Золотова Т.В.
T.V. Zolotova

ЛИНЕЙНЫЕ МИНИМАКСНЫЕ ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ РИСКОМ В СЛОЖНЫХ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ СИСТЕМАХ

LINEAR MINIMAX PROBLEMS OF RISK MANAGEMENT IN COMPLEX MANIFACTURING SYSTEMS

Золотова Татьяна Валерьяновна – кандидат физико-математических наук, доцент, докторант Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. E-mail: tgold11@mail.ru.
Ms. Tatiana V. Zolotova – PhD in Physics and Mathematics, Associate Professor, candidate for a doctor's degree, Komsomolsk-on-Amur State Technical University (Komsomolsk-on-Amur). E-mail: tgold11@mail.ru.

Аннотация: Предложен подход к управлению риском, основанный на решении двухкритериальной задачи с минимаксной функцией риска. Рассмотрены две свертки критериев. Предложены и обоснованы функции риска для динамических процессов.

Summary: An approach to risk management is suggested that is founded on the solution of a two-criteria problem with the minimax function. Two criteria convolutions are examined. Risk functions for dynamic processes are suggested and proved.

Ключевые слова: функция риска, приемлемый риск, минимакс, свертка критериев, задача линейного программирования.

Keywords: risk function, acceptable risk, minimax, convolution of criteria, linear programming problem.

УДК 338.45

Введение

Экономическая деятельность любой сложной системы ориентирована в первую очередь на получение как можно большего выигрыша (успеха). Однако функционированию и развитию многих сложных производственных систем [10] или процессов присущи элементы неопределенности или риска. Мы считаем, что в современных условиях становится актуальным совместное рассмотрение управленческих решений с точки зрения выигрыша и риска, позволяющее принимать выгодные решения с приемлемым уровнем риска, обеспечивающее при этом устойчивое функционирование сложной системы.

При определении риска как математического ожидания величины ущерба представляется целесообразным принимать во внимание все возможные виды опасных происшествий, аварий, катастроф, применительно к данному объекту. Тогда оценку риска [9] производят по сумме произведений вероятностей указанных событий на соответствующие ущербы:

$$Risk = \sum_{j=1}^{J} p_j U_j \, , \tag{1}$$

где p_j – вероятность возникновения j-го неблагоприятного события; U_j – возможный ущерб от j-го неблагоприятного события, $j = 1,\ldots,J$.

Вся работа над риском носит общее название *управление риском* [2, 6, 7, 8].

Поступила в редакцию 20.04.2010 г.

В общем понимании под управлением риском понимается управление системой или процессом, непременным атрибутом которого являются процедуры учета и оценки факторов риска в целях максимального снижения неопределенности при принятии решений и обеспечения устойчивости (или безопасности функционирования) системы (снижения системного риска). Для решения проблемы минимизации риска при нахождении оптимальной программы деятельности сложной системы предлагается новый подход, связанный с введением функции риска, на выбор которой оказывают влияние характеристики процессов, происходящих в системе.

Пусть сложная система (экономическая, техническая и т.д.) состоит из n подсистем. Будем считать, что каждая из подсистем не влияет на деятельность любой другой подсистемы (коэффициент корреляции между параметрами любых двух подсистем равен нулю), вероятность возникновения более одного неблагоприятного события в системе мала (близка к нулю). Кроме того, управление в системе осуществляется согласно принципу осторожного поведения, исходя из того, что ситуация в системе может складываться наихудшим образом. Тогда для оценки риска всей системы вполне уместно использовать функцию риска, определенную в метрике l_∞:

$$R_\infty(x) = \max_{1 \le i \le n} \sum_{j=1}^{J} p_{ij} U_j(i, x_i), \tag{2}$$

где $U_j(i, x_i)$ – возможный ущерб от j-го неблагоприятного события в i-й подсистеме; x_i – переменная, характеризующая деятельность i-й подсистемы; p_{ij} – вероятность возникновения j-го неблагоприятного события в i-й подсистеме.

В работе [11] функция риска (2) используется в задаче управления портфелем ценных бумаг. На наш взгляд, это не является уместным, так как бумаги, входящие в портфель, коррелированны. В то же время, использование функции риска (2) в производственных системах является вполне оправданным и осуществляется впервые.

Если деятельность системы направлена на увеличение значения некоторого критерия $F(x)$, определяющего величину выигрыша (успеха), то выбор управленческих решений, с точки зрения выигрыша и риска, сводится к решению следующей задачи:

$$\min_{x \in X} G(R_\infty(x); -F(x)), \tag{3}$$

где G – вид свертки критериев $R_\infty(x)$ и $F(x)$ [5]; X – область допустимых значений для вектора $x = (x_1, ..., x_i, ..., x_n)$. Значит, управление риском в системе сводится к конкретизации (3) и нахождению оптимального вектора $x = (x_1, ..., x_i, ..., x_n)$. Целью данного исследования является разработка новых математических моделей управления риском с использованием функции риска (2) и их применение к сложным производственным системам.

Постановка двухкритериальной производственной задачи с использованием функции риска

Предположим, что на предприятии существует n производственных процессов, не связанных между собой в одну технологическую цепочку. Каждый производственный процесс выпускает продукцию определенного вида в количестве x_i, $i = 1, ..., n$, вектор $x = (x_1, ..., x_i, ..., x_n)$ представляет собой производственный план предприятия. Прибыль с единицы продукции i-го производственного процесса в текущем производственном периоде составляет π_i, тогда прибыль со всех производственных процессов есть $\sum_{i=1}^{n} \pi_i x_i$. Однако любой производственный процесс сопряжен с неблагоприятными обстоятельствами на производстве, связанными, например, с авариями, увеличением концентраций вредных веществ в производственной зоне, что, в свою очередь, приводит к повышению уровня заболеваемости персонала или снижению работоспособности. Такие обстоятельства наносят ущерб (или экономические потери) предприятию и, тем самым, приводят к уменьшению общей (суммарной) прибыли. Значит, любой производственный процесс связан с риском. При этом прибыль является случайной величиной, зависящей от значения риска, а ущерб может представлять собой потери прибыли, вызванные неблагоприятными событиями.

Ущерб (или риск) на единицу продукции i-го производственного процесса, связанный с неблагоприятными обстоятельствами, a_i оценивается в стоимостном выражении согласно определенной методике и учитывает все необходимые составляющие ущерба i-го производственного процесса [1]. Тогда, общий ожидаемый ущерб $Risk_i$ на i-м производственном процессе, согласно (1), равен величине

$$Risk_i = a_i x_i\ . \tag{4}$$

Руководство предприятия стремится так организовать производство, чтобы по возможности снизить ожидаемый ущерб, вызванный негативными техногенными событиями. Таким образом, руководство предприятия при определении производственной программы $x = (x_1,...,x_i,...,x_n)$ сталкивается с задачей управления риском.

Согласно вышесказанному, деятельность какого-либо производственного процесса не влияет на деятельность любого другого процесса на предприятии (коэффициент корреляции любых двух процессов равен нулю). Предположим, что вероятность возникновения более одной аварии или другого неблагоприятного обстоятельства на предприятии незначительна (близка к нулю). Разумное управление на любом предприятии, при котором его функционирование может быть устойчивым, предполагает осуществлять оценку именно максимального ущерба от возникновения возможных аварий и других событий, приводящих к потерям на производстве, т. е. предполагает действовать по принципу осторожного поведения. Поэтому выбор функции риска в виде (2) для данной производственной задачи можно считать вполне оправданным. Определим функцию риска в метрике l_∞, т. е. как максимальный ущерб по всем производственным процессам:

$$R_\infty(x) = \max_{1 \le i \le n} a_i x_i\ . \tag{5}$$

Задание функции риска в виде (5) объясняется также тем, что управление риском (его снижение) в данной задаче подразумевает изменение (уменьшение) значений $x_i, i = 1,...,n$, поэтому руководство предприятия может интересовать, например, тот производственный процесс, который потребует в текущем плановом периоде уменьшения интенсивности производственных процессов в первую очередь.

Рассмотрим двухкритериальную задачу нахождения такого плана производства, который по возможности максимизирует прибыль предприятия, и одновременно минимизирует значение функции риска (5). Эта задача может быть формализована разными способами, отделяющими те или иные решения из множества Парето.

1. *Формализация производственной задачи с помощью линейной свертки критериев*

Возьмем линейную свертку критериев типа суммы и рассмотрим следующую постановку задачи управления риском:

$$\max_{x \in X}[\lambda \sum_{i=1}^{n} \pi_i x_i - (1-\lambda) \max_{1 \le i \le n} a_i x_i], \tag{6}$$

где $X = \{x \mid x_i \in [0; y_i], i = 1,...,n, Ax \le b\}$, y_i – величина спроса на продукцию i-го производственного процесса; A и b – технологическая матрица и вектор ограничений на ресурсы предприятия соответственно; $\lambda \in [0;1)$ – параметр, характеризующий степень избегания риска для предприятия. При $\lambda = 0$ руководство предприятия интересует только минимизация ущерба, вопрос максимизации прибыли при этом остается в стороне. Случай $\lambda = 1$ для задачи управления риском не имеет смысла. Приведем задачу (6) к стандартной форме задачи линейного программирования (ЗЛП):

$$\max_{x,z}[\lambda\sum_{i=1}^{n}\pi_i x_i - (1-\lambda)z] \qquad (7)$$
$$a_i x_i \le z, \quad Ax \le b, \quad x_i \le y_i, x_i \ge 0, i = 1,...,n, z \ge 0.$$

Нахождение оптимального плана задачи (7) осуществляется известными методами решения ЗЛП [5].

2. *Формализация производственной задачи на основе принципа нормирования*

В настоящее время в основе многих практических мероприятий по управлению риском лежит *концепция приемлемого риска*, которая состоит в стремлении к снижению риска до безопасного уровня [1]. Предположим, что задан приемлемый уровень риска $Risk_{re}$, т. е. такое значение риска, при котором экономические показатели предприятия существенно не изменятся. Покажем два возможных механизма управления риском, в основе которых лежит концепция приемлемого риска.

Первый механизм управления риском требует, чтобы значение функции риска в оптимальной точке $x^0 = (x_1^0,...,x_i^0,...,x_n^0)$ не превышало значение приемлемого риска: $R_\infty(x^0) \le Risk_{re}$. Тогда задачу управления риском можно формализовать к виду

$$\max_{x}\sum_{i=1}^{n}\pi_i x_i$$
$$a_i x_i \le Risk_{re}, \quad Ax \le b, \quad x_i \le y_i, x_i \ge 0, i = 1,...,n.$$

Второй механизм управления риском подразумевает страхование от возможного ущерба. Пусть s – максимальная величина страхового возмещения, выбираемая предприятием и выплачиваемая страховой компанией в случае возникновения страхового случая, ущерб от которого не менее величины s; $k \in (0;1)$ – доля от страховой суммы s (страховая премия), которую платит предприятие страховой компании. Тогда задачу управления риском, основанную на линейной свертке критериев типа суммы и процедуре страхования, сформулируем в виде

$$\max_{x,s}[\lambda(\sum_{i=1}^{n}\pi_i x_i - ks) - (1-\lambda)\max(\max_{1\le i\le n} a_i x_i - s;0)] \qquad (8)$$
$$Ax \le b, \quad x_i \le y_i, \quad x_i \ge 0, i = 1,...,n, s \ge 0.$$

Очевидно, что при оптимальном выборе s должно выполняться неравенство $s \le \max_{1\le i\le n} a_i x_i$. Учитывая это обстоятельство, сведем задачу (8) к ЗЛП:

$$\max_{x,s,z}[\lambda(\sum_{i=1}^{n}\pi_i x_i - ks) - (1-\lambda)(z-s)] \qquad (9)$$
$$Ax \le b, \quad s \le z, \quad a_i x_i \le z, \quad x_i \le y_i, \quad x_i \ge 0, i = 1,...,n, s \ge 0.$$

Преобразуем функцию цели к виду $\lambda\sum_{i=1}^{n}\pi_i x_i - (1-\lambda)z + (1-\lambda-k\lambda)s$. При $1-\lambda-k\lambda \le 0$ имеем $s^0 = 0$. Значит, предприятию имеет смысл страховаться, если выполняется соотношение $1-\lambda-k\lambda > 0$ или $\lambda < \dfrac{1}{k+1}$. Но тогда, приведя целевую функцию к виду

$\lambda\sum_{i=1}^{n}\pi_i x_i-(1-\lambda)(z-s)-k\lambda s$, имеем $s^0=z^0$ и, таким образом, задача (9) для $\lambda<\frac{1}{k+1}$ сводится к задаче, в которой решение не зависит от λ:

$$\max_{x,s}(\sum_{i=1}^{n}\pi_i x_i-ks)$$
$$Ax\le b,\quad a_i x_i\le s,\quad x_i\le y_i,\quad x_i\ge 0, i=1,...,n, s\ge 0.$$

Возможен также вариант страхования по типу «франшизы» при выборе второго механизма управления риском. Пусть q_i – страховой взнос предприятия в расчете на единицу продукции x_i, $i=1,...,n$, $\tilde{s}$ – величина страхового возмещения за единицу превышения приемлемого уровня риска, выплачиваемая страховой компанией. Размер страхового полиса при этом составит $\sum_{i=1}^{n}q_i x_i$. Задача управления риском, основанная на линейной свертке критериев типа суммы и процедуре страхования, примет вид

$$\max_x[\alpha(\sum_{i=1}^{n}\pi_i x_i-\sum_{i=1}^{n}q_i x_i)-(1-\alpha)(\max_{1\le i\le n}a_i x_i-\tilde{s}\max(\max_{1\le i\le n}a_i x_i-Risk_{re};0))],$$
$$Ax\le b,\quad x_i\le y_i, x_i\ge 0, i=1,...,n. \tag{10}$$

Предприятию имеет смысл страховаться, если для оптимального x выполняется соотношение $\tilde{s}\max(\max_{1\le i\le n}a_i x_i-Risk_{re};0)\ge\sum_{i=1}^{n}q_i x_i$, а последнее может быть при условии $\max_{1\le i\le n}a_i x_i>Risk_{re}$. Учитывая это замечание, запишем задачу (10) в виде

$$\max_x[\alpha(\sum_{i=1}^{n}\pi_i x_i-\sum_{i=1}^{n}q_i x_i)-(1-\alpha)(\max_{1\le i\le n}a_i x_i-\tilde{s}\max_{1\le i\le n}a_i x_i+\tilde{s}Risk_{re})],$$
$$Ax\le b,\quad x_i\le y_i, x_i\ge 0, i=1,...,n. \tag{11}$$

Задача (11) эквивалентна задаче

$$\max_x[\alpha(\sum_{i=1}^{n}\pi_i x_i-\sum_{i=1}^{n}q_i x_i)-(1-\alpha)(1-\tilde{s})\max_{1\le i\le n}a_i x_i],$$
$$Ax\le b,\quad x_i\le y_i, x_i\ge 0, i=1,...,n. \tag{12}$$

Для $\tilde{s}\ge 1$ данный механизм управления риском теряет смысл. Для $\tilde{s}<1$ путем введения новой переменной $z=\max_{1\le i\le n}a_i x_i$ сведем задачу (12) к ЗЛП:

$$\max_{x,z}[\alpha(\sum_{i=1}^{n}\pi_i x_i-\sum_{i=1}^{n}q_i x_i)-(1-\alpha)(1-\tilde{s})z)],$$
$$Ax\le b,\quad a_i x_i\le z,\quad x_i\le y_i,\quad x_i\ge 0, i=1,...,n,\quad z\ge 0. \tag{13}$$

3. *Формализация производственной задачи с использованием свертки типа отношения*

Рассмотрим постановку задачи нахождения оптимального плана производства, основывающуюся на свертке критериев типа отношения:

$$\min_{x\in X}\frac{\max_{1\le i\le n}a_i x_i}{\sum_{i=1}^{n}\pi_i x_i}, \tag{14}$$

где $X=\{x\,|\,x_i\in[0;y_i], i=1,...,n, Ax\le b\}$. Выбор такого типа свертки основан на том, что для предприятия может быть важно найти такой план производства, при котором величина риска на единицу прибыли становится минимальной. Отметим, что постановка задачи в виде (14) не нуждается во введении параметра λ, характеризующего степень избегания риска.

Представим задачу (14) в виде ЗЛП. Для этого введем переменные $u = (\sum_{i=1}^{n} \pi_i x_i)^{-1}$, $z = \max_{1 \le i \le n} a_i x_i$. Тогда имеем $a_i x_i u \le zu$, $\sum_{i=1}^{n} \pi_i x_i u = 1$, $x_i u \le y_i u$, $i = 1,..,n$. Введем обозначение $v = uz$, $w_i \le x_i u$. Задача (14) примет вид

$$\min_{u,v,\overline{w}} v,$$
$$a_i w_i \le v,\ A\overline{w} - bu \le 0,\ \sum_{i=1}^{n} \pi_i w_i = 1,\ w_i \le y_i u,\ w_i \ge 0,\ i = 1,...,n,\ u \ge 0,\ v \ge 0. \quad (15)$$

Задача (15) решается известными методами линейного программирования [5]. Пусть $(u^0, v^0, \overline{w}^0)$ – решение задачи (15), тогда $x_i^0 = \dfrac{w_i^0}{u^0}$, $i = 1,...,n$ – компоненты оптимального плана задачи (14).

Постановка задачи планирования для случая нескольких производственных периодов

Предположим, что план развития предприятия разбит на T производственных периодов (лет). Величина риска (4) для каждого производственного процесса за T производственных периодов может быть аппроксимирована средним значением по всем периодам, т. е.

$$Risk_i^T = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} a_{it} x_i\ , \quad (16)$$

где $Risk_{it} = a_{it} x_i$ – величина риска для i-го производственного процесса в t-м производственном периоде; a_{it} – прогноз риска для t-го периода.

Тогда функция риска за T производственных периодов примет вид

$$R_{\infty 1}^T(x) = \max_{1 \le i \le n} \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} a_{it} x_i\ . \quad (17)$$

Альтернативу функции риска (17) определим в виде

$$R_{\infty 2}^T(x) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} \max_{1 \le i \le n} a_{it} x_i\ . \quad (18)$$

Различие между функциями риска (17) и (18) демонстрирует пример 1.

Пример 1. Для произвольно выбранного плана $x^* = (2; 3; 1{,}5)$ необходимо произвести расчет значений функций риска (17) и (18).

Таблица 1

Период t \ Процесс i	1	2	3
1	0,5	2,0	1,0
2	3,0	0,1	5,0
3	1,4	3,0	1,3
4	2,2	4,7	2,6
5	1,0	0,8	5,2

Таблица 2

Период t \ Процесс i	1	2	3
1	1,0	**6,0**	1,5
2	6,0	0,3	**7,5**
3	2,8	**9,0**	1,95
4	4,4	**14,1**	3,9
5	2,0	2,4	**7,8**

Согласно (17), имеем $R_{\infty 1}^T(x^*) = \max_{i=1,2,3} \frac{1}{5} \sum_{t=1}^{T} a_{ijt} x_i^*$, $R_{\infty 1}^T(x^*) = 6{,}36$. Такое максимальное значение риска дает второй технологический процесс, т. е. при выбранном плане $x^* = (2; 3; 1{,}5)$ второй технологический процесс оказывается наиболее рискованным. Согласно (18), имеем $R^T_{\infty 2}(x^*) = \frac{1}{5}\sum_{t=1}^{T}\max_{i=1,2,3} a_{it}x_i^*$, $R^T_{\infty 2}(x^*) = 8{,}88$. При этом наибольший риск для плана $x^* = (2; 3; 1{,}5)$ вносит также второй технологический процесс.

Очевидно, имеет место соотношение $R^T_{\infty 2}(x) \geq R^T_{\infty 1}(x)$. В данном примере это неравенство строгое: $R^T_{\infty 2}(x^*) > R^T_{\infty 1}(x^*)$.

Нахождение оптимального плана с использованием функций риска (17) и (18) дает, вообще говоря, различные оптимальные точки $\bar{x}^{01}$, $\bar{x}^{02}$, при этом необязательно имеет место соотношение $R^T_{\infty 2}(\bar{x}^{02}) > R^T_{\infty 1}(\bar{x}^{01})$. Это подтверждает пример 2.

Пример 2. Пусть на предприятии имеются три производственных процесса, на каждом из которых производится продукция определенного типа. Матрица рисков для пяти производственных периодов задана табл. 1. Известна прибыль с единицы продукции каждого процесса $\pi = (20;18;30)$, вектор спроса на продукцию $y = (2;3;2)$, вектор ограничений на ресурсы трех видов $b = (4;3;5)$. Технологическая матрица A представлена табл. 3.

Таблица 3

Процесс / Ресурс	1	2	3
1	1,1	2,1	3,2
2	4	5	2,4
3	6	4,8	9

Для нахождения оптимальной производственной программы возьмем линейную свертку критериев типа суммы с $\lambda = 0{,}5$ и рассмотрим задачу нахождения оптимального плана производства, используя функцию риска (13):

$$\max_{x\in X}\frac{1}{2}\left(\sum_{i=1}^{3}\pi_i x_i - \max_{i=1,2,3}\frac{1}{5}\sum_{t=1}^{5}a_{it}x_i\right), \tag{19}$$

где $X = \{x \mid x_i \in [0; y_i], i = 1,2,3, Ax \leq b\}$.

Задача (19) эквивалентна следующей ЗЛП:

$$\max_{x,z}\frac{1}{2}\left(\sum_{i=1}^{3}\pi_i x_i - z\right)$$
$$\frac{1}{5}\sum_{t=1}^{5}a_{it}x_i \leq z, \quad Ax \leq b, \quad x_i \leq y_i, x_i \geq 0, i = 1,2,3, z \geq 0. \tag{20}$$

Задача (20) дает оптимальный план $x^{01} = (0; 0{,}45; 0{,}32)$. Функция цели в оптимальной точке x^{01} имеет значение 8,3. Значение функции риска есть $R^T_{\infty 1}(x^{02}) = 0{,}96$. Наиболее рискованным является третий процесс.

Теперь возьмем функцию риска (18) и рассмотрим задачу нахождения оптимального плана:

$$\max_{x\in X}\frac{1}{2}\left[\sum_{i=1}^{3}\pi_i x_i - \frac{1}{5}\sum_{t=1}^{5}\max_{i=1,2,3}a_{it}x_i\right]. \tag{21}$$

Задача (21) эквивалентна ЗЛП вида

$$\max_{x,z}\frac{1}{2}\left[\sum_{i=1}^{3}\pi_i x_i - \frac{1}{5}\sum_{t=1}^{5}z_t\right]$$
$$a_{it}x_i \leq z_t, \quad Ax \leq b, \quad x_i \leq y_i, x_i \geq 0, i = 1,2,3, z_t \geq 0,\ t = 1,...,5, \tag{22}$$

где z представляет собой вектор $z = (z_1, z_2, z_3, z_4, z_5)$.

Задача (21) дает оптимальный план $x^{02} = (0{,}34; 0{,}23; 0{,}21)$. Функция цели в оптимальной точке x^{02} принимает значение 8,1. Значение функции риска при этом есть $R^T_{\infty 2}(x^{02}) = 0{,}86$. Наиболее рискованным является второй процесс.

Получили, что $R^T_{\infty 2}(x^{02}) < R^T_{\infty 1}(x^{01})$.

Можно показать, что для некоторых других исходных данных имеет место неравенство $R^T_{\infty 2}(x^{02}) \geq R^T_{\infty 1}(x^{01})$.

Аналогичные вопросы возникают в задачах обработки статистической информации. В нашем изложении, a_{it}, $t = 1,...,T$ может быть статистикой риска за прошедшие T периодов. Формально такие задачи похожи, но принципиально отличаются. Традиционной является задача обработки статистических данных, которая приводит к функции риска (17) и построению оптимальной стратегии, опираясь на усредненные данные за прошедшие периоды. В то же время в работе [3] авторы предлагают иной способ обработки статистических данных, при котором в качестве оптимальной стратегии берется та, которая за прошлый период давала бы наибольший эффект. В проблеме управления риском это соответствует функции риска (18).

Заключение

Таким образом, в работе представлены линейные задачи управления риском, в которых использовались следующие свертки критериев выигрыша и риска: линейная свертка критериев, свертка типа отношения, перевод критерия в ограничение. Показано, что функция риска, определенная в метрике l_∞, не только, на наш взгляд, достаточно адекватно описывает риск в производственных процессах, но и удобна в математическом плане, так как все задачи сводятся, в конечном счете, к задаче линейного программирования. Отметим, что погрешность исходных данных в моделях может привести к тому, что ограничения в задаче окажутся несовместными, что отражает отсутствие устойчивости в системе. Соответствующие задачи оптимизации не имеют решения и называются несобственными. Для таких задач предлагаются процедуры минимальной коррекции данных [4], в результате которых аппроксимирующие задачи уже имеют решение.

ЛИТЕРАТУРА

1. Акимов, В.А. Риски в природе, техносфере, обществе и экономике / В.А. Акимов, В.В. Лесных, Н.Н. Радаев. – М.: Деловой экспресс, 2004. – 352 с.
2. Владимиров, В.А. Управление риском: Риск. Устойчивое развитие. Синергетика / В.А. Владимиров, Ю.Л. Воробьев, С.С. Салов. – М.: Наука, 2000. – 429 с.
3. Горелик, В.А. О некоторых задачах фондового инвестирования и менеджмента // Моделирование, оптимизация и декомпозиция сложных динамических процессов / В.А. Горелик, Т.В. Зверева (Золотова). – М.: ВЦ РАН, 1996. – С. 63-85.
4. Горелик, В.А. Модели анализа и коррекции данных в задачах управления эколого-экономическими процессами / В.А. Горелик, Т.В. Зверева (Золотова) // Информационно-измерительные и управляющие системы. – 2009. – № 10. – С. 46-55.
5. Горелик, В.А. Основы исследования операций: учеб. пособие / В.А. Горелик, Т.П. Фомина. – М.: Моск. пед. гос. ун-т, 2004. – 248 с.
6. Измалков, В.И. Техногенная и экологическая безопасность и управление / В.И. Измалков, А.В. Измалков. – СПб.: Межрегион. независ. фонд содействия гражд. обороне, 1998. – 481 с.
7. Карлин, Л.Н. Управление энвиронментальными и экологическими рисками / Л.Н. Карлин, В.М. Абрамов. – СПб.: РГГМУ, 2006. – 332 с.
8. Касьяненко, А.А. Техногенные системы и экологический риск. Ч. 1: учеб. пособие / А.А. Касьяненко. – М.: Изд-во РУДН, 2002. – 93 с.
9. Кириллова, Г.В. Анализ безопасности и оценка риска: учеб. пособие / Г.В. Кириллова. – М.: РГОТУПС, 2003. – 38 с.
10. Моисеев, Н.Н. Математические задачи системного анализа / Н.Н. Моисеев. – М.: Наука. 1981. – 487 с.
11. Cai X.Q., Teo K.L., Yang X.Q., Zhou X.Y. Portfolio optimization with l_∞ risk measure // 35th IEEE Conference on Decision and Control. – Kobe, Japan, 1996. – P. 3682-3687.