для апробации теоретических результатов были проведены экспериментальные исследования движения модели подводного судна (в масштабе 1/500) под неразрушаемым ледяным покровом в бассейне размерами $5,2 \times 1,8 \times 0,8$ м. В качестве ледяного покрова использовалась полимерная пластина с параметрами $h = 0,002$ м, $E = 10^7$ Н/м², $\rho_1 = 1200$ кг/м³, $\nu = 0,4$, которая при пересчете на натуру моделировала ледяную пластину толщиной 1 м с модулем Юнга $E = 5 \times 10^9$ Н/м². Для того чтобы полимерная пластина не тонула, она укладывалась на тонкую полиэтиленовую пленку. Модель подводного судна длиной $2L = 210$ см, соответствующая в масштабе 1/500 субмарине с водоизмещением 12 000 т, приводилась в движение динамометрической буксировочной системой. Скорость буксировки изменялась путем соответствующего изменения силы тока, подаваемого на электродвигатели, и измерялась секундомером. После разгона модель выходила на равномерное движение с заданной скоростью u_1 . Вертикальные перемещения пластины фиксировались бесконтактными инфра-

красными датчиками, подключенными к компьютеру. Параметры модельных изгибно-гравитационных волн пересчитывались на натурные значения в соответствии с методикой [1]. Анализировалось влияние заглубления и скорости модели на максимальные прогибы пластины.

Результаты расчета по формулам (1) и (2) максимальной высоты волны при равномерном движении тела со скоростью u_1 после начального ускорения представлены на рис. 2. Видно, что уменьшение глубины водоема приводит к росту высоты волны.

Результаты экспериментальных исследований, пересчитанные на натуру, показаны на рис. 3. Видно, что экспериментальные и теоретические результаты дают хорошее качественное совпадение.

Сравнение рис. 2 и рис. 3 позволяет сделать вывод, что максимальные значения высоты волны возможны только при движении судна со скоростями большими, чем u_{\min} – минимальная фазовая скорость распространения изгибно-гравитационных волн для глубокой воды $u_{\min} = 2(Dg^3/27\rho_2)^{1/8}$. При движении судна со скоростями меньшими, чем u_{\min} , высота волны прогиба настолько мала, что при экспериментальных модельных исследованиях ее очень сложно зафиксировать специальным оборудованием.

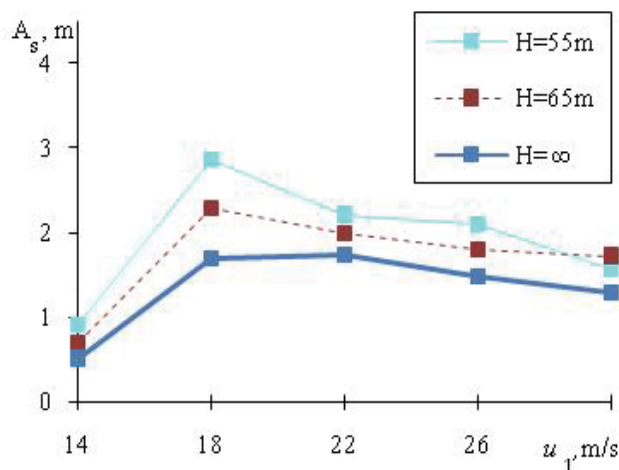


Рис. 3. Экспериментальные значения максимальной высоты волны при равномерном движении субмарины на глубине $d = 40$ м под ледяным покровом толщиной 1 м

Проведенное исследование позволяет сделать следующие выводы: замена тонкого почти осесимметричного тела системой источник-сток позволяет рассчитать прогибы плавающей упругой пластины при движении субмарины в жидкости конечной глубины. Результаты численных расчетов с использованием полученных формул дают хорошее согласование с экспериментальными исследованиями движения модели подводного судна под неразрушаемым ледяным покровом (полимерной пластиной). Наибольшие прогибы пластины имеют место при движении тела со скоростью $u \geq u_{\min}$. Теоретически и экспериментально показано, что уменьшение глубины водоема приводит к увеличению высоты волны прогиба пластины, однако ввиду возникающей проблемы обеспечения безопасности движения судна подо льдом при малой глубине водоема данный результат на практике стоит применять с большой осторожностью.

ЛИТЕРАТУРА

1. Козин, В. М. Моделирование изгибно-гравитационных волн в сплошном ледяном покрове / В. М. Козин // Теория и прочность ледокольного корабля. – Вып. 3. – Горький: Изд-во ГПИ, 1982. – С. 35-38.
2. Погорелова, А. В. Движение тонкого тела в жидкости под плавающей пластиной / А. В. Погорелова, В. М. Козин, В. Л. Земляк // ПМТФ. – 2012. – Т. 53. – № 1. – С. 32-44.
3. Pogorelova A.V., Kozin V.M. Unsteady motion of Submarine under an Ice Sheet / The Proceedings of The Twentieth (2010) International OFFSHORE AND POLAR ENGINEERING CONFERENCE, ISOPE, Beijing, 2010. Vol. I, pp. 1285-1291.
4. Pogorelova A.V., Kozin V.M. Flexural-gravity waves due to unsteady motion of point source under a floating plate in fluid of finite depth. Journal of Hydrodynamics. 2010. Vol. 22, Is 5, supplement, pp. 71-76.