Учёные записки № I-1 (1) 2010
Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета

Стельмащук С. В.
S. V. Stelmaschuk

05.13.06

ОЦЕНКА КАЧЕСТВА СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ НА ОСНОВЕ УПРОЩЁННОЙ МОДЕЛИ

ESTIMATION OF CONTROL SYSTEM QUALITY USING A SIMPLIFIED MODEL

Стельмащук Сергей Валерьевич — кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Электропривод и автоматизация промышленных установок» Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. E-mail: rukdpsv@rambler.ru

Sergey V. Stelmaschuk — PhD in Engineering, Assistant Professor at the Department of Electro drive Engineering and Industrial Automation, Komsomolsk-on-Amur State Technical University (Komsomolsk-on-Amur). E-mail: rukdpsv@rambler.ru

Аннотация: Предложена методика оценки качества системы автоматического регулирования, основанная на замене замкнутой структуры исследуемой системы на упрощённую модель – инерционным звеном второго порядка. Определены аналитические формулы, связы-вающие параметры модели и частотные показатели исследуемой системы. Приведён численный пример.

Summary: An estimation procedure for the quality of a control systems is proposed, based on a change of ф closed model of the system under analysis to a simplified model – i.e. a second order inertial link. Defined are the analytic formulas that associate model parameters with frequency parameters of the analyzed system. A number of examples are given.

Ключевые слова: система регулирования, показатели качества, инерционное звено второго порядка, переходный процесс

Keywords: control system, quality ratings, second order inertial link, transient process.

Введение

В теории автоматического управления задача синтеза ставится как обратная к задаче анализа. Поэтому, если удастся определить аналитическую не трансцендентную связь между математическим описанием и показателями качества системы регулирования, то можно вывести наиболее простые и удобные способы синтеза или настройки регуляторов системы регулирования, используемые как на этапе проектирования, так и на этапе эксплуатации системы регулирования.

Во многих источниках [1; 2; 3] рассматриваются вопросы параметрической идентификации объекта управления, где на основе экспериментально полученной переходной или импульсной характеристики объекта определяются параметры приближённой модели объекта управления. При этом основным критерием определения приближенной модели является схожесть временных характеристик на выходе модели и на выходе объекта. Данные способы параметрической идентификации используются в методиках настройки регуляторов с заданной структурой. Однако в таком подходе существует один существенный недостаток: если модель схожа с объектом управления по переходной характеристике, т.е. когда на вход подаётся ступенчатое воздействие, то это не значит, что модель будет вести себя так же, как и объект в замкнутой системе регулирования, где сигнал управления далеко отличен от ступенчатого вида. Поэтому данный подход является приближённым и даёт грубую настройку регуляторов. Другим недостатком данного подхода является ограниченность методики: он распространяется только на объекты с большой инерционностью, у которых переходные характеристики носят апериодический характер.

В данной работе представлен другой подход. Во-первых, моделью заменять не объект управления, а всю систему регулирования. Во-вторых, в качестве модели использовать не апериодическое звено 2-го порядка с запаздыванием, а инерционное звено 2-го порядка, допускающее как апериодический, так и колебательный характер переходных характеристик всей системы регулирования.

При таком подходе ставится задача: по математическому описанию разомкнутой системы регулирования определить параметры приближённой модели замкнутой системы регулирования для оценки качества переходных характеристик системы. Оценка переходных характеристик осуществляется с помощью следующих параметров: статической точности ε, перерегулирования σ и времени переходного процесса $t_{пп}$, а в качестве параметров разомкнутой системы регулирования используются частотные характеристики: частота среза $\omega_{ср}$ и значение фазы при частоте среза $\varphi_{ср}$, которая связана с запасом устойчивости по фазе $\varphi_{ср} = \Delta\varphi - \pi$.

Поступила в редакцию 12.01.2010 г.

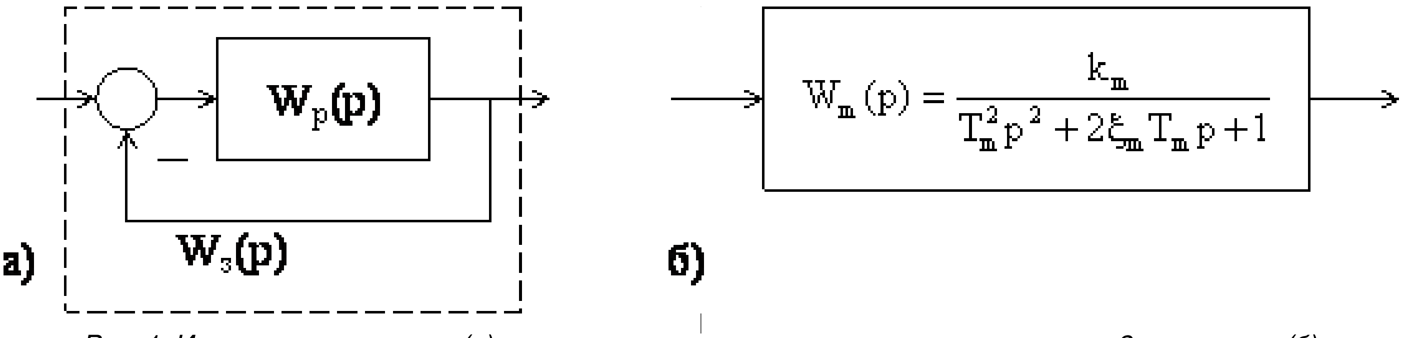


Рис. 1. Исследуемая система (а) ставится в соответствие с инерционным звеном 2-го порядка (б)

Постановка задачи

Задана передаточная функция разомкнутой системы Wp(p) автоматического регулирования с единичной отрицательной обратной связью. В соответствие передаточной функции замкнутой системы Wз(p) ставится упрощённая модель второго порядка Wm(p), в качестве которой выступает инерционное звено 2-го порядка (см. рис. 1).

Необходимо определить параметры модели Wm(p) такими, чтобы прямые показатели качества модели были наименее приближённо равны прямым показателям качества системы регулирования Wз(p).

Рассмотрим разомкнутую передаточную функцию модели $W'_m(p)$, которая является прообразом разомкнутой передаточной функции системы Wp(p). Параметры модели km, Tm и ξm определяются на основе равенства частоты среза $\omega_{ср}$ и значения фазовой частотной характеристики (ФЧХ) при частоте среза $\varphi_{ср}$ исследуемой системы и модели.

Таким образом, решаются две задачи: определение параметров модели km, Tm и ξm по частотным параметрам разомкнутой передаточной функции исследуемой системы $\omega_{ср}$ и $\varphi_{ср}$ и оценка прямых показателей качества с помощью параметров модели. При этом исследуются два случая: статическая и астатическая системы.

Определение параметров модели

Для исследуемой системы со статической точностью ε передаточная функция модели будет иметь коэффициент пропорциональности

$$k_m = 1 - \varepsilon.$$

Тогда передаточная функция разомкнутой модели равна

$$W'_m(p) = \frac{W_m(p)}{1 - W_m(p)} = \frac{1-\varepsilon}{T_m^2 p^2 + 2\xi_m T_m p + \varepsilon}.$$

Значение статической точности можно определить следующим образом

$$\varepsilon = 1 - k_з,$$

где $k_з = \frac{k_p}{1 + k_p}$ – коэффициент усиления замкнутой статической исследуемой системы, при этом

$k_з = 1$ – коэффициент усиления замкнутой астатической исследуемой системы;

$k_p = W_p(0)$ – коэффициент усиления разомкнутой статической исследуемой системы.

По заданной передаточной функции разомкнутой системы определяется частота среза решением уравнения

$$\left| W_p(j\omega_{ср}) \right| = 1.$$

Данное уравнение для точности вычисления необходимо решить численным методом. Для реальных объектов данная задача решается экспериментальным способом. По значению $\omega_{ср}$ вычисляется значение ФЧХ разомкнутой системы при частоте среза $\varphi_{ср} = \arg(W_p(j\omega_{ср}))$.

Для рассчитанных значений частоты среза $\omega_{ср}$ и ФЧХ при частоте среза $\varphi_{ср}$ исследуемой системы составим систему уравнений для разомкнутой передаточной функции модели

$$\left| \frac{1-\varepsilon}{T_m^2 (j\omega_{ср})^2 + 2\xi_m T_m j\omega_{ср} + \varepsilon} \right| = 1$$

$$\varphi_{ср} = \arg\left(\frac{1-\varepsilon}{T_m^2 (j\omega_{ср})^2 + 2\xi_m T_m j\omega_{ср} + \varepsilon} \right).$$

Решая данную систему уравнений, получим формулы для вычисления параметров модели

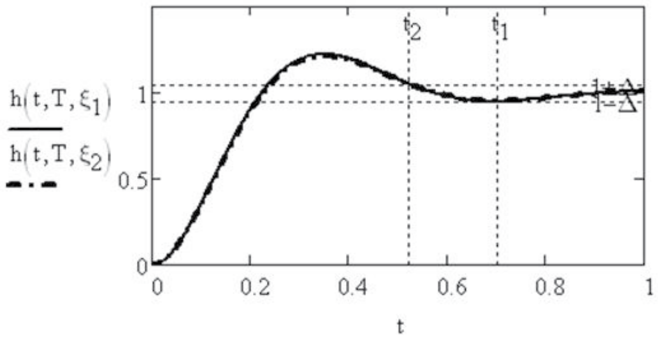


Рис. 2. Кривые переходной функции колебательного звена при почти равных коэффициентах демпфирования

$$\xi_m = \frac{(\varepsilon - 1)\sin\varphi_{cp}}{2\sqrt{\varepsilon - \cos\varphi_{cp} + \varepsilon\cos\varphi_{cp}}}$$
$$T_m = \frac{\sqrt{\varepsilon - \cos\varphi_{cp} + \varepsilon\cos\varphi_{cp}}}{\omega_{cp}} \quad (1)$$

Для астатической системы данные формулы примут вид при $\varepsilon = 0$

$$\xi_m = \frac{-\sin\varphi_{cp}}{2\sqrt{-\cos\varphi_{cp}}}$$
$$T_m = \frac{\sqrt{-\cos\varphi_{cp}}}{\omega_{cp}} \quad (2)$$

При этом необходимо учесть, что значение $\varphi_ф$ для астатической системы должно изменяться в пределах $-\pi < \varphi_{cp} < -\frac{\pi}{2}$.

Расчёт прямых показателей качества

Значение перерегулирования определяется однозначной формулой, которая хорошо представлена в [4]:

$$\sigma = e^{-\frac{\xi_m \pi}{\sqrt{1-\xi_m^2}}} \quad (3)$$

Из формулы видно, что перерегулирование зависит только от коэффициента демпфирования ξ_m.

Определить время переходного процесса однозначной формулой сложно, так как её значение резко изменяется при некоторых значениях коэффициента демпфирования ξ_m в пределах от 0 до 1. Такой пример продемонстрирован на рисунке 2, где изображены два почти одинаковых переходных процесса с разными коэффициентами демпфирования, которые незначительно отличаются друг от друга: $\xi_1 = 0.43$, $\xi_2 = 0.44$.

Время переходного процесса здесь определено прямым способом. Видно, что значение времени переходного процесса, соответствующее для каждой из кривой, значительно различается: $t_1 = 0.703$ с и $t_2 = 0.523$ с.

Такие скачки значения $t_{пп}$ не позволяют получить однозначную формульную зависимость между параметрами модели и значением $t_{пп}$. Поэтому время переходного процесса целесообразнее оценить приблизительной формулой, полученной на основе корневого показателя степени устойчивости η, которая определяется расстоянием до мнимой оси ближайшего корня

$$t_{пп} \approx \frac{1}{\eta}\ln\frac{1}{\Delta} \quad (4)$$

где $\eta = \frac{\xi_m}{T_m}$ – при $0 < \xi_m < 1$;

$\eta = \frac{\xi_m - \sqrt{\xi_m^2 - 1}}{T_m}$ – при $\xi_m \geq 1$;

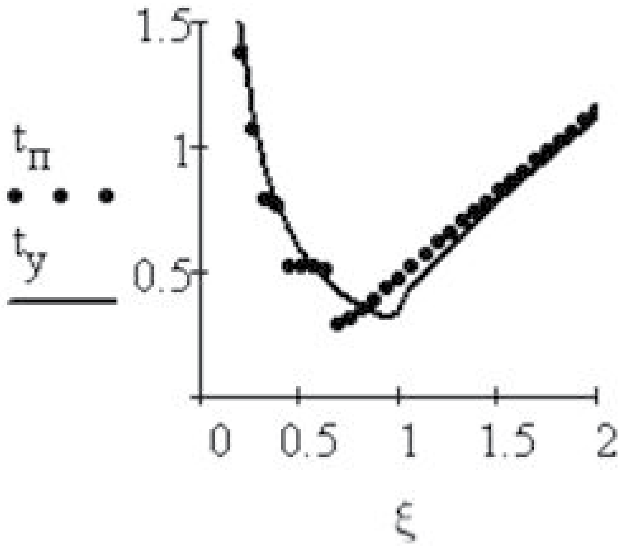
Δ – относительная величина зоны установившегося процесса.

Для вышеприведённого примера время переходного процесса по приблизительным формулам составит соответственно $t_1' = 0.697$ с и $t_2' = 0.681$ с. Видно, что эти значения мало отличаются друг от друга.

На рисунке 3 представлены зависимости времени переходного процесса, рассчитанные по прямому способу $t_п$, и по упрощенной формуле $t_у$ от изменения значения ξ_m. На рис. 3 а зависимости получены для величины $\Delta = 0.05$, на рис. 3 б – зависимости при $\Delta \to 0$. Видно, что кривая упрощённой зависимости отражает характер изменения времени переходного процесса, определённого простым способом.

Пример

Рассмотрим пример оценки некоторой системы регулирования с передаточной функцией разомкнутой системы



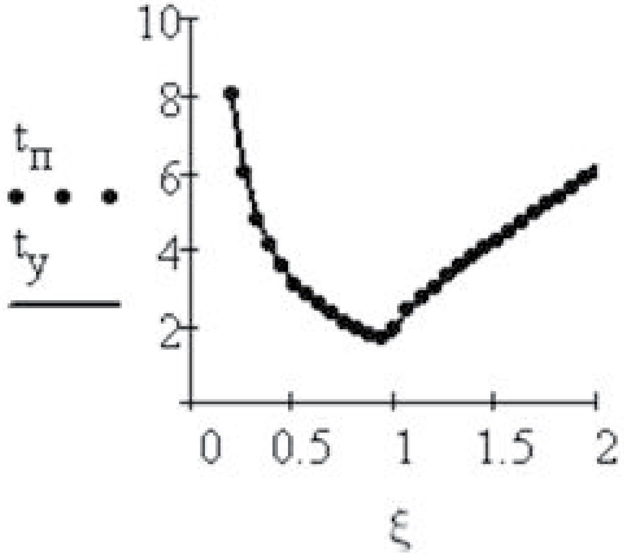


Рис. 3. Оценка времени переходного процесса прямым способом $t_п$ и по упрощенной формуле $t_у$ при величине зоны установившегося процесса $\Delta = 0.05$ (а) и $\Delta \to 0$ (б)

$$W_р(p) = \frac{10(0.3p+1)}{(0.01p+1)(0.1p+1)(0.5p+1)(p+1)}$$

Приравнивая АЧХ разомкнутой системы единице, определяем частоту среза $\omega_{ср} = 5.629\ с^{-1}$. Подставляя данное значение в ФЧХ разомкнутой системы, получим значение фазы при частоте среза $\varphi_{ср} = -2.157$ рад. По данным частотным параметрам исследуемой системы с помощью формул (1) определим параметры модели $\xi_m = 0.491$ и $T_m = 0.137$.

Для исследуемой системы определим показатели качества прямым способом: $\sigma_п = 0.179$ и $t_п = 0.74$ с.

Для модели – расчёт показателей качества по формулам (3) и (4): $\sigma_у = 0.17$ и $t_у = 0.835$ с. Графики переходных процессов исследуемой системы $h(t)$ и модели $h'(t)$ представлены на рисунке 4.

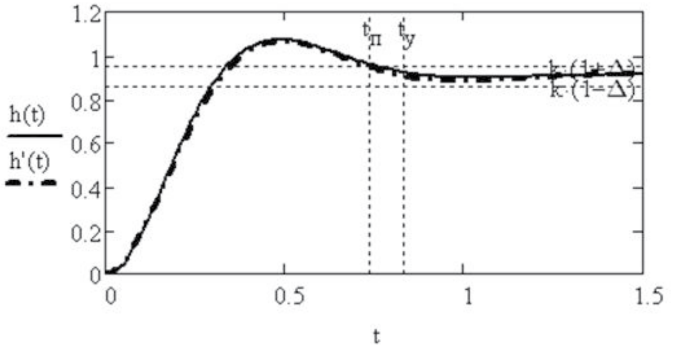


Рис. 4. Переходные процессы исследуемой системы $h(t)$ и модели – инерционного звена 2-го порядка $h'(t)$

Выводы

На рисунке 3 видно, что кривые переходных процессов исследуемой системы и модели практически не отличаются. Это означает, что использование инерционного звена 2-го порядка в качестве модели системы автоматического регулирования позволяет использовать однозначную аналитическую связь между прямыми показателями качества и математическим описанием объекта управления в задаче синтеза регулятора.

ЛИТЕРАТУРА

1. Аркадьев, В. Ю. Проектирование по теории автоматического управления / В. Ю. Аркадьев, А. И. Папченко, А. Г. Попруга, В. П. Боярчук. / Под общ. ред. Аркадьева В. Ю. - Херсон: Херсонский государственный технический университет, 2002. - 272 с.
2. Денисенко, В. ПИД-регуляторы вопросы реализации. Ч.2. Расчёт параметров регу-лятора / В. Денисенко // Современные технологии автоматизации. - 2008. - N 1. - С. 86-99.
3. Мазуров, В. М. Автоматические регуляторы в системах управления и их настройка. Ч. 2. Автоматические регуляторы и их настройка. Общие сведения о промышленных системах регулирования / В. М. Мазуров // Компаненты и технологии. - 2003. - N 5. - С. 114-118.
4. Методы классической и современной теории автоматического управления: Учебник в 5-и тт.; 2-е изд., перераб. и доп. Т.1: Математические модели, динамические характеристики и анализ систем автоматического управления / Под ред. К.А. Пупкова, Н.Д. Егупова. – М.: Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 656 с.