

Гущин В. Н., Ульянов В. А.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И ФИЗИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФОРМИРОВАНИЯ
НЕПРЕРЫВНОЛИТЫХ ЗАГОТОВОК

Гущин В. Н., Ульянов В. А.

V.N. Guschin, V.A. Uljanov

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И ФИЗИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФОРМИРОВАНИЯ
НЕПРЕРЫВНОЛИТЫХ ЗАГОТОВОК

MATHEMATICAL AND PHYSICAL MODELING OF SECTIONS IN CONTINUOUS
CASTING

Ульянов Владимир Андреевич – доктор технических наук, профессор, зам. заведующего кафедрой Нижегородского государственного технического университета (Россия, Нижний Новгород); 603950, Нижний Новгород, ул. Минина, 24; (8312)436-03-02. taep@nntu.nnov.ru

Mr. Vladimir A. Uljanov – Doctor of Engineering, Deputy Head of a department at Nizhniy Novgorod State Technical University, 603950 Nizhniy Novgorod, 24 Minina str., phone: + 7 8312 436-03-02, taep@nntu.nnov.ru

Гущин Вячеслав Николаевич – кандидат технических наук, доцент Нижегородского государственного технического университета (Россия, Нижний Новгород); 603950, Нижний Новгород, ул. Минина, 24; (8312) 436-03-02. taep@nntu.nnov.ru

Mr. Viacheslav N. Guschin – PhD in Engineering, Associate Professor, Nizhniy Novgorod State Technical University, 603950 Nizhniy Novgorod, 24 Minina str., phone: + 7 8312 436-03-02, taep@nntu.nnov.ru

Аннотация. Рассмотрены тепловые аспекты математического и физического моделирования формирования непрерывнолитых заготовок. Проведено сравнение кинетики затвердевания и температурных полей в заготовках с экспериментальными данными.

Summary. Temperature aspects of mathematical & physical modeling of continuous casting sections are considered. Freezing kinetics and temperature fields in sections are compared with experimental data.

Ключевые слова: методика расчета, кинетика затвердевания, граничные условия, температурное поле, непрерывная разливка, моделирование, критерии, симплексы.

Keywords: calculation method, freezing kinetics, boundary conditions, thermal field, continuous casting, modeling, criteria, simplexes

УДК 669.412: 621.047

Современные математические модели процессов затвердевания непрерывнолитых заготовок необходимы не только для анализа процессов их формирования, но и для непосредственного применения в автоматических системах управления машинами непрерывной разливки в реальном времени.

Для решения задач затвердевания требуется проанализировать уравнение энергии [1–4]

$$C\rho\partial t/\partial\tau + a_{ж}\rho_{ж}\partial S/\partial\tau = \operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad}T) - C_{т}\rho_{т}S\vec{W} \operatorname{grad}t \quad (1)$$

в записи для трех фаз с учетом граничных условий:

$$Fo^{-1}\partial\theta_{ж-т}/\partial\tau' = \partial^2\theta_{ж-т}/\partial Y^2 \quad \text{при } \theta < Y < \delta_{ж-т}, \quad (2)$$

$$Fo^{-1}\partial\theta_{ж-т}/\partial\tau' = \partial^2\theta_{ж-т}/\partial Y^2 + \rho Q_o\partial\delta/\partial\tau'\rho_{ж-т}C_{ж-т}\Delta t \quad \text{при } \delta_{ж-т} < Y < \delta_{т}, \quad (3)$$

$$Fo^{-1}\partial\theta_{т}/\partial\tau' = \partial^2\theta_{т}/\partial Y^2 \quad \text{при } \delta_{т} < Y < X_o, \quad (4)$$

где t – текущая температура; S – сечение жидкой фазы; \vec{W} – вектор скорости; $C\rho = (1-S)C_{ж}\rho_{ж} + SC_{т}\rho_{т}$; $\lambda = \lambda_{т}S + (1-S)\lambda_{ж}$; $\theta_i = (t - t_o)/(t_{фр} - t_o)$ – безразмерная температура

тура; $\tau' = \tau / \tau_0$ – безразмерное время; τ, τ_0 – текущее и характерное размерные временные промежутки; Q_0 – скрытая теплота затвердевания; Y – текущая координата; $\delta_T = \xi / X_0$, $\delta_{ж-т} = (\xi + \varepsilon) / X_0$ – безразмерные толщины полностью затвердевшей с двухфазной оболочкой; X_0 – характерный размер; ρ – плотность; C – изобарная теплоёмкость; индексы $i = ж, ж-т, т, о$ – принадлежность к жидкой, жидко-твердой, твердой фазам и окружающей среде; $\Delta t = t_{фр} - t_0$; $t_{фр}, t_0$ – температуры фронта затвердевания и окружающей среды; $Fo = a\tau / X_0^2$ – число подобия Фурье (a – температуропроводность); ξ – текущая (размерная) толщина корки (оболочки).

Граничные условия к уравнениям (1) – (4) следующие:

при $\tau = 0$ $\partial\theta_{ж} / \partial X$, $\theta_{ж} = \theta_{ж-т}$, $\delta_{ж} = \delta_{ж-т}$; $\delta = 0$; при $\tau > 0$ $Nu = -\partial\theta_{ж} / \partial Y$.

$$Bi = -\partial\theta_T / \partial Y; -\lambda_T \partial\theta / \partial Y = -\lambda_{ж} \partial\theta_{ж} / \partial Y + Q_0 \rho \delta_{ж-т} / \partial\tau \rho_{ж-т} C \Delta t, \quad (5)$$

где $Nu = \alpha_{ж} X_0 / \lambda_{ж}$ – число подобия Нуссельта; $Bi = \alpha_{п} X_0 / \lambda_T$ – число подобия Био.

Решение системы уравнений можно получить для пульсирующих возмущений интенсивности теплоотдачи от жидкого расплава и с поверхности заготовки $\bar{\alpha}_{ж} = \alpha_{ж} + \alpha'_{ж}$ и $\bar{\alpha}_{п} = \alpha_{п} + \alpha'_{п}$ при их функциональной зависимости от внешней динамической нагрузки, т.е. $\alpha'_{ж}, \alpha'_{п} = f(Ne)$; $\alpha_{ж}, \alpha_{п}$ – коэффициенты теплоотдачи от жидкого металла к фронту затвердевания и от поверхности затвердевающей заготовки к окружающей среде; $Ne = E / (\rho_{ж} \omega^2 X_0^3)$ (E – энергия внешнего воздействия, ω – скорость потока расплава, $\rho_{ж} \omega^2 X_0^3$ – энергия, переданная потокам расплава вдоль фронта затвердевания).

Имеющиеся численные решения данной задачи, особенно в трёхмерной постановке, требуют уточнения сведений о граничных условиях, лишены наглядности и не пригодны для быстрой оценки влияния изменения тех или иных конструктивных и технологических параметров.

Способ интегральных тепловых балансов, предложенный А.И. Вейником, Г.П. Иванцовым и развитый Ю.А. Самойловичем, позволяет создать упрощенные расчётные методики кинетики затвердевания [1, 3, 5]. Способ заключается в составлении дифференциального уравнения движения фазовой границы (фронта затвердевания) на основе теплового баланса затвердевающего слоя металла. Основное отличие данного решения в том, что в уравнение теплового баланса вводятся одновременно четыре составляющие: Q – теплота, теряемая отливкой (заготовкой) в процессе затвердевания; $Q_{акк}$ – теплота аккумуляции нарастающей коркой; $Q_{пер}$ – теплота перегрева расплава и $Q_{кр}$ – теплота кристаллизации, выделяющаяся на фронте затвердевания. Общий вид дифференциального уравнения теплового баланса

$$dQ = dQ_{акк} + dQ_{пер} + dQ_{кр}. \quad (6)$$

Составляющие этого уравнения для бесконечной пластины следующие:

$$\left. \begin{aligned} Q &= \Delta t_{кор} F \tau / \xi; \\ Q_{акк} &= \rho C \Delta t_{кор} F \xi / 2; \\ Q_{пер} &= \alpha_{ж} \Delta t_{пер} F \tau; \\ Q_{кр} &= \rho Q_0 F \xi, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где F – площадь участка затвердевшей корки; ξ – текущая толщина корки; $\Delta t_{\text{пер}} = t_{\text{ж}} - t_{\text{кр}}$ – величина перегрева жидкого металла ($t_{\text{ж}}$) над температурой фронта затвердевания ($t_{\text{кр}}$ в расчётах принимается постоянной).

Перепад температур в корке слитка $\Delta t_{\text{кор}} = t_{\text{кр}} - t_{\text{пов}}$ рассчитывается из уравнения температурной кривой:

$$t = -(t_{\text{кр}} - t_{\text{пов}})(X_1 / \xi)^n + t_{\text{кр}}, \quad (8)$$

где $t_{\text{пов}}$ – текущая температура поверхности отливки (заготовки); n – показатель степени кривой.

Путём преобразования выводим следующую зависимость перепада температур в корке от перепада температур между фронтом затвердевания и охлаждающей средой $\Delta t_o = t_{\text{кр}} - t_o$ (в расчётах принимается постоянной величиной):

$$\Delta t_{\text{кор}} = \Delta t_o / (1 + n\lambda / \alpha\xi), \quad (9)$$

где t_o – температура окружающей среды; λ – теплопроводность затвердевшей корки; α – коэффициент теплоотдачи с поверхности отливки (заготовки). Решение уравнения (6) для граничных условий третьего рода имеет вид:

$$dFo = \frac{\left[\frac{1}{n(n+1)} \left\{ 2\mu\delta + \left(\frac{3,6\mu\text{Bi}}{n} - 0,6 \right) \delta^2 + \left(\frac{1,32\mu\delta}{n^2} + \frac{1,82\text{Bi}}{n} \right) \delta^3 - \frac{0,88\text{Bi}^2\delta^4}{n^2} \right\} \right]}{\left[\left(1 + \frac{1,1\text{Bi}\delta}{n} \right) \left[\mu(1-\text{By}) + \left(\text{By} - \frac{\text{Bi}}{n} \right) \mu\delta - \left(0,2 + \frac{\mu^2\text{Bi}}{n^2} \right) \text{Bi}\delta^2 + \frac{1,21\mu^2\text{Bi}\delta^3}{n^3} \right] \right]} - \frac{(\mu - \delta) \left(1 + \frac{1,1\text{Bi}\delta}{n} \right)^2}{\text{NBi} \left[\mu(1-\text{By}) + \left(\text{By} - \frac{\text{Bi}}{n} \right) \mu\delta - \left(0,2 + \frac{\mu^2\text{Bi}}{n^2} \right) \text{Bi}\delta^2 + \frac{1,21\mu^2\text{Bi}\delta^3}{n^3} \right]}. \quad (10)$$

Выведенная зависимость после интегрирования достаточно громоздка, поэтому здесь не приводится. Несколько проще можно представить решения для граничных условий первого рода [1]. Однако и эти приближённые решения задачи затвердевания требуют уточнения граничных условий как на поверхности заготовки, так и на фронте затвердевания.

Получен обширный фактический материал по кинетике фронта затвердевания и взаимосвязи их с граничными условиями I–III-го рода [1, 3, 5, 6]. На рис. 1, 2 представлены экспериментальные данные по зависимости безразмерной средней толщины корки заготовок квадратного и прямоугольного сечений от числа Фурье. На рис. 1 приведены данные для углеродистых марок сталей, разливаемых в кристаллизаторы МНЛЗ сечением 140×280 – 140×320 мм. На рис. 2 приведены данные для углеродистых марок сталей, разливаемых в кристаллизаторы МНЛЗ сечением 150×180 – 400×600 мм.

Представленные на рисунках данные показывают тенденции кинетики продвижения фронта затвердевания блюмовых и слябовых заготовок, но не объясняют разброс опытных данных, в особенности у слябовых заготовок.

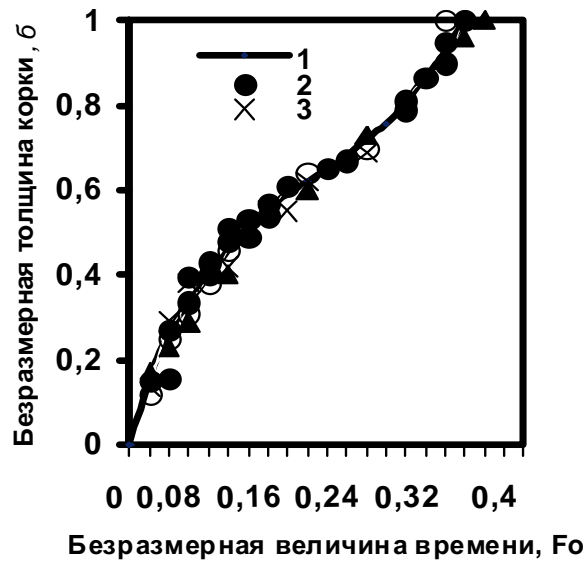


Рис.1. Кинетика затвердевания блюмовых непрерывнолитых заготовок сечением:
 ---- – 200×200 мм из стали 45; • – 280×280 мм из стали 35; Δ – 140×140 мм
 из стали 50; × – 220×220 из стали У8; о – 280×320 мм из стали 45

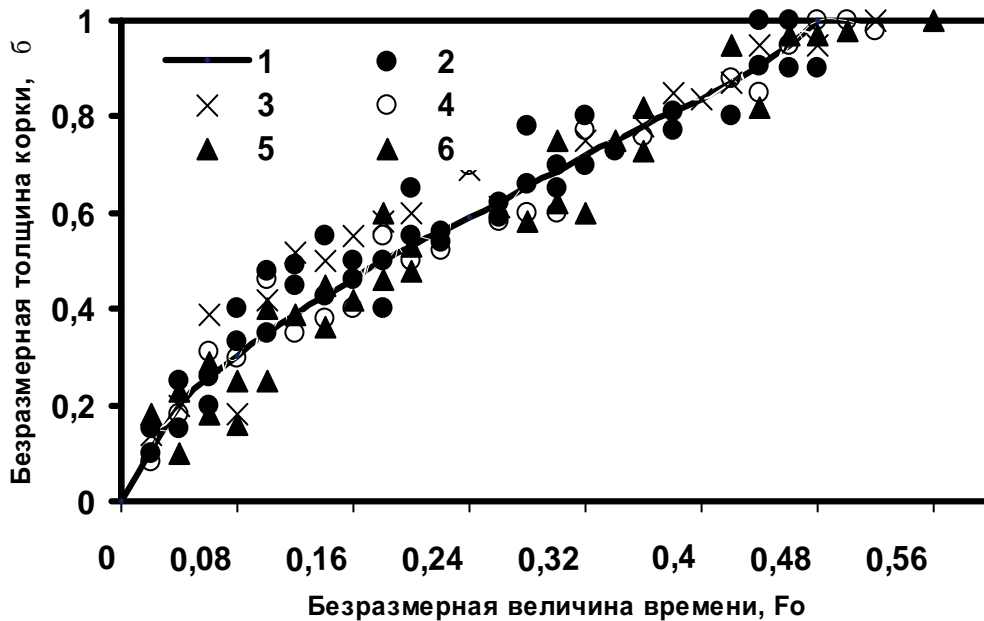


Рис. 2. Кинетика затвердевания слябовых непрерывнолитых заготовок сечением:
 ---- – 180×500-530 мм из стали У8; • – 150×600 мм из стали 50; Δ – 180×400 мм
 из стали 20; × – 150×1000 мм из стали 20; о – 180×450 мм из стали 9ХФ

На основе анализа подобного рода экспериментальных данных можно получить эмпирические зависимости. Так, для прямоугольных слитков основные теплофизические параметры в ходе разливки в работе [3] описываются с помощью следующих зависимостей:

$$\Delta t_{\text{с}} = t_{\text{л}} - t_{\text{пов}} = 880A_{\text{пр}} Fo^{0,35}; \quad (11)$$

$$q_c = 2,35 \cdot 10^4 B_{\text{пр}} \text{Fo}^{-0,45}; \quad (12)$$

$$\text{Fo}_л = C_{\text{пр}} (KZ)^2; \quad (13)$$

$$\text{Fo} = D_{\text{пр}} (KZ)^2 \delta^2 / (1 + 0,3\delta^4)^2; \quad (14)$$

$$\partial \delta / \partial F = E_{\text{пр}} (1 + 0,3\delta^4)^3 / \delta (1 - 0,9\delta^4) (KZ)^2; \quad (15)$$

$$\text{Bi}_c = q_c S / \Delta t_c \lambda, \quad (16)$$

где $A_{\text{пр}} = R_{\text{э}}^{-0,08}$; $B_{\text{пр}} = R_{\text{э}}^{-0,75} \mu^{0,3}$; $R_{\text{э}} = S \mu / (1 + \mu)$ – эквивалентный радиус слитка; $(KZ)^2 = \mu / 2(1 + \mu)$; S – половина толщины непрерывного слитка; μ – соотношение сторон; $\delta = \xi / S$ – безразмерная толщина нарастающей корки; $\text{Fo} = a\tau / S^2$ и $\text{Fo}_л = a\tau_l / S^2$ – текущий и полного затвердевания (по ликвидусу) критерии Фурье. Для непрерывнолитых заготовок сечением 180×400–530 мм указанные выше постоянные изменяются в следующих пределах: $A_{\text{пр}} = 2,22 - 2,94$; $(KZ)^2 = 0,345 - 0,373$; $R_{\text{э}} = 1,024 - 1,030$; $B_{\text{пр}} = 1,86 - 1,71$; $C_{\text{пр}} = 1,24$; $D_{\text{пр}} = 2,1$; $E_{\text{пр}} = 0,24$; t_l и $t_{\text{пов}}$ – температуры изотермы ликвидуса и поверхности заготовки.

Полученные зависимости представляют собой осреднённую динамику формирования оболочки непрерывнолитых заготовок без учёта температурных и гидродинамических особенностей подвода расплава в кристаллизатор.

Если определение параметров теплоотдачи с поверхности заготовки можно с достаточной степенью точности определить на действующей МНЛЗ, то имеющиеся промышленные методики определения температурных полей в жидкой лунке, например с помощью вмораживаемых блоков термопар [5], не дают достаточно достоверной информации.

В значительной степени восполняют этот недостаток методы физического моделирования. Полученные совокупности критериев и симплексов для моделирования процессов затвердевания с упрощением уравнений (1)–(4) приводятся в работах [1, 6, 7]. В результате преобразований получена критериальная зависимость вида

$$\delta = f(\text{BiN}, \theta, \text{Ne}, \text{Fo}, X, Y), \quad (17)$$

где $\text{N} = C\Delta t / Q_0$ – число подобия фазового перехода; $\delta = \xi / X_0$ – безразмерная толщина нарастающей корки; $\theta = \Delta t / \Delta t_{л-с}$ – симплекс (соотношение температурных перепадов, Δt – произвольный перепад температур, $\Delta t_{л-с} = t_l - t_c$ – разница температур между ликвидусом и солидусом); X, Y – безразмерные координаты.

Как показывают исследования, применение для расчётов масштабов моделирования отдельных чисел подобия Bi и N невозможно из-за трудности в подборе соответствующих модельных сред. В качестве модельных сред, как правило, применяют среды, затвердевающие при низких температурах: парафин, нафталин, гипосульфит и т.д.

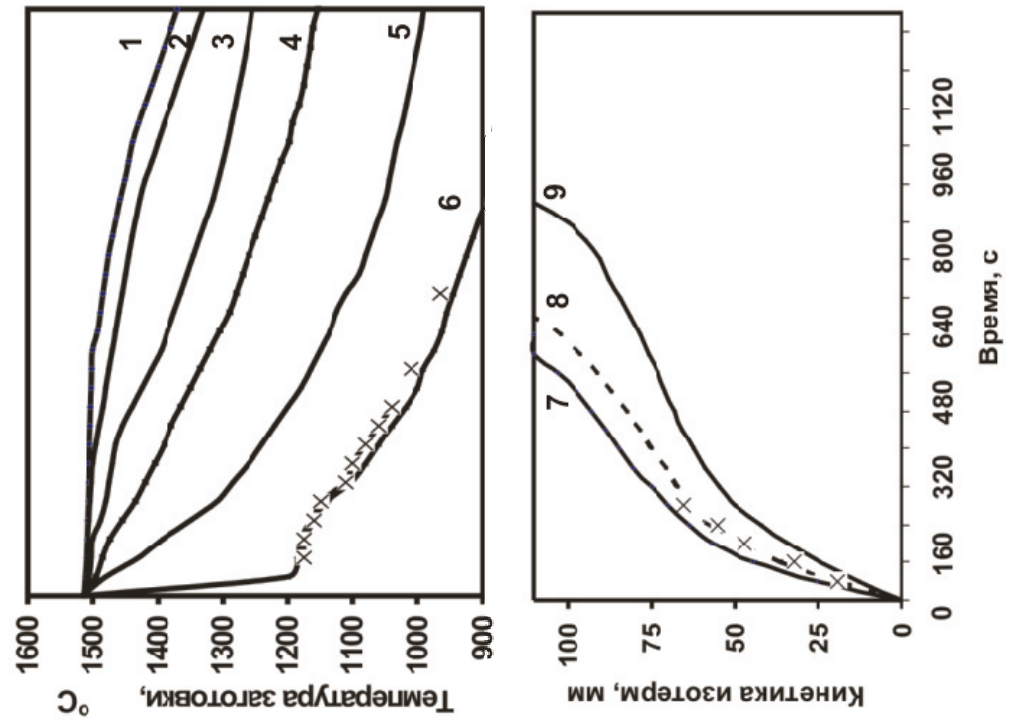
В отсутствие внешних воздействий критериальная зависимость (17) принимает вид

$$\delta = f(\text{BiN}, \theta, \text{Fo}, X, Y). \quad (18)$$

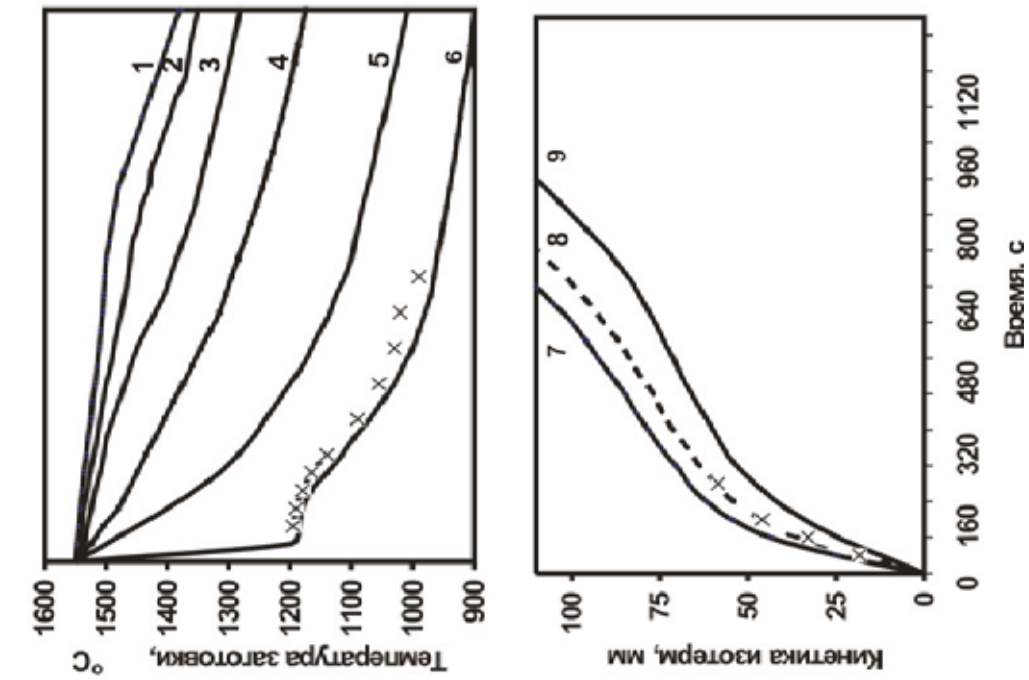
Масштабы моделирования при этом рассчитывались из следующих соображений:

- линейный масштаб выбирается из конструктивных соображений

$$M_x = X_m / X_0; \quad (19)$$



б)



а)

Рис. 3. Температурные поля и кинетика затвердевания модельных заготовок 220×280 мм при температуре перегрева:
а – 50 °С; б – 15 °С: 1 – 6 – точки замера температур в отливаемой заготовке: 1 – центр, 6 – поверхность;
7, 8, 9 – изотермы ликвидуса, границы выливаемости, солидуса

- масштаб температурных перепадов из симплекса $\theta = idem$

$$M_{\Delta t} = \Delta t_m / \Delta t_o; \quad (20)$$

- масштаб коэффициента теплоотдачи из комплексов критериев $BiN = idem$

$$M_{\alpha} = K_{\lambda} K_{Q_o} / (K_C M_{\Delta t} M_x); \quad (21)$$

- масштаб времени из числа подобия $Fo = idem$

$$M_{\tau} = M_x^2 / K_a, \quad (22)$$

где индекс м – принадлежит параметру модели; о – оригиналу;

$K_{\lambda} = \lambda_m / \lambda_o$ – симплекс соотношения коэффициентов теплопроводности;

$K_{Q_o} = (Q_o)_m / (Q_o)_o$ – симплекс соотношения скрытых теплот затвердевания;

$K_C = C_m / C_o$ – симплекс соотношения изобарных теплоёмкостей;

$K_a = a_m / a_o$ – симплекс соотношения температуропроводностей.

При анализе общей физической картины затвердевания непрерывнолитых заготовок обычно рассматривают тепловое состояние и кинетику изотерм ликвидуса, границы выливаемости и солидуса (рис. 3).

Полученные при этом результаты близки экспериментальным промышленным данным, в том числе эмпирическим зависимостям (11) – (16) с той лишь разницей, что позволяют уточнить все возможные особенности скоростных и температурных режимов подвода расплава в кристаллизаторы МНЛЗ.

На рис. 3 приведены результаты моделирования, данные замеров температуры поверхности заготовки сечением 280×320 мм из стали марки 45 и фронта затвердевания в верхней части жидкой лунки.

Имея эти данные и зная основные теплофизические параметры данной марки стали можно проанализировать тепловую работу МНЛЗ в кристаллизаторе и ЗВО с помощью различных расчётных методик. В том числе появляется возможность значительно повысить точность метаматематических моделей типа (2) – (4), используемых в качестве программного обеспечения для управления промышленными объектами такого типа.

ЛИТЕРАТУРА

1. Скворцов, А. А. Влияние внешних воздействий на процесс формирования слитков и заготовок / А. А. Скворцов, А. Д. Акименко, В. А. Ульянов. – М. : Metallurgia, 1991. – 216 с.
2. Журавлёв, В. А. Теплофизика формирования слитка / В. А. Журавлёв, Е. М. Китаев – М. : Metallurgia, 1974. – 216 с.
3. Китаев, Е. М. Затвердевание стальных слитков / Е. М. Китаев. – М. : Metallurgia, 1982. – 168 с.
4. Цаплин, А. И. Теплофизика внешних воздействий при кристаллизации стальных слитков на машинах непрерывного литья / А. И. Цаплин. – Екатеринбург : УРОРАН, 1995. – 238 с.
5. Самойлович, Ю. А. Системный анализ кристаллизации слитка / Ю. А. Самойлович. – Киев : Наукова думка, 1983. – 248 с.
6. Гущин, В. Н. Методы исследования и разработка градиентных промышленных технологий управления тепломассообменными процессами при разливке и формировании непрерывнолитых и стационарных заготовок / В. Н. Гущин, В. А. Ульянов. – Нижний Новгород : НГТУ, 2006. – 141 с.
7. Ульянов, В. А. Внепечная обработка и разливка стали / В. А. Ульянов [и др.]. – Нижний Новгород : НГТУ, 2008. – 129 с.