

Суздорф В. И., Кузьмин В. М.  
V. I. Susdorf, V. M. Kuzmin

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АВТОНОМНОГО ИСТОЧНИКА  
С ЭЛЕКТРОМАШИНЫМ ФОРМИРОВАНИЕМ КРИВОЙ  
ВЫХОДНОГО НАПРЯЖЕНИЯ**

**MATHEMATICAL MODEL OF A SELF-CONTAINED POWER SOURCE WITH  
ELECTROMECHANICALLY FORMED CURVE OF THE OUTPUT VOLTAGE**



**Кузьмин Вячеслав Матвеевич** – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Электромеханика» Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре). E-mail: kem@knastu.ru.

**Mr. Vyacheslav M. Kuzmin** – Doctor of Engineering, Professor, Head of the Department of Electro Mechanics, Komsomolsk-on-Amur State Technical University. E-mail: kem@knastu.ru



**Суздорф Виктор Иванович** – кандидат технических наук, профессор кафедры «Электродвижение и автоматизация промышленных установок и технологических комплексов» Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре). E-mail: susdorf@mail.ru.

**Mr. Victor I. Susdorf** – PhD in Engineering, Professor, Department of Electro Drive Engineering and Industrial Automation, Komsomolsk-on-Amur State Technical University. E-mail: keapu@knastu.ru

**Аннотация.** В данной статье рассмотрены результаты исследований автономного источника децентрализованного электроснабжения на основе разработанной математической модели и ее практической реализации. Предложен способ электромашинного формирования кривой выходного напряжения.

**Summary.** This paper considers the results of a study of a self-contained supply of decentralized electric power, based on a mathematical model and its practical implementation. A method is suggested for electric mechanical formulation of the output voltage curve.

**Ключевые слова:** децентрализованное энергоснабжение, математическое моделирование.

**Key words:** decentralized electricity, mathematical modeling.

УДК 621.311.21; 621.375.26

В технической литературе появляется все больше работ, в которых программная реализация различных математических моделей осуществляется с использованием современных математических пакетов, среди которых Matlab, MathCAD, PSPICE и др. Достоинство использования этих пакетов по сравнению с традиционными алгоритмическими языками программирования – отсутствие трудоемкой реализации различных вычислительных методов. Это обстоятельство не только ускоряет работу, но и позволяет легко использовать при решении целый набор стандартных математических методов и функций, уже встроенных в математические пакеты, а также возможность их корректировки с учетом специфики модели. Среди этих методов особенно следует выделить приложение SimPowerSystems к пакету Matlab. Отличительной особенностью этой среды программирования является необычайная

легкость при построении структурных схем моделей и, что особенно важно, наглядное представление протекающих потоков информации.

Авторами в течение последних нескольких лет проводится исследование переходных и установившихся процессов в автономном источнике стабильной частоты с электромашинным формированием кривой выходного напряжения. Проводимые исследования сопряжены со значительными трудностями, преодоление которых наиболее эффективно видится с использованием возможностей разработанных математических моделей и системы Matlab.

В статье исследованы некоторые особенности работы электромашинного генератора и режимы работы вентильного преобразователя в источнике с модуляцией выходного напряжения.

Вывод системы дифференциальных уравнений (ДУ) осуществлен с учетом общепринятых допущений в теории электрических машин.

Динамика автономного источника может быть описана следующими дифференциальными уравнениями в проекции на оси прямоугольной системы координат  $x, y$ .

$$\begin{aligned}
 -U_{sx} &= r_{sx} i_{sx} + \frac{d\psi_{sx}}{dt} - \omega \psi_{sy}; \\
 -U_{sy} &= r_{sy} i_{sy} + \frac{d\psi_{sy}}{dt} + \omega \psi_{sx}; \\
 U_{rx} &= r_{rx} i_{rx} + \frac{d\psi_{rx}}{dt} - (\omega - \omega_r) \psi_{ry}; \\
 U_{ry} &= r_{ry} i_{ry} + \frac{d\psi_{ry}}{dt} + (\omega - \omega_r) \psi_{rx}; \\
 -U_{s1x} &= r_{s1x} i_{s1x} + \frac{d\psi_{s1x}}{dt} - \omega \psi_{s1y}; \\
 U_{r1x} &= r_{r1x} i_{r1x} + \frac{d\psi_{r1x}}{dt} - (\omega - \omega_r) \psi_{r1y}; \\
 U_{r2x} &= r_{r2x} i_{r2x} + \frac{d\psi_{r2x}}{dt} - (\omega - \omega_r) \psi_{r2y}; \\
 U_{r1y} &= r_{r1y} i_{r1y} + \frac{d\psi_{r1y}}{dt} + (\omega - \omega_r) \psi_{r1x}; \\
 U_{r2y} &= r_{r2y} i_{r2y} + \frac{d\psi_{r2y}}{dt} + (\omega - \omega_r) \psi_{r2x}; \\
 -U_{s1y} &= r_{s1y} i_{s1y} + \frac{d\psi_{s1y}}{dt} + \omega \psi_{s1x}; \\
 \psi_{sx} &= L_{sx} i_{sx} + M i_{rx}; \\
 \psi_{sy} &= L_{sy} i_{s1} + M i_{ry}; \\
 \psi_{rx} &= L_{rx} i_{rx} + M i_{sx}; \\
 \psi_{ry} &= L_{ry} i_{s1y} + M i_{sy}; \\
 \psi_{s1x} &= L_{s1x} i_{s1x} + M_{11} i_{r1x} + M_{12} i_{r2x}; \\
 \psi_{r1x} &= L_{r1x} i_{r1x} + M_{11} i_{s1x} + M_{r12} i_{r2x}; \\
 \psi_{r2x} &= L_{r2x} i_{r2x} + M_{21} i_{s1x} + M_{r12} i_{r1x}; \\
 \psi_{r1y} &= L_{r1y} i_{s1y} + M_{21} i_{s1y} + M_{r12} i_{r2y}; \\
 \psi_{r2y} &= L_{r2y} i_{r2y} + M_{21} i_{s1y} + M_{r21} i_{r1y}; \\
 \psi_{s1y} &= L_{s1y} i_{s1y} + M_{11} i_{r1y} + M_{12} i_{r2y},
 \end{aligned}$$

где  $U_{sx}, U_{rx}, U_{sy}, U_{s1x}, U_{ry}, U_{r1x}, U_{r2x}, U_{r1y}, U_{r2y}, U_{s1y}$  – проекции напряжений статора и ротора на соответствующие оси координат;

Суздорф В.И., Кузьмин В.М.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АВТОНОМНОГО ИСТОЧНИКА

С ЭЛЕКТРОМАШИНЫМ ФОРМИРОВАНИЕМ КРИВОЙ ВЫХОДНОГО НАПРЯЖЕНИЯ

$i_{sx}, i_{rx}, i_{ry}, i_{sy}, i_{s1x}, i_{r1x}, i_{r2x}, i_{r1y}, i_{r2y}, i_{s1y}$  – проекции токов статора и ротора;

$\Psi_{sx}, \Psi_{rx}, \Psi_{sy}, \Psi_{ry}, \Psi_{s1x}, \Psi_{r1x}, \Psi_{r2x}, \Psi_{s1y}, \Psi_{r1y}, \Psi_{r2y}$  – проекции потокосцеплений статора и ротора;

$L_{sx}, L_{rx}, L_{ry}, L_{sy}, L_{s1x}, L_{r1x}, L_{r2x}, L_{r1y}, L_{r2y}, L_{s1y}$  – полные индуктивности обмоток статора и ротора;

$M_{11}, M_{12}, M_{21}$  – взаимные индуктивности соответствующих обмоток статора и ротора;

$M_{r12}, M_{r21}$  – взаимные индуктивности обмоток ротора.

Для анализа работы тиристорного преобразователя частоты в цепи статора использован метод приспособывания. Реализация метода на этапе составления уравнений эквивалентной схемы замещения основана на использовании метода переменных состояний в виде нормальной системы дифференциальных уравнений, записанной по законам Кирхгофа для мгновенных значений токов и напряжений по числу независимых контуров схемы.

Анализ принятых ограничений угла коммутации позволяет остановиться на рассмотрении двух интервалов работы схемы.

Первый интервал – разомкнутое состояние ключа  $K_6$ , соответствующее проводящему состоянию двух тиристоров (межкоммутационный), второй – замкнутое состояние  $K_6$ , соответствующее одновременной работе трех тиристоров (коммутационный). При этом для каждого интервала возможны шесть комбинаций включенных вентилях в соответствии с диаграммой их проводящего состояния, отличающихся коммутационными линейными напряжениями генератора.

$$i_{si}(R_{vsi}) + \frac{di_{si}}{dt}(L_{vsi}) - i_{sj}(R_{vsj}) - \frac{di_{sj}}{dt}(L_{vsj}) = U_{si} - U_{sj};$$

$$i_{sj}(R_{vsk}) + \frac{di_{sj}}{dt}(L_{vsk}) - i_{sk}(R_{vsk}) - \frac{di_{sk}}{dt}(L_{vsk}) = 0;$$

$$i_d R_d + L_d \frac{di_d}{dt} - U_{cf} = 0;$$

$$i_{cf} = C_f \frac{dU_{cf}}{dt};$$

$$i_{Rf} = \frac{U_{cf}}{R_f},$$

где  $U_{si}, i_{si}, R_{si}, L_{si}$  – фазные напряжения, токи, активные сопротивления и индуктивности генератора;

$R_{vsi}, L_{vsi}$  – активные сопротивления и индуктивности вентилях;

$C_f, R_f$  – емкость, и активное сопротивление фильтра;

$R_d, L_d$  – активное сопротивление и индуктивность нагрузки

$i = A, B, C; j = A, B, C; k = A, B, C; i \neq j \neq k$ . Для межкоммутационных интервалов

$$j = k; i = -j.$$

Переход от системы, описывающей процессы в схеме в межкоммутационный интервал к системе в интервал коммутации, происходит в момент времени, определяемый углом включения тиристоров; обратный переход – по спаду до нуля, контролируемого в течение интервала коммутации тока через выключаемый тиристор с сохранением значений всех независимых переменных на границе интервалов.

Условия запираания ( $i_{vs}(t) = 0$ )  $\wedge$  ( $\frac{di_{vs}(t)}{dt} < 0$ ) и отпираания вентилей

$$(U_{vs}(t) > 0) \wedge (F_{vs} = 1),$$

где  $i_{vs}$  – ток открытого вентиля;

$U_{vs}$  – напряжение на закрытом вентиле;

$F_{vs}$  – управляющая функция вентиля.

Приведенная математическая модель автономного источника включает в себя дифференциальные уравнения, составленные на основе теории электрических машин и автоматизированного электропривода и описывающие как статические, так и динамические режимы автономного источника, что позволяет использовать ее при всестороннем исследовании всех режимов управления такой установкой на ЭВМ.

При моделировании ДУ в Matlab\SimPowerSystems используется способ визуального программирования, в соответствии с которым на экране из библиотек стандартных блоков набирается соответствующая модель, устанавливаются необходимые параметры блоков и затем делаются расчеты.

Следует отметить существующую оригинальную возможность изменения, дополнения библиотек стандартных блоков необходимыми ДУ в соответствии с поставленной задачей методом визуального программирования. При этом, в отличие от классических способов моделирования, пользователю не нужно досконально изучать язык программирования и численные методы математики. Для решения созданной модели система Matlab\ SimPowerSystems предоставляет возможность воспользоваться одним из стандартных методов численного интегрирования ДУ: Эйлера, Рунге-Кутта третьего и пятого порядка, Адамса, Гира, Адамса-Гира.

На рис. 1 приведена полная модель автономного источника модуляционного типа. Модель представлена в виде совокупности описанных выше взаимосвязанных подсистем.

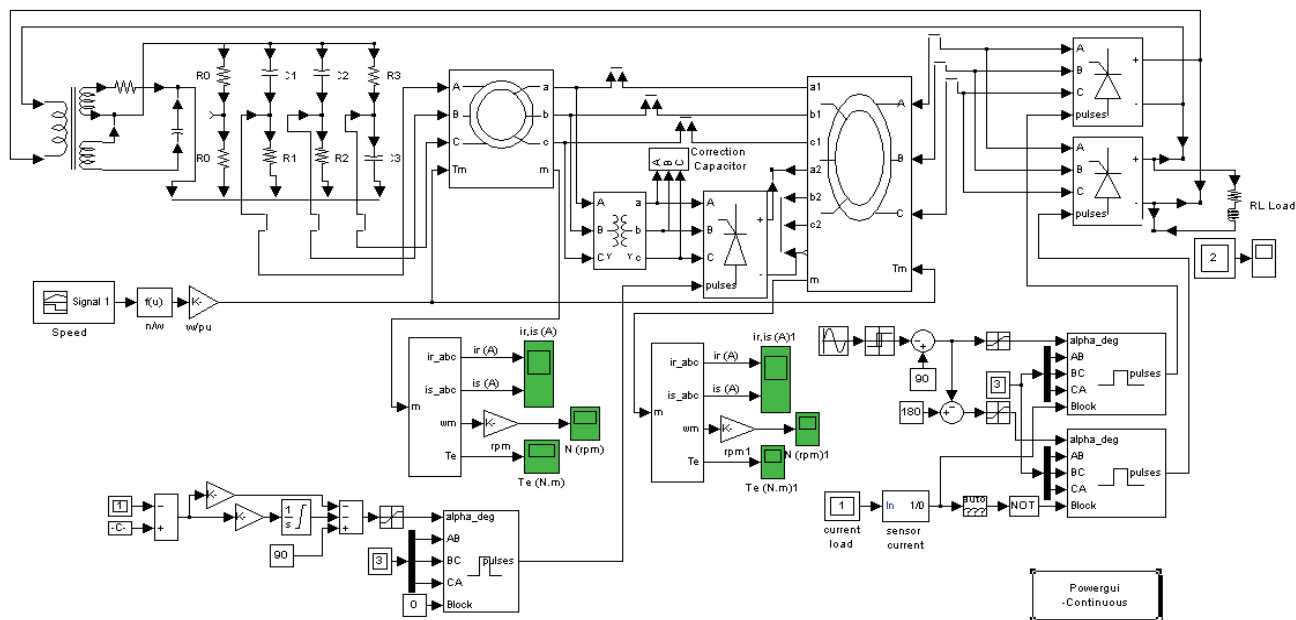


Рис. 1. Модель автономного источника в Matlab\ SimPowerSystems

Ниже представлены некоторые результаты, полученные на компьютерной модели автономного источника в Matlab\ SimPowerSystems.

На рис. 2 представлены переходные процессы тока и напряжения при трехкратном изменении частоты вращения ротора. При этом изменение скорости привело к незначительным колебаниям выходного напряжения. Следовательно, реальное изменение частоты вращения ротора даже с типовыми регуляторами генератора не влияет на частоту и амплитуду выходного напряжения источника, а ее дальнейшее увеличение только улучшает качество выходных параметров.

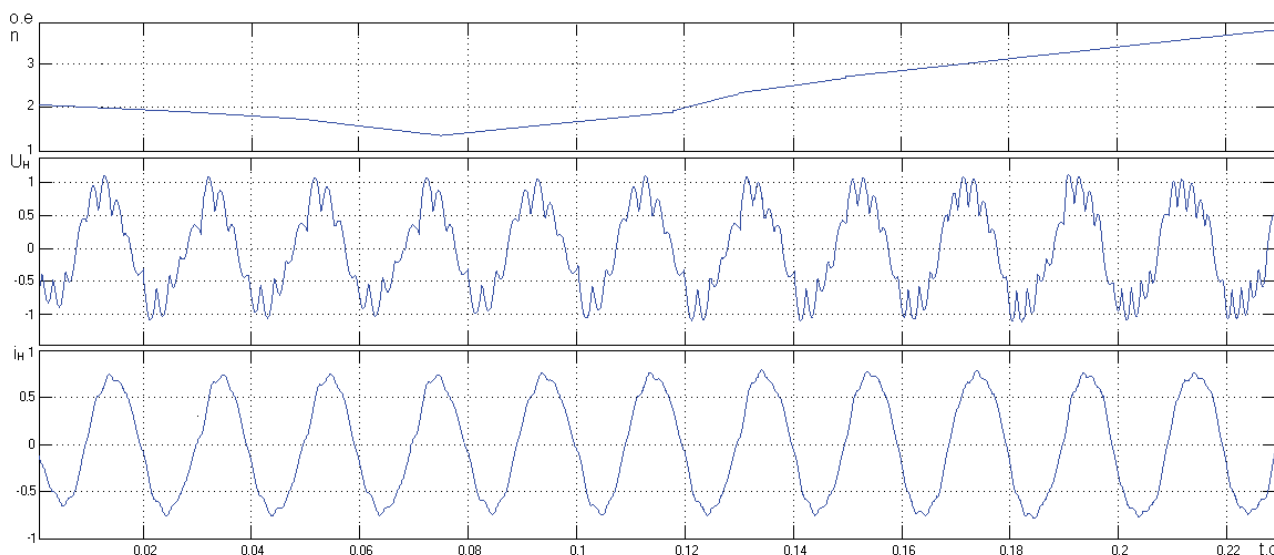


Рис. 2. Переходные процессы тока и напряжения при изменении частоты вращения ротора

Важным достоинством источников с электромашинным формированием кривой выходного напряжения является высокое качество напряжения на нагрузке при отсутствии фильтра ( $K_T \leq 10\%$ ), что иллюстрируется осциллограммой (см. рис. 3).

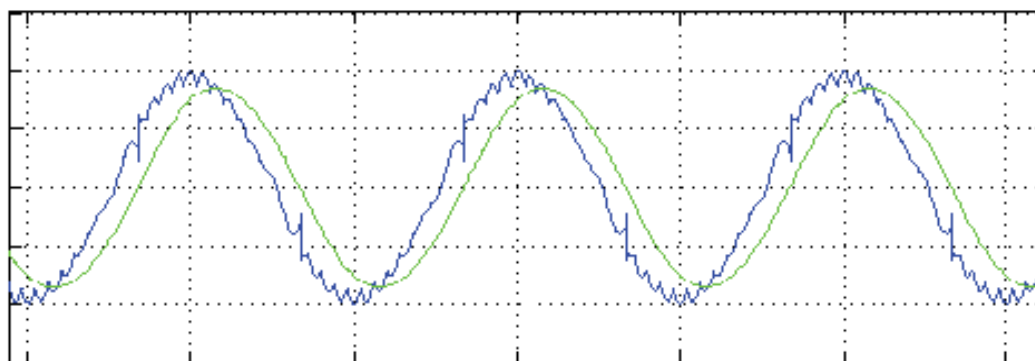


Рис. 3. Осциллограммы напряжения и тока нагрузки при отсутствии фильтра (расчетные)

Для подтверждения правильности полученных теоретических выводов при исследовании особенностей работы электромашинного генератора, режимов работы вентильного преобразователя в источнике с модуляцией выходного напряжения с использованием приведенной математической модели на рис. 4 представлены осциллограммы экспериментальных исследований, проведенных на физической модели. Физическая модель состоит из основных частей: электромашинного генератора, преобразователя частоты с непосредственной связью, выполненного по мостовой схеме, системы управления вентильным преобразователем.

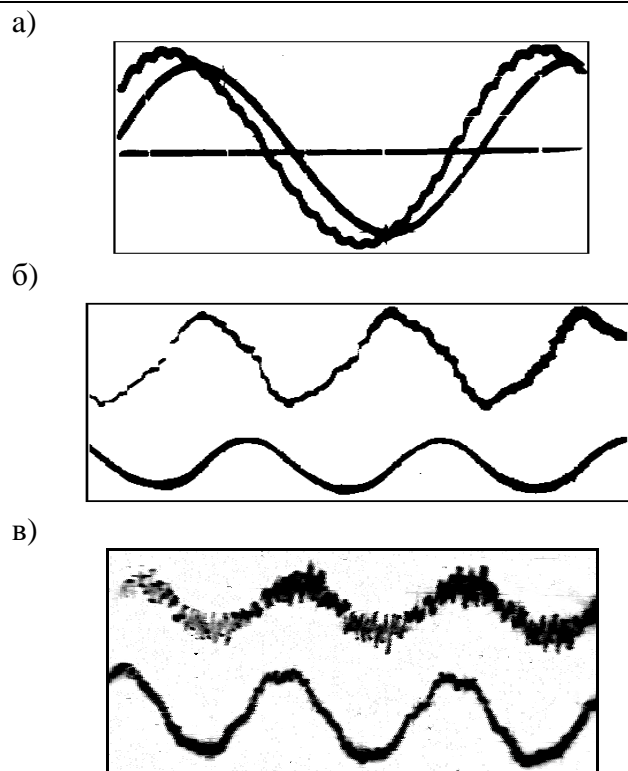


Рис. 4. Осциллограммы напряжения и тока нагрузки при отсутствии фильтра (а), осциллограммы напряжений и токов машин, составляющих генератор (б, в)

Приведенные экспериментальные осциллограммы хорошо согласуются с расчетами при моделировании, что подтверждает достоверность теоретических положений и предлагаемой математической модели.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Радин, В. И. Управляемые электрические генераторы при переменной частоте вращения / В. И. Радин. – М. : Энергия, 1978.
2. Копылов И. П. Математическое моделирование электрических машин / И. П. Копылов. – М. : Высш. шк., 1987.
3. Шрейнер Р. Т. Математическое моделирование электроприводов переменного тока с полупроводниковыми преобразователями частоты / Р. Т. Шрейнер. – Екатеринбург : УРО РАН, 2000.