

Степанов А.Н.

РАСЧЕТ ВНЕШНЕГО ВРАЩАЮЩЕГОСЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ БЫТОВЫХ ПРИБОРОВ

Степанов А. Н.

05.14.01

A. N. Stepanov

РАСЧЕТ ВНЕШНЕГО ВРАЩАЮЩЕГОСЯ МАГНИТНОГО ПОЛЯ БЫТОВЫХ ПРИБОРОВ CALCULATION OF THE OUTER ROTATING MAGNETIC FIELD OF DOMESTIC APPLIANCES



Степанов Анатолий Николаевич, к. т. н., проф., декан ЭТФ Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета (г. Комсомольск-на-Амуре) e-mail Prof.Stepanova@mail.ru
Anatoly N. Stepanov — PhD in engineering, Professor, Dean of the Electro-technical

Engineering Department of the State Komsomolsk-on-Amur Technical University (Komsomolsk-on-Amur).

Аннотация: Изложена методика моделирования и расчета внешнего магнитного поля бытовых приборов. Вращающееся магнитное поле однофазной электрической машины можно смоделировать двумя рамками, оси которых сдвинуты в пространстве на угол 90 градусов и по которым протекают токи, сдвинутые по фазе также на угол 90 градусов.

Summary: The paper proposes a methodology for calculation and simulation of an outer magnetic field of domestic appliances. The rotating magnetic field of a single-phase electric machine can be simulated by two conducting frames, whose axes have been 90-degree shifted in space, and through which currents do flow with the same phase-shift.

The directions in which the field has the maximum strength are identified, along with the directions in which the field fades away. At a specific ratio of frame dimensions the field of the frames can be modeled by the field of a system made of infinitely long wires.

Ключевые слова: Бытовые приборы, магнитное поле, моделирование, расчет

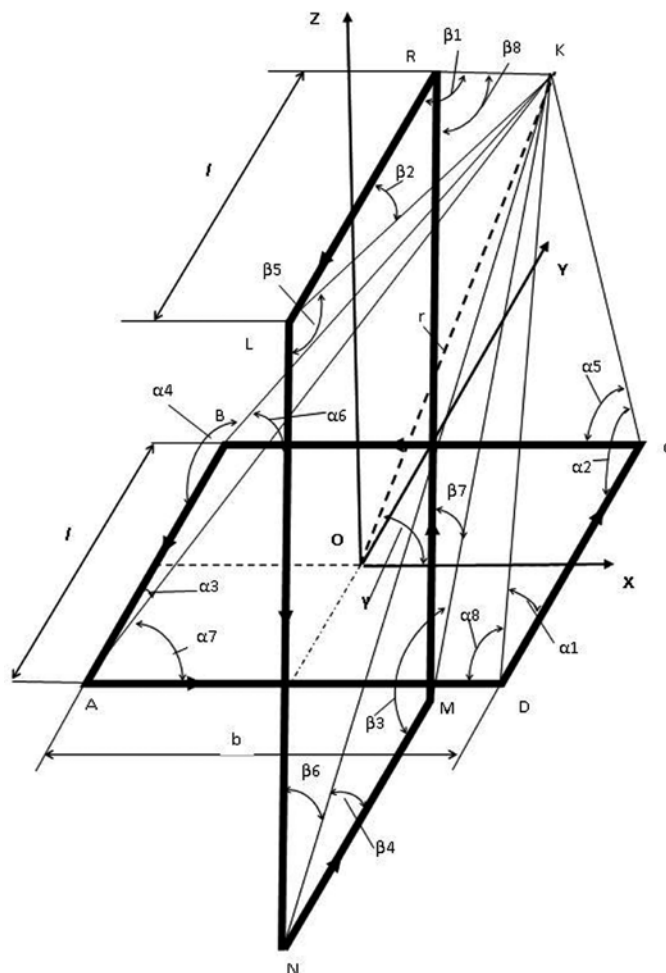


Рис. 1.

Keywords: domestic appliances, magnetic field, simulation, calculation

Во многих устройствах и приборах одним из основных непосредственных источников магнитного поля являются электрические машины. Как известно, вращающееся магнитное поле однофазной электрической машины можно смоделировать двумя рамками, оси которых сдвинуты в пространстве на угол 90 градусов и по которым протекают токи, сдвинутые по фазе также на угол 90 градусов.

Рассмотрим расчет такого магнитного поля от двух взаимно перпендикулярных прямоугольных одинаковых рамок с переменными токами

$$i_1 = I_m \sin \omega t \quad \text{и} \quad i_2 = I_m \sin(\omega t + \pi/2).$$

Пусть рамки ABCD и LNMR имеют размеры $l \times b$ и токи в рамках направлены так, как показано на рис. 1. Для расчета поля в произвольной точке K будем использовать векторный потенциал и комплексный метод. Вначале определим комплексное значение векторного потенциала в точке K от каждого прямолиней-

Поступила в редколлегию 19.01.2010.

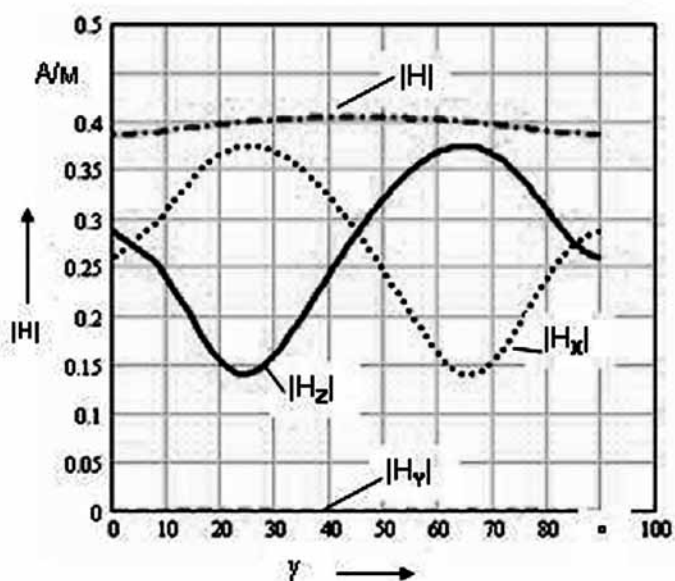


Рис. 2.

ного проводника с током, которые являются стороной той или иной рамки, затем, с учетом того, что векторный потенциал направлен параллельно плотности тока, найдем суммарные составляющие векторного потенциала.

Так, составляющая векторного потенциала от отрезка DC с комплексным током \dot{i} направлена вдоль оси OY и определяется, как известно, с помощью следующего выражения:

$$A_{y1}(x, y, z) = \frac{\mu_0 \dot{i}}{4\pi} (\text{Arsh}(\text{ctg}(\alpha_1)) + \text{Arsh}(\text{ctg}(\alpha_2))) =$$

$$= \frac{\mu_0 \dot{i}}{4\pi} \left(\text{Arsh} \frac{0,51 + y}{\sqrt{z^2 + (0,5b - x)^2}} + \text{Arsh} \frac{0,51 - y}{\sqrt{z^2 + (0,5b - x)^2}} \right).$$

Здесь x, y, z — координаты произвольной точки К. Составляющие векторного потенциала от отрез-

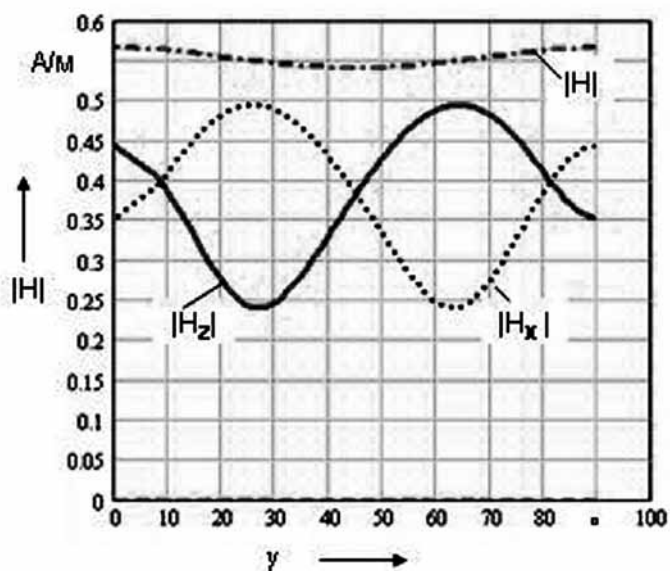


Рис. 4.

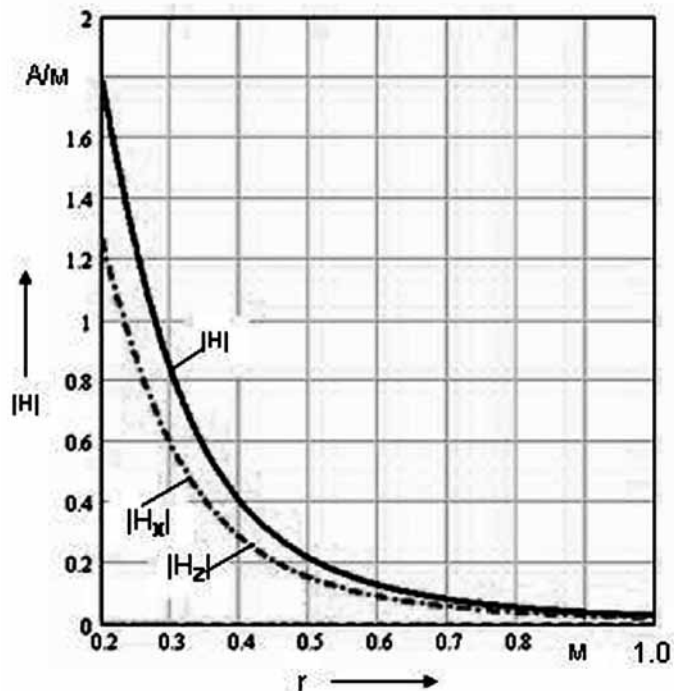


Рис. 3.

ков BA, AD, BC, рамки ABCD с током \dot{i} будут соответственно равны:

$$A_{y2}(x, y, z) = -\frac{\mu_0 \dot{i}}{4\pi} (\text{Arsh}(\text{ctg}(\alpha_3)) + \text{Arsh}(\text{ctg}(\alpha_4))) =$$

$$= -\frac{\mu_0 \dot{i}}{4\pi} \left(\text{Arsh} \frac{0,51 + y}{\sqrt{z^2 + (0,5b + x)^2}} + \text{Arsh} \frac{0,51 - y}{\sqrt{z^2 + (0,5b + x)^2}} \right);$$

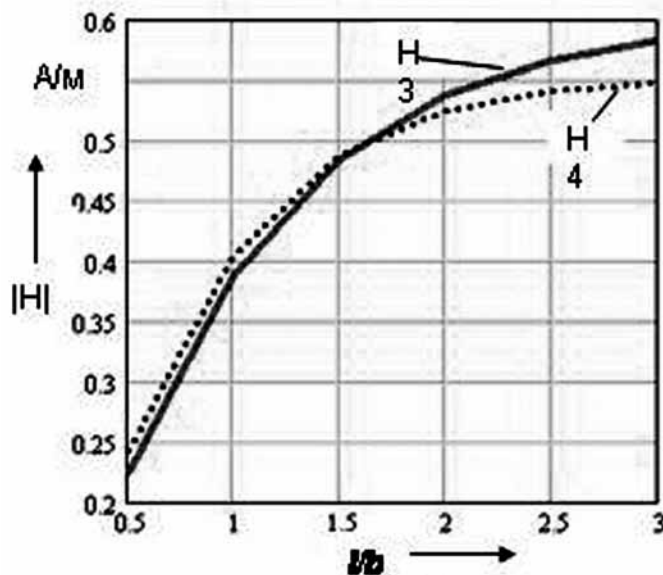


Рис. 5.

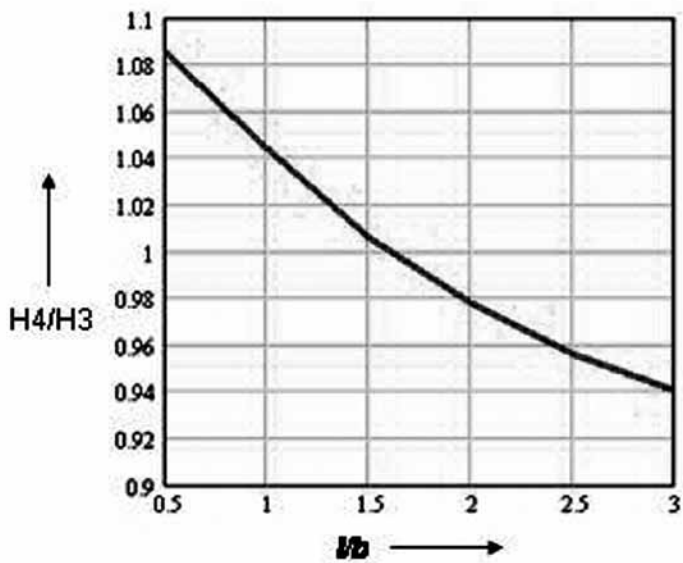


Рис. 6.

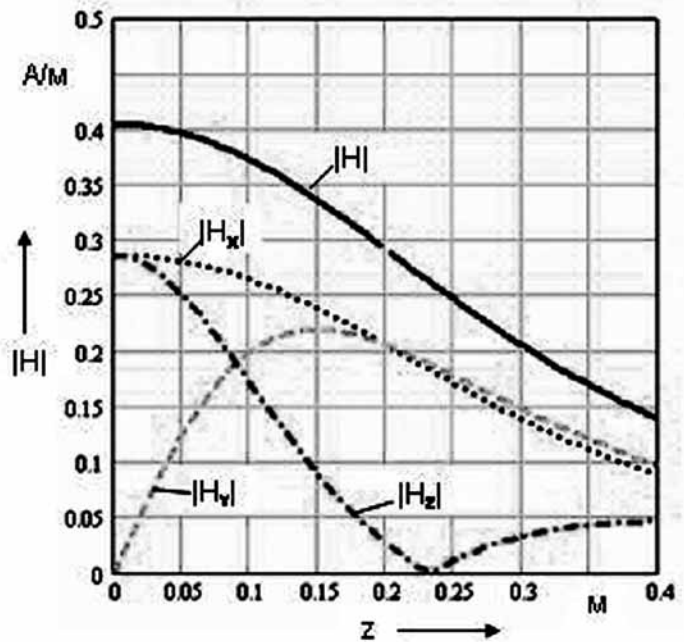


Рис. 7.

$$A_{x1}(x, y, z) = \frac{\mu_0 \dot{I}}{4\pi} (\text{Arsh}(\text{ctg}(\alpha_7)) + \text{Arsh}(\text{ctg}(\alpha_8))) =$$

$$= \frac{\mu_0 \dot{I}}{4\pi} \left(\text{Arsh} \frac{0,5b - x}{\sqrt{z^2 + (0,5l + y)^2}} + \text{Arsh} \frac{0,5b + x}{\sqrt{z^2 + (0,5l + y)^2}} \right);$$

$$A_{x2}(x, y, z) = -\frac{\mu_0 \dot{I}}{4\pi} (\text{Arsh}(\text{ctg}(\alpha_5)) + \text{Arsh}(\text{ctg}(\alpha_6))) =$$

$$= -\frac{\mu_0 \dot{I}}{4\pi} \left(\text{Arsh} \frac{0,5b - x}{\sqrt{z^2 + (0,5l - y)^2}} + \text{Arsh} \frac{0,5b + x}{\sqrt{z^2 + (0,5l - y)^2}} \right).$$

Составляющие векторного потенциала от отрезков MR, LN, NM и RL рамки MNLR с током $\dot{I} = j\dot{I}$

($j = \sqrt{-1}$ — мнимая единица) определяются при помощи следующих выражений:

$$A_{z1}(x, y, z) = \frac{\mu_0 \dot{I}l}{4\pi} (\text{Arsh}(\text{ctg}(\beta_7)) + \text{Arsh}(\text{ctg}(\beta_8))) =$$

$$= \frac{\mu_0 \dot{I}l}{4\pi} \left(\text{Arsh} \frac{0,5b + z}{\sqrt{z^2 + (0,5l - y)^2}} + \text{Arsh} \frac{0,5b - z}{\sqrt{z^2 + (0,5l - y)^2}} \right);$$

$$A_{z2}(x, y, z) = -\frac{\mu_0 \dot{I}l}{4\pi} (\text{Arsh}(\text{ctg}(\beta_5)) + \text{Arsh}(\text{ctg}(\beta_6))) =$$

$$= -\frac{\mu_0 \dot{I}l}{4\pi} \left(\text{Arsh} \frac{0,5b - z}{\sqrt{z^2 + (0,5l + y)^2}} + \text{Arsh} \frac{0,5b + z}{\sqrt{z^2 + (0,5l + y)^2}} \right);$$

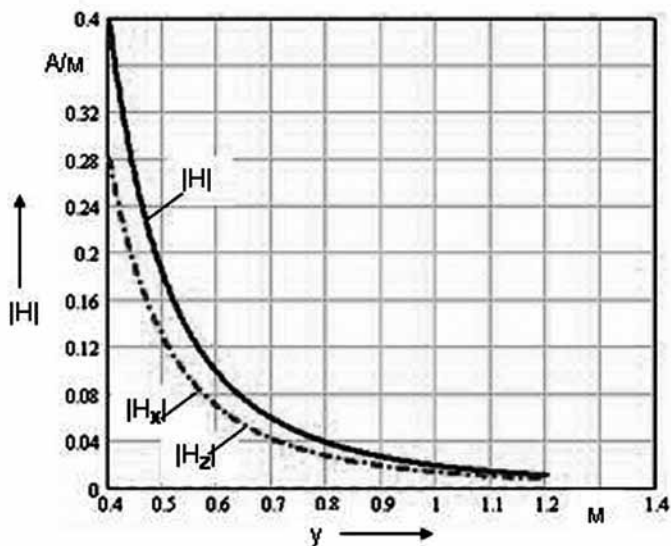


Рис. 8.

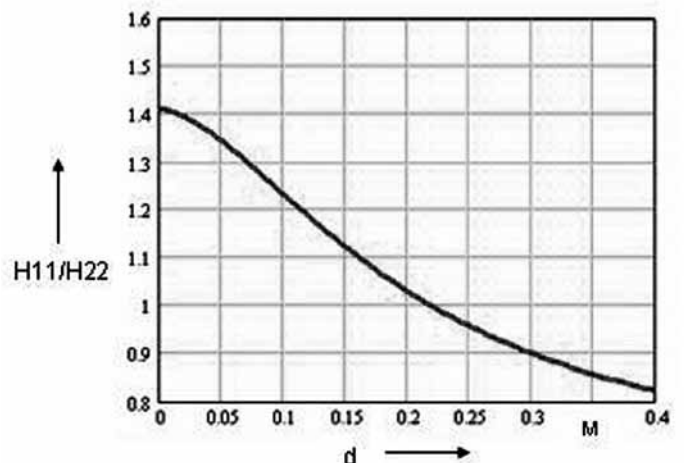


Рис. 9.

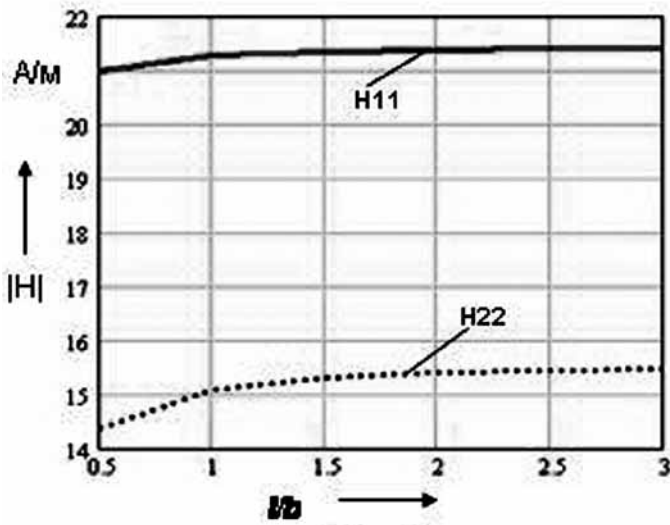


Рис. 10.

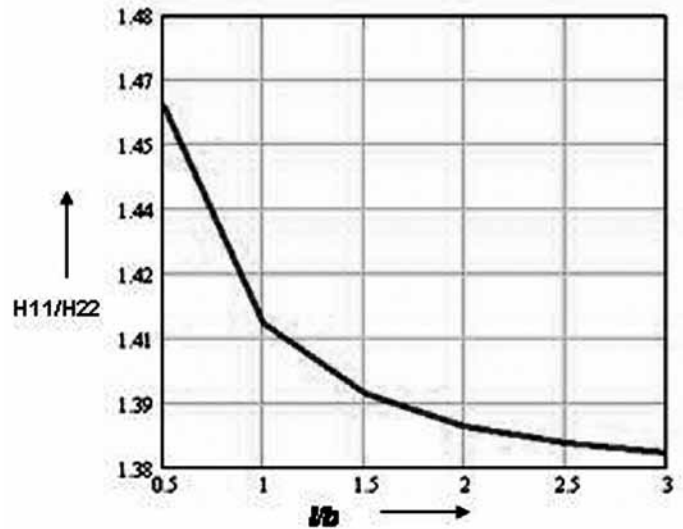


Рис. 11.

$$A_{y3}(x, y, z) = \frac{\mu_0 I l}{4\pi} (\text{Arsh}(\text{ctg}(\beta_4)) + \text{Arsh}(\text{ctg}(\beta_3))) =$$

$$= \frac{\mu_0 I l}{4\pi} \left(\text{Arsh} \frac{0,5l + y}{\sqrt{x^2 + (0,5b + z)^2}} + \text{Arsh} \frac{0,5l - y}{\sqrt{x^2 + (0,5b + z)^2}} \right);$$

$$A_{y4}(x, y, z) = -\frac{\mu_0 I l}{4\pi} (\text{Arsh}(\text{ctg}(\beta_2)) + \text{Arsh}(\text{ctg}(\beta_1))) =$$

$$= -\frac{\mu_0 I l}{4\pi} \left(\text{Arsh} \frac{0,5l + y}{\sqrt{x^2 + (0,5b - z)^2}} + \text{Arsh} \frac{0,5l - y}{\sqrt{x^2 + (0,5b - z)^2}} \right).$$

Таким образом, суммарные составляющие векторного потенциала определяются следующим образом:

$$A_x(x, y, z) = A_{x1}(x, y, z) + A_{x2}(x, y, z)$$

$$A_y(x, y, z) = A_{y1}(x, y, z) + A_{y2}(x, y, z) +$$

$$+ A_{y3}(x, y, z) + A_{y4}(x, y, z)$$

$$A_z(x, y, z) = A_{z1}(x, y, z) + A_{z2}(x, y, z)$$

Отдельные составляющие напряженности магнитного поля будут при этом равны

$$H_x(x, y, z) = \frac{1}{\mu_0} \left(-\frac{\partial}{\partial z} A_y(x, y, z) + \frac{\partial}{\partial y} A_z(x, y, z) \right);$$

$$H_y(x, y, z) = \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\partial}{\partial z} A_x(x, y, z) - \frac{\partial}{\partial x} A_z(x, y, z) \right);$$

$$H_z(x, y, z) = \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\partial}{\partial x} A_y(x, y, z) - \frac{\partial}{\partial y} A_x(x, y, z) \right).$$

Модуль напряженности в произвольной точке К (x, y, z) определяется следующим образом:

$$|H(x, y, z)| = \sqrt{(H_x(x, y, z))^2 + (H_y(x, y, z))^2 + (H_z(x, y, z))^2}.$$

Графики изменения модулей составляющих напряженности магнитного поля и модуля напряженности в зависимости от угла γ (рис. 1) при перемещении точки К по дуге окружности радиусом $r = l = b = 0,4$ м и $y = 0$ при токе в рамках $I = 1$ А показаны на рис. 2.

Как видно из рисунка, магнитное поле является не совсем круговым, а эллиптическим и максимальное значение модуля напряженности магнитного поля наблюдается при значении угла $\gamma = 45^\circ$.

На рис. 3 представлены графики изменения модулей составляющих напряженности магнитного поля в этой же плоскости (плоскости OXZ) при значении угла $\gamma = 45^\circ$ в зависимости от радиуса r.

Здесь следует отметить тот факт, что при изменении соотношения между параметрами l и b несколько изменяется и характер распределения модуля напряженности поля в зависимости от угла γ . Так, если взять отношение длины рамок l к ширине b равным, например, $2,5$ ($l/b = 2,5$), то графики изменения модулей составляющих напряженности магнитного поля и модуля напряженности в зависимости от угла γ будут выглядеть так, как показано на рис. 4.

Из рисунка 4 видно, что в данном случае максимальное значение модуля напряженности магнитного поля наблюдается при значении угла $\gamma = 0^\circ$ и $\gamma = 90^\circ$, а при $\gamma = 45^\circ$ — модуль напряженности принимает наоборот минимальное значение. Причем, изменяется не только характер распределения модуля напряженности магнитного поля, но и его величина.

Так, на рис. 5 показано, как изменяется напряженность магнитного поля на оси OZ (обозначим эту

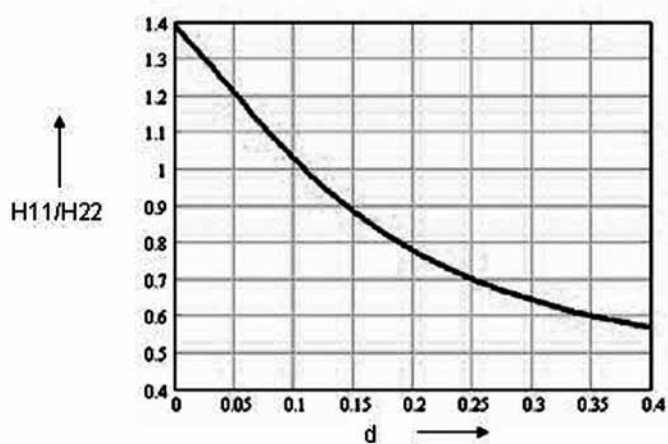


Рис. 12.

величину через H_3) при $z = b = r = 0,4$ м и на линии, расположенной под углом 45 градусов (H_4) также на расстоянии $r = b$ в зависимости от соотношения l/b . На рис. 6 представлено также изменение отношения H_4/H_3 в зависимости от соотношения l/b .

Как видно из данных рисунков с увеличением отношения l/b модуль напряженности магнитного поля и на оси OZ (H_3), и на линии, расположенной под углом 45 градусов (H_4), возрастает. Причем при $l/b < 1,6$ $H_3 < H_4$, а затем при увеличении соотношения l/b H_3 становится больше, чем H_4 .

Рассмотрим теперь, каким образом изменяется напряженность магнитного поля в торцевой части устройства в зависимости от изменения координаты Y и Z (при $l = b = 0,4$).

Так, на рис. 7 представлен график изменения модулей составляющих напряженности магнитного поля и модуля напряженности в зависимости от координаты Z при $x = 0$ и $y = l$. Как видно из данного рисунка, максимальное значение (при $y = l$) модуля напряженности магнитного поля наблюдается на оси OY.

На рис. 8 показано изменение составляющих напряженности магнитного поля в зависимости от координаты Y при $z = 0$ и $x = 0$.

Отметим, что если проводить расчет поля на небольшом расстоянии от рамок как в торцевой зоне, так и вдоль оси OZ или оси OX, то можно сделать вывод о том, что в этом случае напряженность магнитного поля принимает в непосредственной близости достаточно большие значения, а затем быстро уменьшается.

На рис. 9 показано, каким образом изменяется отношение модулей напряженности магнитного поля по мере удаления от рамок. Здесь через H_{11} обозначен модуль напряженности магнитного поля в торцевой зоне на оси OY, а через H_{22} — модуль напряженности магнитного поля на оси OZ. В качестве параметра d при расчете H_{11} принято расстояние, отсчитываемое от точки $y = 0,5 \pm 0,01$, а при расчете H_{22} — от точки $z = 0,5b \pm 0,01$.

Как видно из рис. 9, в торцевой зоне модуль напряженности магнитного поля, несмотря на то, что около рамок принимает большее значение, чем на оси

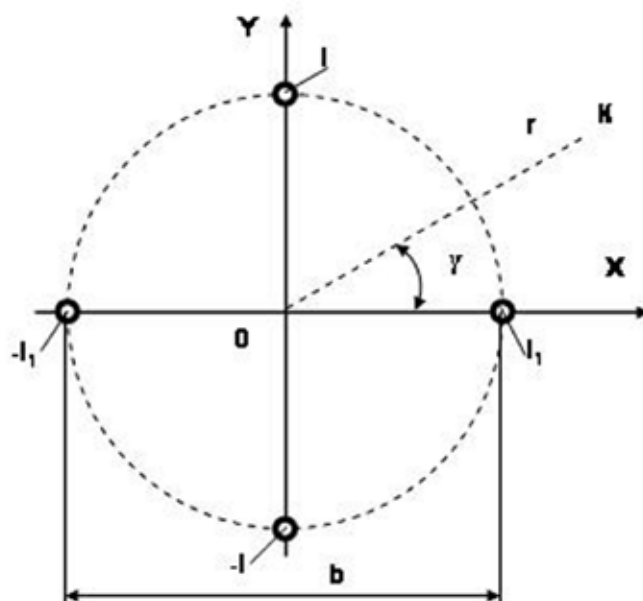


Рис. 13.

OZ на этом же расстоянии, при удалении от рамок уменьшается быстрее и уже на расстоянии d , равном 0,22 м, модули магнитного поля принимают равные значения, а затем при увеличении расстояния d , напряженность поля H_{22} на оси OZ становится больше напряженности поля H_{11} на оси OY.

Рассмотрим теперь, каким образом будут изменяться модули напряженности поля H_{11} и H_{22} , определяемые в точке $y = 0,5 \pm 0,01$ и точке $z = 0,5b \pm 0,01$ соответственно в зависимости от соотношения l/b (рис. 10).

На рис. 11 показано также изменение отношения H_{11}/H_{22} в зависимости от соотношения l/b .

Как видно из рисунков, с увеличением соотношения l/b модуль напряженности магнитного поля в непосредственной близости от конструкции как на оси OY, так и на оси OZ возрастает. При этом, несмотря на то, что отношение H_{11}/H_{22} уменьшается, напряженность поля в торцевой части остается больше, чем напряженность поля на оси OZ. Однако скорость уменьшения напряженности в торцевой части по сравнению с напряженностью магнитного поля на оси OZ или на оси OX по мере удаления от конструкции увеличивается с ростом соотношения l/b . Так, на рис. 12 показано, каким образом изменяется отношение модулей напряженности магнитного поля по мере удаления от рамок при $l/b = 2,5$. Сравнивая график, представленный на данном рисунке, с графиком на рис. 9, построенном для соотношения $l/b = 1$, можно отметить, что напряженности поля в последнем случае принимают одинаковые значения при удалении от рамок на расстояние $d = 0,22$ м, тогда как при $l/b = 2,5$ они становятся равными на расстоянии $d = 0,12$ м.

Отсюда можно сделать вывод о том, что при анализе внешнего магнитного поля от приборов, в которых создаются вращающиеся магнитные поля на расстоянии, превышающем радиальные размеры, следует учитывать то, что поле затухает медленнее вдоль ра-

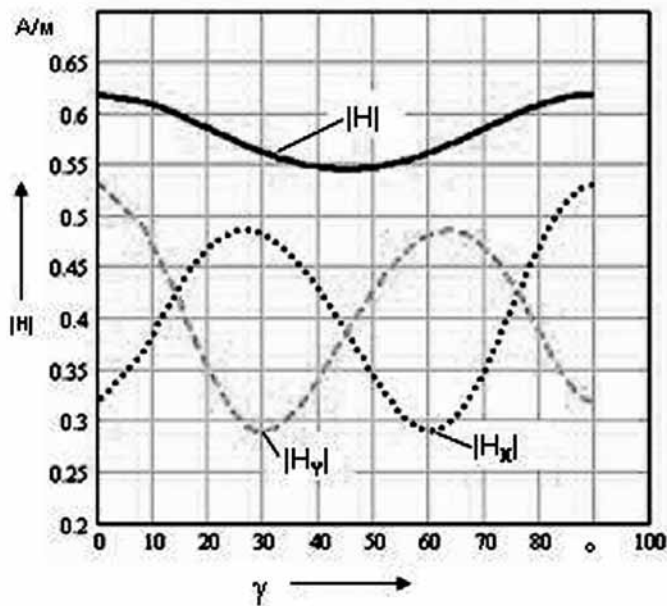


Рис. 14.

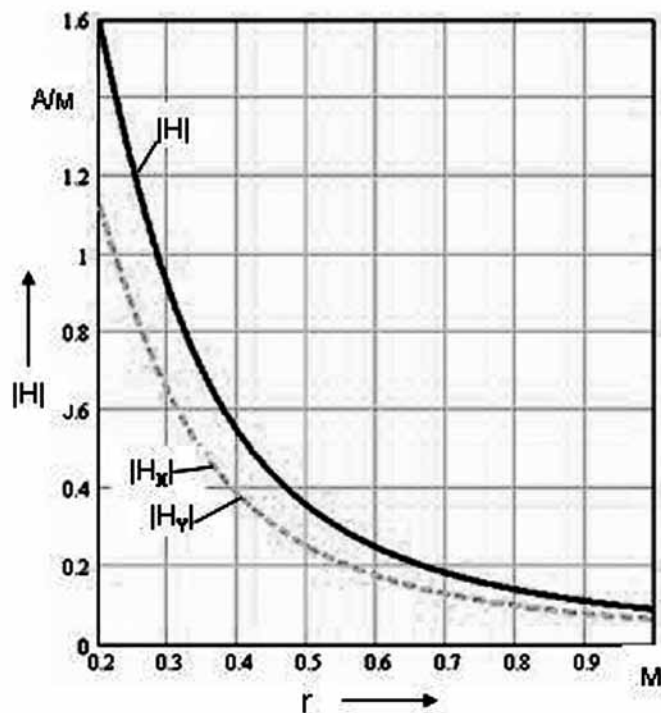


Рис. 15.

диуса, а не вдоль оси прибора.

Таким образом, если проводить оценку поля вдоль радиуса, то при соотношении $l/b > 2.5$, расчет магнитного поля можно проводить и по более простым выражениям, как от пары бесконечно длинных проводов, расположенных во взаимно перпендикулярных плоскостях, по которым протекают токи, сдвинутые

по фазе на угол 90° ($i_1 = j\dot{i}$), рис. 13.

В этом случае векторный потенциал от пары проводов с токами \dot{i} и $-\dot{i}$ в произвольной точке К будет определяться с помощью следующего выражения:

$$A1(x, y) = \left(\frac{\mu_0 \dot{i}}{4\pi} \right) \cdot \mathbf{h} \left[\frac{(0,5b + x)^2 + y^2}{(0,5b - x)^2 + y^2} \right],$$

а векторный потенциал от пары проводов с токами $\dot{i}1$ и $-\dot{i}1$ — будет равен:

$$A2(x, y) = \left(\frac{\mu_0 \dot{i}1}{4\pi} \right) \cdot \mathbf{h} \left[\frac{(0,5b + y)^2 + x^2}{(0,5b - y)^2 + x^2} \right].$$

Отдельные составляющие напряженности магнитного поля будут при этом равны:

$$H_x(x, y) = \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial}{\partial y} [A1(x, y) + A2(x, y)];$$

$$H_y(x, y) = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial}{\partial x} [A1(x, y) + A2(x, y)];$$

$$H(x, y) = \sqrt{|H_x(x, y)|^2 + |H_y(x, y)|^2}.$$

Графики изменения данных составляющих в зависимости от угла γ на расстоянии $r = b$ показаны на рис. 14, а графики их распределения вдоль радиуса r при $\gamma = 45^\circ$ представлены на рис. 15.

Из анализа рис. 14 видно, что модуль напряженности поля принимает минимальное значение при $\gamma = 45^\circ$ и по характеру данное распределение аналогично распределению модуля напряженности магнитного поля, создаваемого рамками с током при соотношении $l/b > 2.5$ (см. рис. 4). Однако, если сравнивать значения составляющих напряженности магнитного поля, то эти значения несколько выше для системы бесконечно длинных проводов. Поэтому при анализе магнитного поля с использованием упрощенных выражений надо иметь в виду, что значения напряженностей поля будут завышенными. Здесь также следует отметить, что составляющая напряженности магнитного поля H_y от бесконечно длинных проводов аналогична составляющей H_z от двух рамок.