

МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА
MATHEMATICS AND MECHANICSГнедин П. А., Дубровский И. Н.
P.A.Gnedin, I.N.Dubrovsky

01.02.01

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ АСИНХРОННОЙ МАШИНЫ
В КОМПЛЕКСНЫХ ВЕЛИЧИНАХ**
**MATHEMATICAL DESCRIPTION BY COMPLEX VALUES OF AN ASYNCHRONOUS
MACHINE****Гнедин Павел Александрович** — кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры электропривода и автоматизации промышленных установок Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. E-mail: keapu@knastu.ru.**Pavel A. Gnedin** — PhD in Engineering, senior lecture at the Department of Electro drive Engineering and Industrial Automation, Komsomolsk-on-Amur State Technical University. E-mail: keapu@knastu.ru.**Дубровский Игорь Николаевич** — аспирант кафедры электромеханики, старший преподаватель военной кафедры Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. E-mail: kem@knastu.ru.
Igor N. Dubrovsky —

PhD Candidate, Department of Electro mechanics, senior lecturer at the Military Department of Komsomolsk-on-Amur State Technical University. E-mail: kem@knastu.ru.

Аннотация: Получена система уравнений в комплексных величинах, описывающая переходные процессы в асинхронных машинах, статорные величины которой записаны в осях α , β , а роторные — в осях d , q . С помощью программного комплекса MatLab рассчитаны графики переходных процессов.

Summary: Presented is a system of complex-value equations describing transient processes in asynchronous machines, whose stator values are written on axes α , β , and rotor values — on axes d , q . Using Matlab software, diagrams of the transient processes have been calculated.

Ключевые слова: Асинхронная машина, комплексные величины, переходные процессы.

Keywords: asynchronous machine, complex values, transient processes.

В настоящее время большинство математических программных систем и пакетов программ, предназначенных для автоматизации математических расчетов, позволяют при решении систем дифферен-

циальных и алгебраических уравнений численными методами использовать комплексные числа. В связи с этим открывается возможность перейти от классического описания асинхронной машины, когда записывается два уравнения: отдельно для вещественной и комплексной осей, к написанию одного уравнения с использованием комплексных чисел. Данный подход позволяет также в одной системе дифференциальных и алгебраических уравнений использовать одновременно переменные в различных осях: статорные величины в осях α , β , а роторные в осях d , q .

Запишем систему дифференциальных и алгебраических уравнений в комплексных величинах, описывающую переходные процессы в асинхронных машинах с помощью работы [1].

Уравнение для напряжений статора в комплексной плоскости α , β (в [1,824] формула 69-31):

$$\vec{U}_{1(\alpha,\beta)} = R_1 \cdot \vec{I}_{1(\alpha,\beta)} + \frac{d\vec{\Psi}_{1(\alpha,\beta)}}{dt} \quad (1)$$

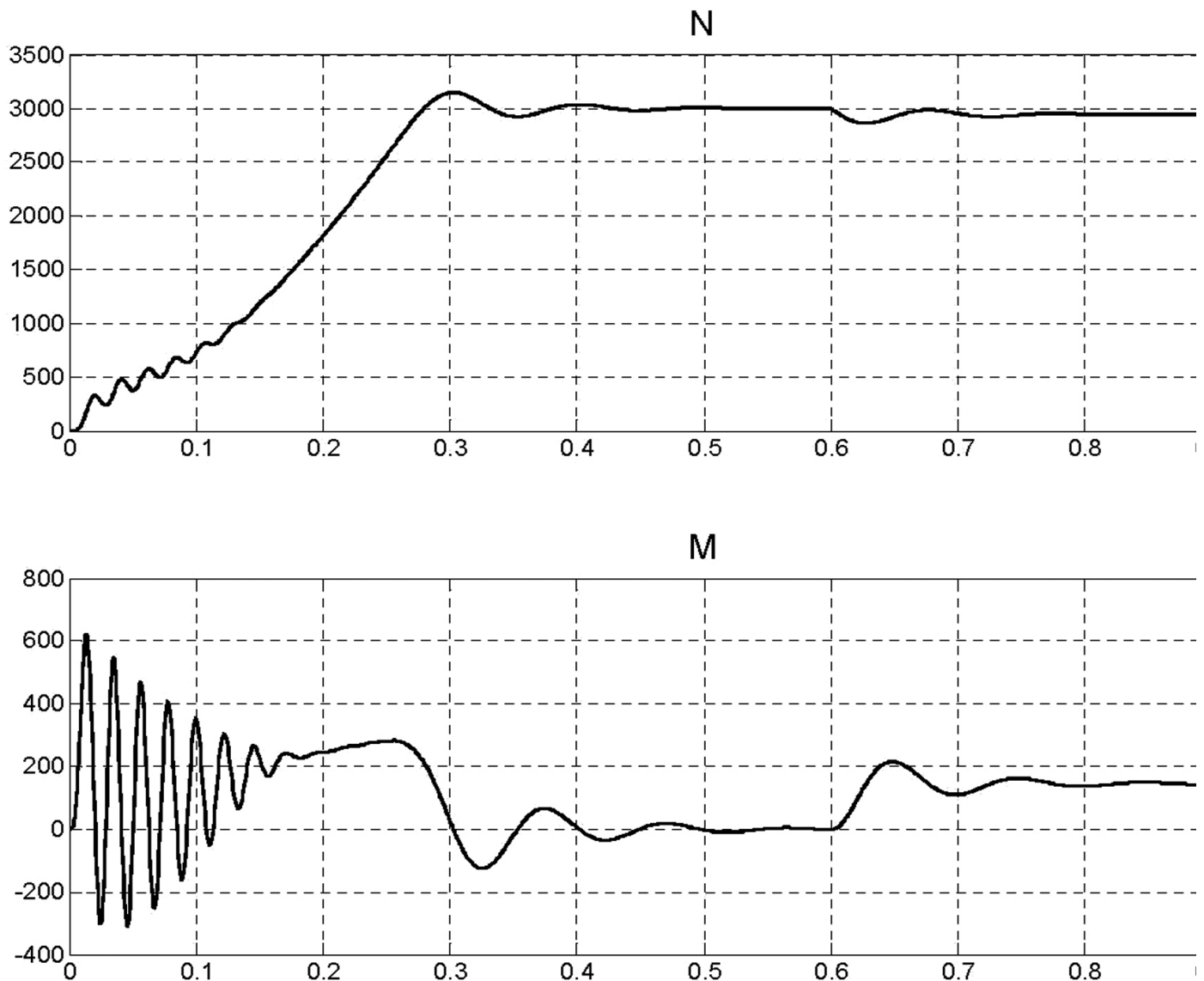


Рис. 1. Графики переходных процессов для частоты вращения вала и электромагнитного момента в режиме пуска и наброса нагрузки

Уравнение для напряжений ротора в комплексной плоскости d, q (в [1,825] формула 69-32):

$$\vec{U}_{2(d,q)} = R_2 \cdot \vec{I}_{2(d,q)} + \frac{d\vec{\Psi}_{2(d,q)}}{dt} \quad (2)$$

Результирующая комплексная функция потокосцепления статора, выражается через результирующие комплексные функции токов статора и ротора (в [1,824] формула 69-29):

$$\vec{\Psi}_{1(\alpha,\beta)} = L_1 \cdot \vec{I}_{1(\alpha,\beta)} + L_{12m} \cdot \vec{I}_{2(d,q)} \cdot e^{j\alpha} \quad (3)$$

где $\alpha = p \cdot \gamma$ — угол между осями α, β и d, q;

p — число пар полюсов;

γ — угол между осями фаз A и a.

Результирующая комплексная функция потокосцепления ротора, выражается через результирующие комплексные функции токов статора и ротора (в [1,824] формула 69-30):

$$\vec{\Psi}_{2(d,q)} = L_2 \cdot \vec{I}_{2(d,q)} + L_{12m} \cdot \vec{I}_{1(\alpha,\beta)} \cdot e^{-j\alpha} \quad (4)$$

Электромагнитный момент рассчитывается по формулам (в [1,829] формулы 69-44 и 69-45):

$$M = \frac{3}{2} \cdot p \cdot \text{Im}(\vec{\Psi}_{1(\alpha,\beta)} \cdot \vec{I}_{1(\alpha,\beta)}) = \frac{3}{2} \cdot p \cdot \text{Im}(\vec{\Psi}_{2(d,q)} \cdot \vec{I}_{2(d,q)}) \quad (5)$$

Уравнение движения ротора (в [1,816] формула 69-11):

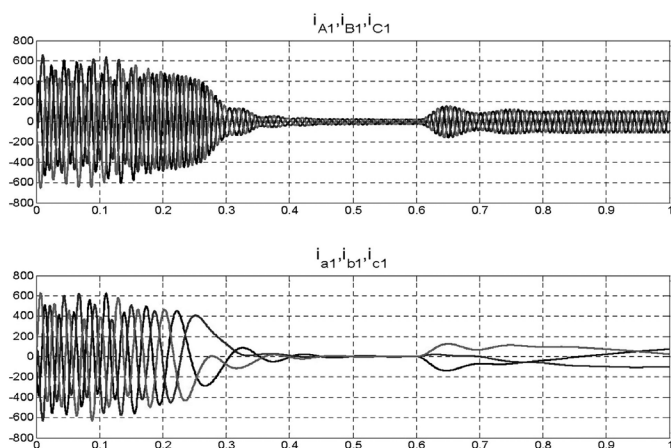


Рис. 2. Графики переходных процессов для токов статора и ротора в режиме пуска и наброса нагрузки

$$M + M_c = J \cdot \frac{d\omega}{dt} \quad (6)$$

Искомую систему уравнений можно записать, выразив производные потокоцеплений из (1) и (2), токи из (3) и (4) и производную скорости из (6):

$$\begin{cases} \frac{d\tilde{\psi}_{1(\alpha,\beta)}}{dt} = \tilde{U}_{1(\alpha,\beta)} - R_1 \cdot \tilde{I}_{1(\alpha,\beta)} \\ \frac{d\tilde{\psi}_{2(d,q)}}{dt} = \tilde{U}_{2(d,q)} - R_2 \cdot \tilde{I}_{2(d,q)} \\ \tilde{I}_{1(\alpha,\beta)} = \frac{\tilde{\psi}_{1(\alpha,\beta)} \cdot L_2 - \tilde{\psi}_{2(d,q)} \cdot L_{12m} \cdot e^{j\gamma}}{L_1 \cdot L_2 - L_{12m}^2} \\ \tilde{I}_{2(d,q)} = \frac{\tilde{\psi}_{2(d,q)} \cdot L_1 - \tilde{\psi}_{1(\alpha,\beta)} \cdot L_{12m} \cdot e^{-j\gamma}}{L_1 \cdot L_2 - L_{12m}^2} \\ M = \frac{3}{2} \cdot p \cdot \text{Im}(\tilde{\psi}'_{1(\alpha,\beta)} \cdot \tilde{I}_{1(\alpha,\beta)}) \\ \frac{d\omega}{dt} = \frac{M + M_c}{J} \\ \frac{d\gamma}{dt} = \omega \end{cases} \quad (7)$$

Таким образом, мы имеем систему уравнений, состоящую из семи уравнений, в которой представле-

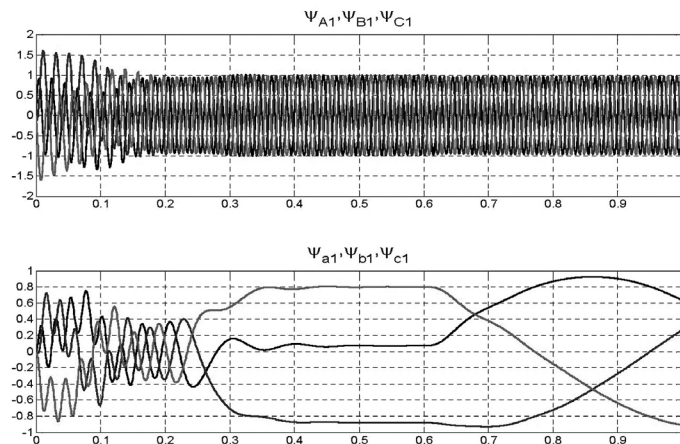


Рис. 3. Графики переходных процессов для потокоцеплений статора и ротора в режиме пуска и наброса нагрузки

ны все электрические и механические переменные. Статорные величины записаны здесь в осях α, β , а роторные — в осях d, q .

Выражение фазных величин через результирующие комплексные функции также представлено в работе [1,820]:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} i_{A1} \\ i_{B1} \\ i_{C1} \end{bmatrix} = \text{Re} \left[\tilde{I}_{1(\alpha,\beta)} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ e^{j\frac{4\pi}{3}} \\ e^{j\frac{2\pi}{3}} \end{bmatrix} \right] \\ \begin{bmatrix} i_{d1} \\ i_{q1} \\ i_{c1} \end{bmatrix} = \text{Re} \left[\tilde{I}_{2(d,q)} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ e^{j\frac{4\pi}{3}} \\ e^{j\frac{2\pi}{3}} \end{bmatrix} \right] \end{cases} \quad (8)$$

На рис. 1-3 представлены графики переходных процессов, полученные при решении системы уравнений (7) с помощью программы MatLab для асинхронного двигателя с номинальными данными: $P_n=45$ кВт, КПД=91%, $\cos\varphi=0.9$, $n_n=2946$ об /мин.

ЛИТЕРАТУРА

- Иванов-Смоленский, А. В. Электрические машины: Учебник для вузов. — М.: Энергия, 1980. — 928 с., ил.