

Комаровский Ю. А.
Yu. A. Komarovskiy

ПОГРЕШНОСТИ ВЫЧИСЛЕНИЙ ПРОХОДИМЫХ РАССТОЯНИЙ ПО ДАННЫМ ОТ GPS-ПРИЁМНИКОВ

ERRORS IN TRAVERSED DISTANCE CALCULATIONS BASED ON DATA FROM A GPS-RECEIVER



Комаровский Юрий Александрович – кандидат технических наук, старший научный сотрудник кафедры теории и устройства судна Морского государственного университета им. адм. Г. И. Невельского (Россия, Владивосток). E-mail: komarovskiy@msun.ru.

Mr. Yuriy A. Komarovskiy – PhD in Engineering, Senior Researcher at the Department of Ship Theory and Naval Architecture, Admiral Nevelskoy State Maritime University (city of Vladivostok). E-mail: komarovskiy@msun.ru.

Аннотация. Показано, что расстояния, определяемые по приращениям координат, устойчиво меньше расстояний, рассчитываемых по абсолютной скорости. Получены оценки случайных компонент вычисляемых расстояний по информации от судового GPS-приёмника.

Summary. We demonstrate that traversed distances determined on the basis of coordinate increments tend to be systematically shorter than those calculated using the absolute speed. We derive estimates for random components in the traversed distance calculation based on data from with a vessel's GPS-receiver.

Ключевые слова: GPS-приёмник, пройденное расстояние, случайная погрешность.

Keywords: GPS-receiver, traversed distance, random error.

УДК 621.396.932.1:629.783

Определение точного расстояния, преодолеваемого транспортным средством и человеком, до сих пор представляет сложную техническую проблему. Сложилось так, что для каждого вида транспортного средства создавались свои устройства измерения пройденных дистанций. Ввод в эксплуатацию спутниковых радионавигационных систем (СРНС) Навстар GPS и Глонасс открыл перспективу создания универсального устройства. До мая 2000 г. в работе СРНС Навстар GPS действовал режим избирательной доступности, который не позволял получать гражданским потребителям координаты и параметры движения с точностью, приемлемой для вычисления точного преодолеваемого расстояния. К сожалению, подавляющее большинство GPS-приёмников, изготовленных уже после отмены режима избирательной доступности, не имеют встроенной функции расчёта пройденного пути. Поэтому возникла необходимость изучения пригодности современных навигационных приёмников СРНС предоставлять исходную информацию для достижения высокой точности вычисления преодолеваемых расстояний.

Любой современный приёмник СРНС выводит на экран индикатора и на внешние устройства следующие данные: геодезическую широту φ , геодезическую долготу λ , направление вектора абсолютной скорости COG (Course Over Ground) и модуль вектора абсолютной скорости SOG (Speed Over Ground). Бытует неправильное мнение, что COG и SOG в су-

довых приёмниках СРНС вычисляются по изменениям координат. На самом деле в них обсервованные геодезические координаты определяются по кодовым измерениям навигационных сигналов от спутников, а элементы вектора абсолютной скорости – по доплеровским смещениям несущих частот спутников [1, 2]. Следовательно, в одном и том же навигационном приёмнике элементы вектора абсолютной скорости и обсервованные геодезические координаты определяются по разным измерительным каналам. Поэтому можно предположить неодинаковую точность вычисления пройденных расстояний, полученных по приращениям координат и по элементам вектора абсолютной скорости. Цель предлагаемой работы посвящена проверке этой гипотезы.

Пусть Δt – неизменный интервал времени обновления данных в навигационном приёмнике СРНС. Современные судовые навигационные приёмники СРНС Навстар GPS в зависимости от их типа обновляют информацию через половину секунды, каждую секунду или через 2 с. Обозначим через $\Delta\varphi'_i$ и $\Delta\lambda'_i$ приращения в угловых минутах широты и долготы соответственно за i -й интервал обновления, $\Delta\varphi'_i = \varphi'_i - \varphi'_{i-1}$, $\Delta\lambda'_i = \lambda'_i - \lambda'_{i-1}$.

Пусть $\Delta S_i^{(d)}$ – расстояние в метрах, рассчитанное по приращениям координат за i -й интервал обновления,

$$\Delta S_i^{(d)} = \sqrt{[\Delta\varphi'_i \times l_m]^2 + [\Delta\lambda'_i \times l_p]^2}, \quad (1)$$

где l_m и l_p – длины в метрах дуги одной минуты меридиана и одной минуты дуги параллели данного референц-эллипсоида в данной точке его поверхности.

В геодезии и в морской навигации величины l_m и l_p принято рассчитывать по следующим формулам:

$$l_m = \frac{a(1 - e^2) \text{arc}1'}{\sqrt{(1 - e^2 \sin^2 \varphi)^3}}, \quad l_p = \frac{a \times \cos \varphi \times \text{arc}1'}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \varphi}},$$

где a – большая полуось референц-эллипсоида; e – его первый эксцентриситет; φ – широта места, в котором располагается в данный момент антенна GPS-приёмника.

В последние годы в международной морской практике широко используется референц-эллипсоид WGS-84, у которого $a = 6378173$ м, $e = 0,0818191908426$ [3, 4].

Представленные выше формулы для вычислений длины дуги одной минуты меридиана и параллели требуют высокой разрядности. Поэтому с целью удобства расчётов автором для референц-эллипсоида WGS-84 были получены следующие простые формулы вычислений l_m и l_p [5]:

$$\begin{cases} l_m = K_{11} - K_{22} \cos 2\varphi + K_{33} \cos 4\varphi, \\ l_p = [C_{11} - C_{22} \cos 2\varphi + C_{33} \cos 4\varphi] \cos \varphi. \end{cases} \quad (2)$$

Значения коэффициентов формул (2) содержатся в табл. 1.

Таблица 1

Коэффициенты формул (2)

K_{11}	K_{22}	K_{33}
1852,34406	9,32907	0,01935
C_{11}	C_{22}	C_{33}
1858,4416	3,12065	0,00389

Формулы (3) обеспечивают точность вычислений не хуже $\pm 0,1$ мм.

Пройденное расстояние за интервал Δt можно рассчитать по величине SOG. Судовые GPS-приёмники способны отображать на экране индикатора величины SOG в узлах (1 узел =



= морской миле за 1 ч = 1,852 км/ч = 0,51444 м/с), в км/ч (0,27778 м/с) и в милях за 1 ч (одна статутная (сухопутная) миля за 1 ч = 1,609344 км/ч = 0,44704 м/с). Узлы используются при плавании в акваториях, отнесённых к морю. Единицы измерения абсолютной скорости в милях за 1 ч и км/ч применяются на внутренних водных путях. На внешние устройства судовые GPS-приёмники выводят SOG в формате NMEA 0183 только в узлах [6].

Обозначим через v_i абсолютную скорость в узлах, выводимую на внешние устройства GPS-приёмником как SOG_i на интервале обновления Δt_i . Тогда расстояние в метрах $\Delta S_i^{(v)}$, проходимое носителем приёмника СРНС Навстар GPS за постоянный i -й интервал обновления информации Δt , определится как

$$\Delta S_i^{(v)} = 0,51444 v_i \Delta t_i . \quad (3)$$

Таким образом, по информации от GPS-приёмника можно двумя способами рассчитать расстояние, пройденное за время T , $T = n \times \Delta t$, где n – число интервалов обновления.

$$S^{(d)} = \sum_{i=1}^n \Delta S_i^{(d)}, \quad S^{(v)} = \sum_{i=1}^n \Delta S_i^{(v)}. \quad (4)$$

На процессы измерения радионавигационных параметров GPS-приёмником воздействуют различные факторы, изменяющиеся непредсказуемым образом. Поэтому величины $\Delta S^{(d)}$ и $\Delta S^{(v)}$ надо считать случайными. Обозначим через $f_d(m_d, \sigma_d)$ и $f_v(m_v, \sigma_v)$ двухпараметрические плотности распределения случайных величин $\Delta S^{(d)}$ и $\Delta S^{(v)}$ соответственно с математическими ожиданиями m_d , m_v и средними квадратическими отклонениями (СКО) σ_d , σ_v .

Если $m_d = m_v$, то можно предположить, что при $n \rightarrow \infty$ абсолютная величина разности между расстоянием, рассчитанным по приращению координат, и расстоянием, рассчитанным по величинам SOG, будет меньше любого сколь угодно малого положительного числа ε , т.е.

$$\left| \sum_{i=1}^n \Delta S_i^{(d)} - \sum_{i=1}^n \Delta S_i^{(v)} \right| < \varepsilon . \quad (5)$$

Если условие (5) выполняется, то оба измерительных канала приёмника равнозначны для подсчёта пройденных расстояний. При этом в тех случаях, когда необходимо получать расстояние за короткие промежутки времени, то предпочтение следует отдавать тому каналу, который обеспечивает меньшее среднее квадратическое отклонение.

Для проверки выполнимости условия (5) были исследованы данные, полученные автором во время рейсов пассажирского парома “Бригадир Ришко” между Владивостоком и о. Попова в 2008 г. На борту парома был временно установлен судовой GPS-приёмник GP-37, изготовленный компанией Furuno. Информация от него в формате NMEA 0183 через каждую секунду ($\Delta t = 1$ с) автоматически заносилась на жёсткий диск ноутбука. Для анализа взят прямолинейный участок перехода между моментами траверзов о. Уши и мыса Низменный в Амурском заливе 3 августа 2008 г. Результаты вычислений $\Delta S^{(d)}$ и $\Delta S^{(v)}$ можно видеть на рис. 1.

На рис. 1 видно гораздо большее рассеивание величин расстояний, рассчитанных по приращениям обсервованных координат по формуле (1). Кроме того, на графиках можно видеть влияние струй течений, действующих вдоль северо-западных берегов островов Русский и Попова. Коэффициент корреляции между $\Delta S^{(d)}$ и $\Delta S^{(v)}$ равен 0,523. Такое малое значение коэффициента корреляции объясняется высокой дисперсией расстояний, рассчитываемых по приращениям координат. Приращение координат дало среднее расстояние 4,972 м и

СКО 0,089 м. Вычисление расстояний по формуле (3) предоставило среднее 4,985 м и СКО 0,049 м.

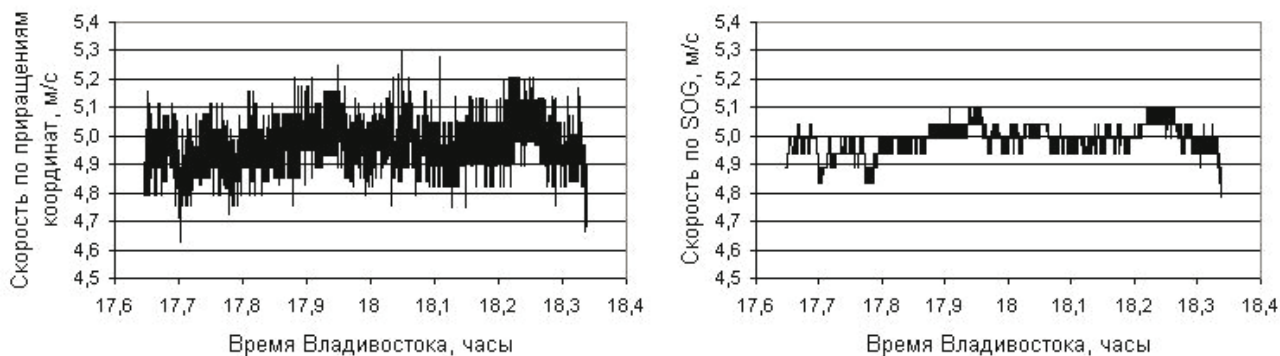


Рис. 1. Графики изменения расстояний, пройденных за 1 с паромом “Бригадир Ришко” в рейсе 3 августа 2008 г.

Чтобы сравнивать между собой характеристики распределений $\Delta S^{(d)}$ и $\Delta S^{(v)}$, необходимо устранить присутствие тренда, обусловленного влиянием течения. Для этого применялись процедуры простого линейного сглаживания скользящим средним и аппроксимация участками парабол с коэффициентами, рассчитанными методом наименьших квадратов. Обозначим через $\Delta S_i^{(sm)}$ сглаженное значение расстояния на интервале обновления информацией Δt_i . Тогда случайная величина расстояния, рассчитанная по приращениям координат, определится как

$$S_i^{(d)} = \Delta S_i^{(d)} - \Delta S_i^{(dsm)}. \quad (6)$$

Таким же образом определится случайная величина расстояния $S_i^{(v)}$, рассчитанная по абсолютной скорости. Точечные оценки математического ожидания \bar{m}_d и СКО $\bar{\sigma}_d$ случайной величины расстояния, рассчитанной по приращению координат, определяются соответственно по следующим формулам:

$$\bar{m}_d = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\Delta S_i^{(d)} - \Delta S_i^{(dsm)}), \quad \bar{\sigma}_d = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (S_i^{(d)} - \bar{m}_d)^2}{n}}. \quad (7)$$

По формулам, аналогичным формулам (7), рассчитывались \bar{m}_v и $\bar{\sigma}_v$.

Экспериментальные данные, зарегистрированные 3 августа 2008 г., сначала были обработаны простым линейным сглаживанием скользящим средним с окном 15 с. Результаты сглаживания можно видеть на рис. 2.

Чтобы оценить результат сглаживания, имеет смысл графики рис. 1 сравнить с графиками рис. 2. Во-первых, видно значительное уменьшение случайной компоненты в изменениях расстояний, рассчитанных по приращениям координат, во-вторых, стал более заметен тренд, вызываемый течениями, из-за чего коэффициент корреляции сглаженных значений возрос до 0,945. На левой панели рис. 2 видно, что случайная компонента устранена далеко не полностью.

Полученные таким образом массивы центрированных случайных величин $S_i^{(d)}$ и $S_i^{(v)}$ были подвергнуты стандартной процедуре статистической обработки. Результаты обработки внесены в табл. 2.

Результаты обработки простым линейным сглаживанием

Статистическая оценка	Расстояния, полученные	
	по приращению координат	по абсолютной скорости
Среднее, м	0,0000544	0,0000457
СКО, м	0,076	0,021
Медиана, м	0,000212	0
Мода, м	- 0,067	0
Экссесс	- 0,105	- 0,192
Асимметрия	0,066	- 0,038
Размах варьирования, м	0,605	0,147
Объём выборки	2475	2475

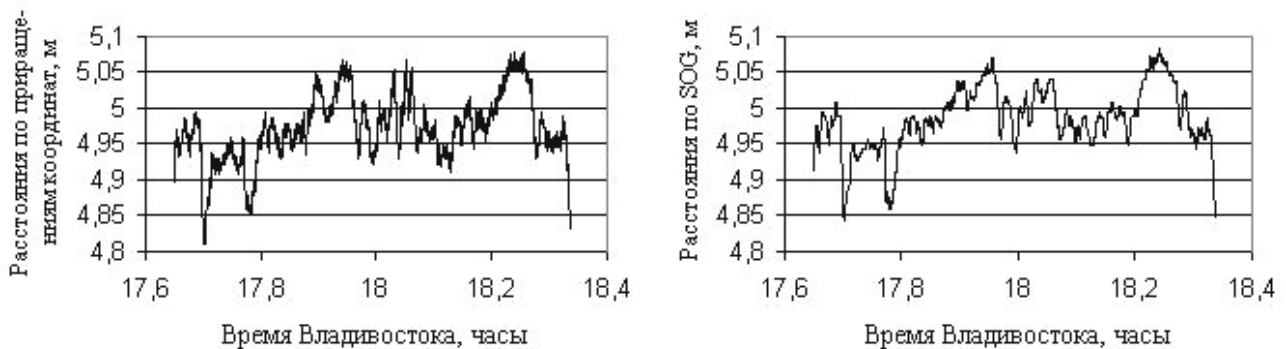


Рис. 2. Графики изменения сглаженных расстояний

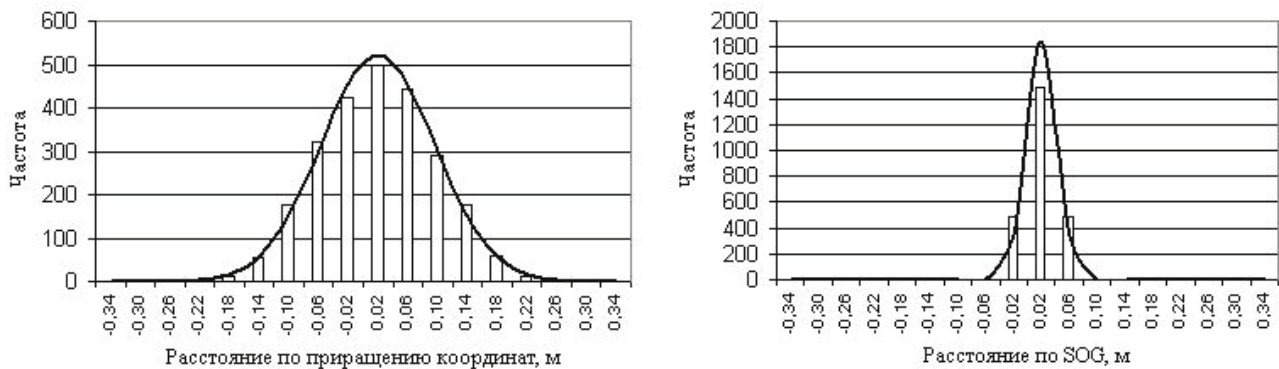


Рис. 3. Гистограммы распределений $S_i^{(d)}$ (слева) и $S_i^{(v)}$

Из табл. 2 следует, что средние значения случайных величин расстояний практически равны нулю, $\bar{m}_d \approx \bar{m}_v \approx 0$. Значения точечных оценок средних, близких к 0, можно объяснить эффективностью использованного способа сглаживания. Из табл. 2 следует, что СКО случайных величин расстояний, определяемых по SOG, в 3,6 раза меньше, $\bar{\sigma}_d > \bar{\sigma}_v$. Их размах варьирования меньше в 4 раза.

Эти факты, а также коэффициент корреляции между $S_i^{(d)}$ и $S_i^{(v)}$, равный 0,197, позволяют выдвинуть обоснованное предположение о независимости и неоднородности случайных величин $S_i^{(d)}$ и $S_i^{(v)}$. Иными словами, случайные величины $S_i^{(d)}$ и $S_i^{(v)}$ принадлежат

разным генеральным совокупностям. Этот вывод подтверждает то, что элементы вектора абсолютной скорости и обсервованные геодезические координаты определяются по разным измерительным каналам.

О виде плотности распределения случайных величин $S_i^{(d)}$ и $S_i^{(v)}$ можно судить по их гистограммам на рис. 3.

Для анализа предварительного характера на гистограммы рис. 3 нанесены кривые теоретического распределения Гаусса, рассчитанные по средним и СКО табл. 2. Видно, что эмпирические распределения достаточно хорошо совпадают с кривыми теоретических распределений. Гистограммы практически симметричны. Различия в СКО и в эксцессах эмпирических распределений также можно наблюдать на рис. 3.

Результаты статистической обработки случайных компонент $S_i^{(d)}$ и $S_i^{(v)}$, полученных аппроксимацией участками парабол с коэффициентами, рассчитанными методом наименьших квадратов, сведены в табл. 3.

Таблица 3

Результаты обработки методом наименьших квадратов

Статистическая оценка	Расстояния, полученные	
	по приращению координат	по абсолютной скорости
Среднее, м	0,000519	0,000514
СКО, м	0,08	0,03
Медиана, м	0,000027	0,00419
Мода, м	0,13	0,0033
Эксцесс	-0,126	0,582
Асимметрия	0,055	-0,409
Размах варьирования, м	0,615	0,232
Объём выборки	2489	2489

Сравнивая содержимое табл. 2 и табл. 3, можно сделать вывод о более эффективном устранении тренда простым линейным сглаживанием. Способ сглаживания участками парабол с коэффициентами, рассчитанными методом наименьших квадратов, даёт более грубые результаты, в чём можно убедиться, сопоставляя средние значения табл. 2 и табл. 3, а также эксцессы, асимметрии и размахи варьирования. Тем не менее, метод наименьших квадратов подтвердил близость средних $S_i^{(d)}$ и $S_i^{(v)}$ и превышение величины $\bar{\sigma}_d$ над $\bar{\sigma}_v$. Коэффициент корреляции между $S_i^{(d)}$ и $S_i^{(v)}$ при обработке методом наименьших квадратов равен 0,315. При сглаживании скользящим средним коэффициент корреляции между случайными величинами $S_i^{(d)}$ и $S_i^{(v)}$, как было отмечено выше, равен 0,197. Следовательно, при сглаживании участками парабол тренд устранился далеко не полностью.

Так как факт близости средних установлен, то следует ожидать выполнение условия (5) и равенства $S^{(d)}$ и $S^{(v)}$ (4). Расчёты для участка перехода между моментами траверзов о. Уши и мыса Низменный в Амурском заливе 3 августа 2008 г. дали следующие результаты: $S^{(d)} = 12375,311$ м, $S^{(v)} = 12408,955$ м. Разность в пройденных по информации от приёмника СРНС Навстар GPS GP-37 расстояниях составила 33,644 м (0,271 %). Учитывая высокую разрядность вычислений, полученный результат нельзя считать подтверждающим выполнение условия (5).

Обозначим через δ разность в метрах между получаемыми значениями расстояний, $\delta = S^{(d)} - S^{(v)}$. Важным показателем точности определения расстояний будет характер изменения δ во времени. Чтобы получить представление о динамике δ , для перехода о. Уши – мыс Низменный были рассчитаны пройденные расстояния $S^{(d)}$ и $S^{(v)}$ по мере увеличения времени перехода. График изменения накопленной разности δ можно видеть на левой панели рис. 4. График δ представляет устойчивое убывание отрицательной величины. Этот факт следует интерпретировать как постоянное превышение расстояния, рассчитываемого по абсолютной скорости, над расстоянием, определяемым по координатам, т.е. $S^{(v)} > S^{(d)}$.

Зададимся для начала моделью линейной регрессии зависимости δ от оперативного времени перехода τ . После вычисления коэффициентов регрессии методом наименьших квадратов зависимость получила следующий вид:

$$\delta(\tau) = -0,3499 - 0,8216\tau, \quad (8)$$

где τ – время от момента начала перехода, мин.

График зависимости (8) изображён в виде прямой на левой панели рис. 4. Визуальное сравнение положений точек вычисленных значений δ с графиком зависимости (8) позволяет сделать предположение о колебательном характере изменения δ . Для проверки этого предположения для каждого значения τ были получены разности между δ и $\delta(\tau)$. График изменения этих разностей представлен на правой панели рис. 4.

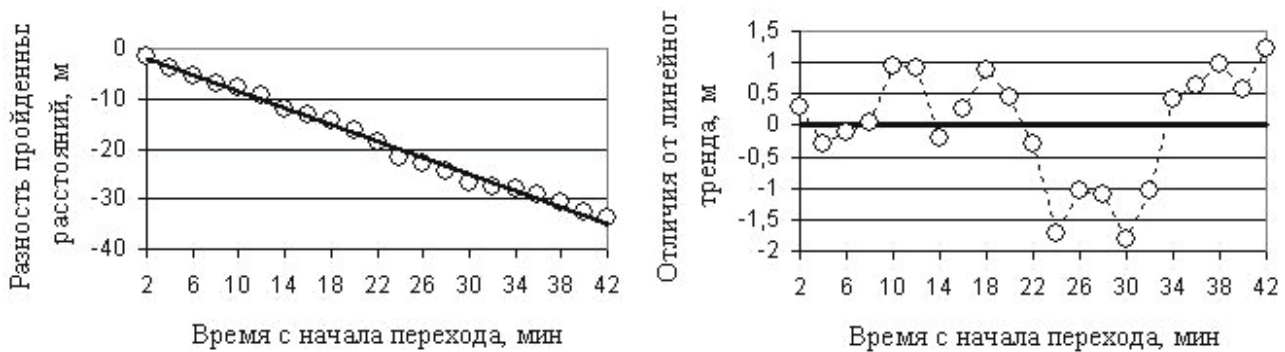


Рис. 4. Динамика разности расстояний

На правой панели рис. 4 можно видеть, что разность пройденных расстояний изменяется со временем с периодом, приблизительно равным 12 мин. Следовательно, расстояние $S^{(d)}$ или $S^{(v)}$ содержит компоненту погрешности, амплитуда которой периодически изменяется во времени. Этот вывод настраивает на продолжение исследований с целью определения параметров постоянных и систематических компонент погрешностей.

Обозначим через δ_r относительную разность расстояний, выраженную в процентах,

$$\delta_r = \frac{S^{(d)} - S^{(v)}}{S^{(d)}} 100\% . \quad (9)$$

Характер изменения во времени относительной разности расстояний на том же переходе представлен на рис. 5.

По рис. 5 можно убедиться в том, что относительная разность имеет тенденцию к уменьшению по абсолютной величине. Происходит это из-за того, что скорость приращения числителя формулы (9) меньше скорости приращения знаменателя.

Характер изменения относительной разности в первом приближении можно выразить следующим линейным регрессионным равенством:

$$\delta_r(\tau) = 0,0004\tau - 0,2932 . \quad (10)$$

Вполне возможно, что при $\tau \rightarrow \infty$ δ_r будет асимптотически приближаться к нулю.



Рис. 5. График изменения относительной разности расстояний

Подводя итог, надо отметить значительные отличия характеристик постоянных и случайных компонент погрешностей вычисляемых проходимых расстояний по приращениям координат и по абсолютной скорости. Это подтверждает определение obserвованных координат и элементов вектора абсолютной скорости в GPS-приёмниках по разным каналам измерения. Полученные в данной работе результаты пока не позволяют назначить наиболее точный из рассмотренных способов расчёта расстояний с позиции постоянных и систематических компонент. Здесь необходимы эксперименты с участием дополнительного высокоточного выверенного приёмника СРНС Навстар GPS.

ЛИТЕРАТУРА

1. Антонович, К. М. Использование спутниковых радионавигационных систем в геодезии : моногр. : в 2 т. Т. 1 / К. М. Антонович. – М. : ФГУП «Картгеоцентр», 2005. – 334 с.
2. Elliot D. Kaplan. Understanding GPS: Principles and applications [Текст] / Artech House. Boston, London, 1996. – 554 p.
3. Department of Defense World Geodetic System 1984. DMA TR 8350.2 Second edition 1 September 1991. U.S. Geological Survey. October, 1993. – 152 p.
4. Комаровский, Ю. А. Использование различных референц-эллипсоидов в судовождении : учеб. пособие / Ю. А. Комаровский. – Владивосток : ДВГМА, 1999. – 170 с.
5. Комаровский, Ю. А. Точные вычисления пройденных расстояний на земных эллипсоидах / Ю. А. Комаровский // Современные проблемы развития и методики преподавания естественных и точных наук : сб. материалов Всероссийской научн.-практ. конф. 16-18 декабря 2009 г. – Уссурийск : Изд-во УГПИ, 2009. – С. 154-161.
6. National Marine Electronics Association Standard for Interfacing Marine Electronic Devices NMEA 0183. Version 3.00. July 1, 2000. – 115 p.