



Степанов А.Н.
Stepanov A.N.

РАСЧЕТ ТОКА СМЕЩЕНИЯ ЧЕРЕЗ ТЕЛО ЧЕЛОВЕКА

CALCULATION OF DISPLACEMENT CURRENTS GOING THROUGH A HUMAN BODY

Степанов Анатолий Николаевич – кандидат технических наук, профессор, декан электротехнического факультета Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре). E-mail Prof.Stepanova@mail.ru

Anatoly N.Stepanov – PhD in Engineering, Professor, Dean of the Electro-technical Engineering Faculty, State Komsomolsk-on-Amur Technical University (Komsomolsk-on-Amur), e-mail Prof.Stepanova@mail.ru

Аннотация. В работе на основании решения уравнений поля получено достаточно простое аналитическое выражение для расчета тока смещения через тело человека как функция параметров провода. Оно может быть использовано для дополнительной проверки уровня электромагнитной безопасности человека. Дана количественная оценка влияния человека на величину электрического поля при его вхождении в это поле. Приведен расчет напряженности на основании решения уравнений поля и показано, что на разных участках тела человека она может принимать значения, существенно отличающиеся как друг от друга, так и от величины напряженности неискаженного поля. С учетом этого сделан вывод, что для обеспечения электромагнитной безопасности необходимо дополнительно к обычно применяемым критериям проводить проверку величины токов смещения, протекающих через тело человека.

Summary: The paper presents a rather simple analytic expression for calculating displacement currents going through a human body as the function of the conductor properties, on the basis of the solution of field equations. This expression can be also used for additional checks of the level of electromagnetic safety of humans. Proposed is a quantitative estimate of the impact of a human body upon the value of the electric field when a person enters the field. Presented is a calculation of the intensity based upon the solution of field equations, also shown is that on different areas of a human body the intensity may obtain values significantly differing from each other and from the intensity value of a non-disturbed field. Following from this, a conclusion is made that, apart from normally applied criteria, to ensure electromagnetic safety it is necessary to additionally check the values of displacement currents going through a human body.

Ключевые слова: токи смещения, электрическое поле, электромагнитная безопасность, уравнения поля, новые критерии безопасности.

Key-words: displacement currents, electric field, electromagnetic safety, field equations, new safety criteria

УДК 504.06:537

При определении токов смещения, протекающих через человека между высоковольтным проводом и землей, пользуются различными приближенными выражениями, в которые, как правило, входит неискаженное значение напряженности электрического поля. Однако при вхождении человека в электрическое поле происходит существенное искажение этого поля, особенно около человека. Более того, даже при проведении инструментального контроля, измерить неискаженное значение напряженности поля достаточно сложно. Поэтому в данной работе сделана попытка тока смещения путем численного расчета электрического поля, создаваемого высоковольтным проводом при нахождении под проводом человека.

Прежде чем проводить численный расчет, определим размеры расчетной области. Размеры области будем определять таким образом, чтобы на ее границах влияние человека практически не влияло на расчетную величину. Для этого рассмотрим следующую модельную задачу. Пусть на проводящей плоскости имеется выступ в форме полуцилиндра радиуса R и неограниченной длины. Параллельно оси цилиндрического выступа на расстоянии H от нее расположена нить с зарядом τ на единицу длины (см. рис. 1). Необходимо определить электрическое поле. Данную задачу можно решать либо методом разделения переменных в биполярных координатах, либо методом изображений [1].

Поскольку метод изображений проще, то в работе использован этот метод. Отображенные провода и их заряды показаны на рис. 1. Расстояние h_1 определяется следующим образом: $h_1 = R^2/H$.

При таком распределении заряженных проводов потенциал в произвольной точке P над плоскостью с выступом будет

$$\varphi = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0} \left[\ln \frac{r_4}{r_1} + \ln \frac{r_2}{r_3} \right],$$

где r_i – расстояние между соответствующим проводом и точкой P .

Из последнего выражения видно, что влияние выступа на поле определяется вторым слагаемым в квадратных скобках.

Расчет поля для модельной задачи проводился при следующих условиях: $\tau = 2\pi\epsilon_0$; $R = 1.8$ м; $H = 5R$.

Результаты расчета представлены на рис. 2 в виде распределения потенциалов φ_1 , φ_2 и φ_3 вдоль оси OX на высоте $H_1 = 3R$, где потенциалы определены по следующим выражениям:

$$\varphi_1(x) = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0} \left[\ln \frac{(H + H_1)^2 + x^2}{(H - H_1)^2 + x^2} + \ln \frac{(H - h_1)^2 + x^2}{(H + h_1)^2 + x^2} \right];$$

$$\varphi_2(x) = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0} \left[\ln \frac{(H + H_1)^2 + x^2}{(H - H_1)^2 + x^2} \right]; \quad \varphi_3(x) = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0} \left[\ln \frac{(H - h_1)^2 + x^2}{(H + h_1)^2 + x^2} \right].$$

Как видно из рис. 2 влияние выступа на электрическое поле сказывается даже на высоте, равной тройной высоте выступа. Для более наглядного представления о количественном влиянии выступа на рис. 3 показано распределение в процентах значения φ_3 относительно φ_2 ($d\varphi = \varphi_3 * 100/\varphi_2$).

Из анализа данного рисунка можно сделать вывод о том, что хотя $d\varphi$ распределяется вдоль оси OX и не равномерно, однако оно не превышает 10 %.

На рис. 4 и рис. 5 представлены распределения потенциалов φ_1 , φ_2 , φ_3 и $d\varphi$ вдоль оси OY при $x = x_1 = 3R$.

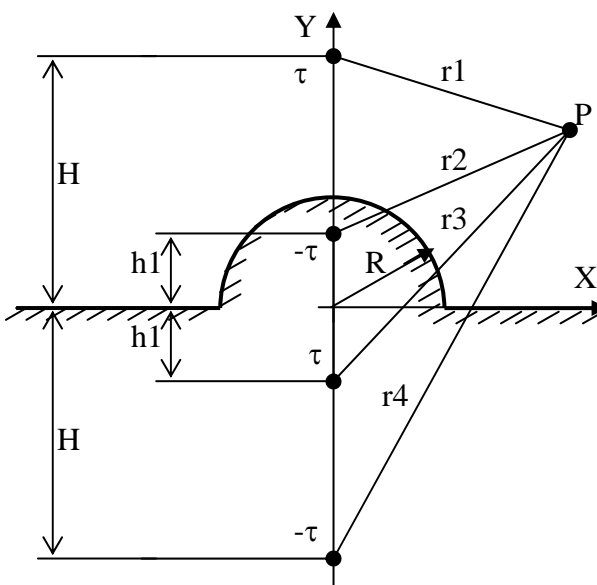


Рис. 1

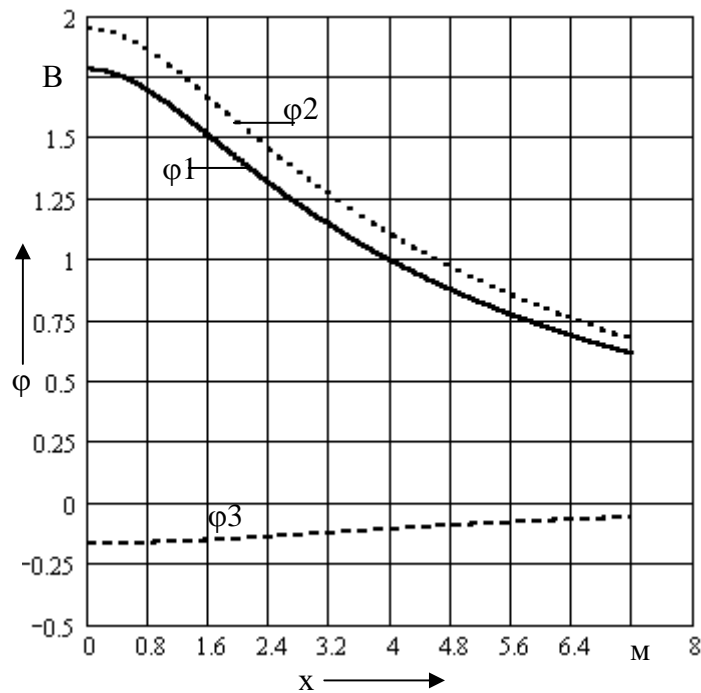


Рис. 2

Потенциалы при этом определялись с помощью следующих выражений:

$$\varphi_1(y) = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0} \left[\ln \frac{(H+y)^2 + x^2}{(H-y)^2 + x^2} + \ln \frac{(y-h_1)^2 + x^2}{(y+h_1)^2 + x^2} \right];$$

$$\varphi_2(y) = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0} \left[\ln \frac{(H+y)^2 + x^2}{(H-y)^2 + x^2} \right]; \quad \varphi_3(y) = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0} \left[\ln \frac{(y-h_1)^2 + x^2}{(y+h_1)^2 + x^2} \right].$$

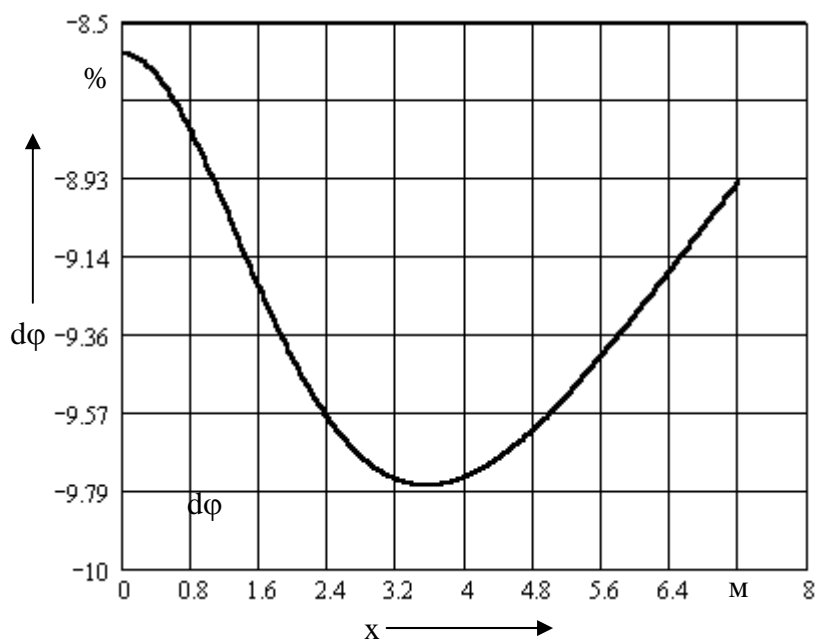


Рис. 3

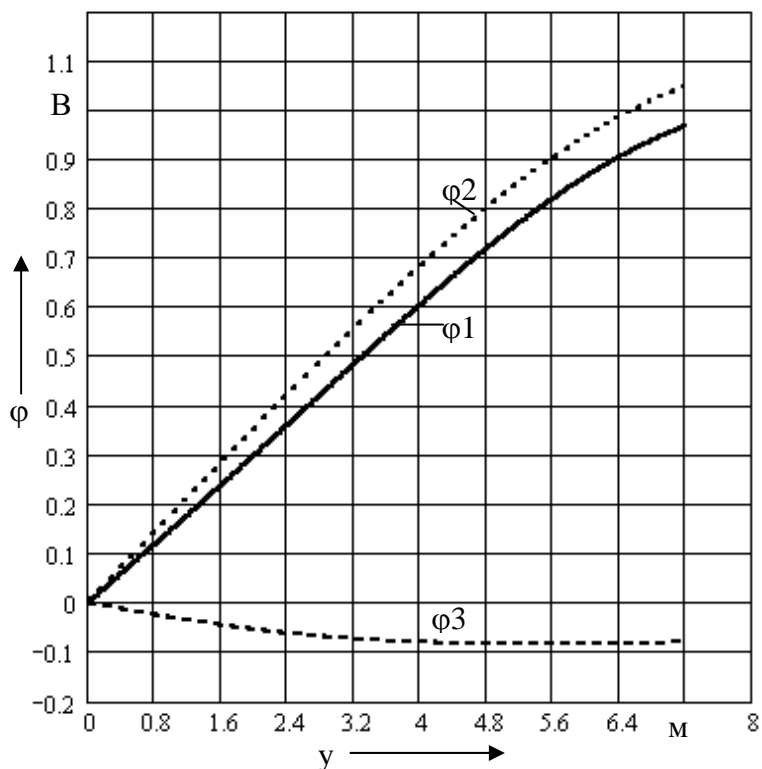


Рис. 4

Как видно из рис. 4, характер изменения потенциалов без выступа (φ_2) и с учетом выступа (φ_3) примерно одинаков. Однако в данном случае влияние выступа более заметно (см. рис. 5) и значение $d\varphi$ может достигать в нижней части области 17.3 %.

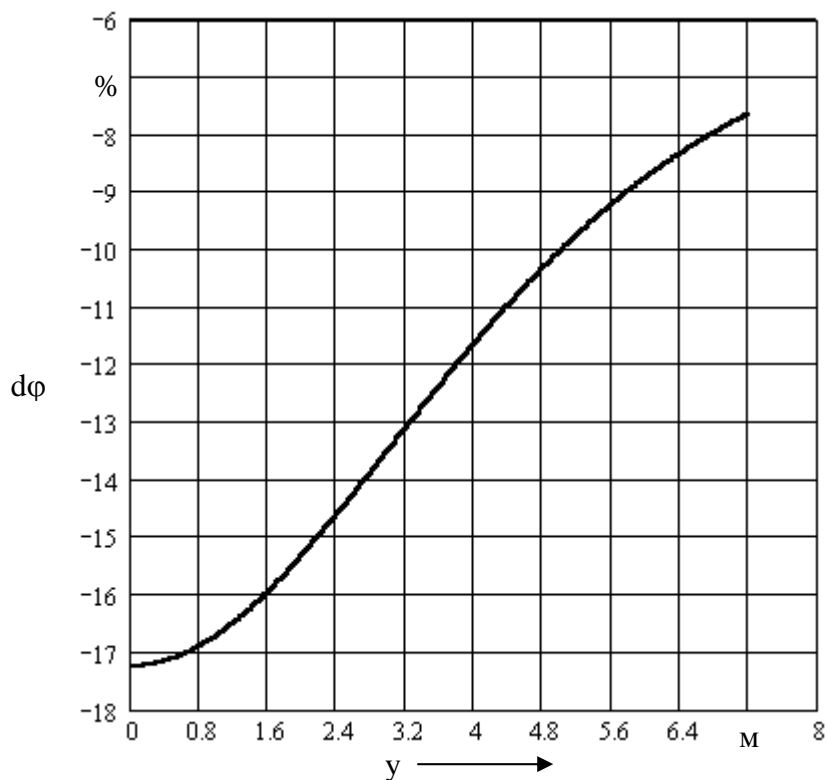


Рис. 5

Поскольку размеры человека существенно меньше размеров выступа, то и его влияние на поле провода будет меньше. Поэтому при расчете электрического поля с учетом влияния человека размеры расчетной области можно принять равными утроенной высоте человека (5.4 м), задавая на границах области значение потенциала, определенного из расчета поля одиночного провода, подвешенного над землей. Форму расчетной области примем в виде куба ($H_1 = H_2 = H_3$) (см. рис. 6). При этом прямоугольным параллелепипедом T1OS1R1TPRS будем моделировать человека. В качестве размеров человека примем следующие размеры: $2b_1 = 0.4$ м; $2b_2 = 0.4$ м; $h_q = 1.8$ м.

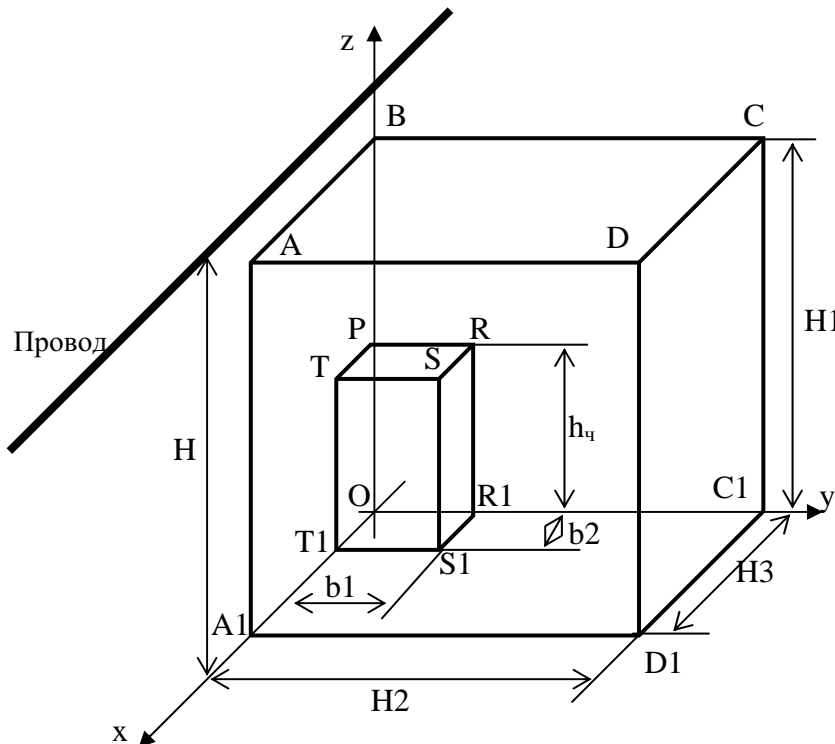


Рис. 6

Расчет электрического поля будем проводить путем численного решения уравнения Лапласа в прямоугольной системе координат

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0.$$

На гранях A1ADD1, D1DCC1, ABCD будем принимать значения потенциалов, определенных по формулам

$$\varphi = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0} \left[\ln \frac{(H+z)^2 + y^2}{(H-z)^2 + y^2} \right]; \quad \varphi = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0} \left[\ln \frac{(H+z)^2 + H_2^2}{(H-z)^2 + H_2^2} \right];$$

$$\varphi = \frac{\tau}{4\pi\epsilon_0} \left[\ln \frac{(H+H_1)^2 + y^2}{(H-H_1)^2 + y^2} \right].$$

На нижней грани A1OC1D1, а также на гранях, ограничивающих модель человека, принимаются нулевые условия. На гранях A1ABO и OBCC1 принимаются условия симметрии.

В качестве линейной плотности заряда провода τ принимался заряд, определяемый по следующему выражению:

$$\tau = \frac{2U_0\pi\epsilon_0}{\ln\left[\frac{H}{R} + \sqrt{\left(\frac{H}{R}\right)^2 - 1}\right]},$$

где R – радиус провода; U_0 – напряжение провода относительно земли (фазное напряжение).

В качестве численного метода был выбран метод конечных разностей с равномерной сеткой (шаг сетки принимался равным 0.02 м). При этом значение потенциала для $n + 1$ итерации в центральном узле сетки определялось по формуле

$$\varphi_{i,k,m}^{n+1} = W \cdot F + (1 - W)\varphi_{i,k,m}^n,$$

где i, k, m – узел сетки; W – ускоряющий множитель (принят равным 1.95); F – значение потенциала, вычисленное с помощью уравнения:

$$F = \frac{\varphi_{i-1,k,m}^n + \varphi_{i+1,k,m}^n + \varphi_{i,k-1,m}^n + \varphi_{i,k+1,m}^n + \varphi_{i,k,m-1}^n + \varphi_{i,k,m+1}^n}{6}.$$

После определения потенциала проводился расчет величины заряда, индуцируемого на поверхности человека, и находилось значение емкости человека относительно провода при разной высоте подвеса провода над землей. Результаты расчета представлены на рис. 7 в виде зависимости относительного значения емкости человека от высоты подвеса провода:

$$C_{\text{чo}}(H) = \frac{C_{\text{ч}}(H)}{C_{\text{пр}}(H)}.$$

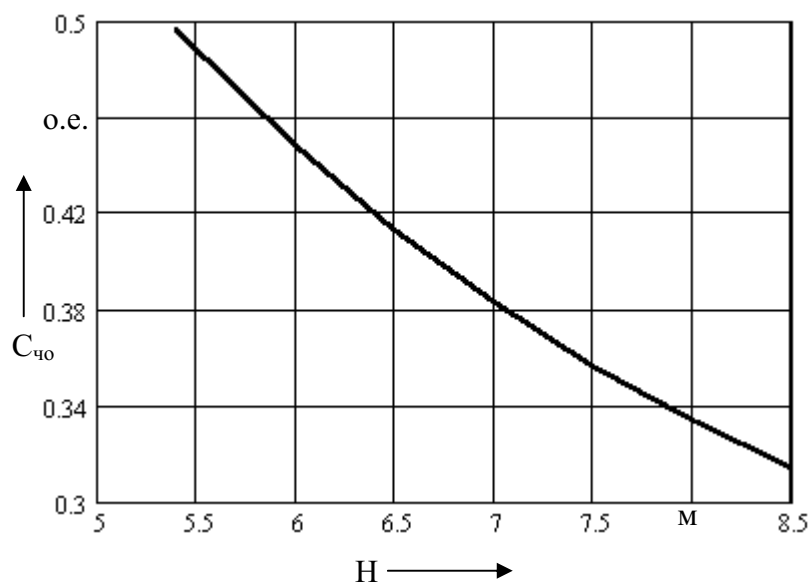


Рис. 7

При этом в качестве базисного значения емкости принималось значение емкости провода на единицу длины, которое определялось по формуле

$$C_{\text{пр}}(H) = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln\left[\frac{H}{R} + \sqrt{\left(\frac{H}{R}\right)^2 - 1}\right]}.$$

Аппроксимируем функцию $C_{\text{чo}}(H)$ полиномом третьей степени

$$C_{\text{ча}}(H) = 0.008H^2 - 0.169H + 1.174.$$

График изменения данной функции практически полностью совпадает с графиком функции $C_{\text{ч0}}(H)$, представленном на рис. 7. На рис. 8 показано изменение относительной погрешности аппроксимации dc в зависимости от высоты подвеса провода. Как видно из рисунка, относительная погрешность при данном изменении высоты подвеса не превышает $\pm 0.5\%$.

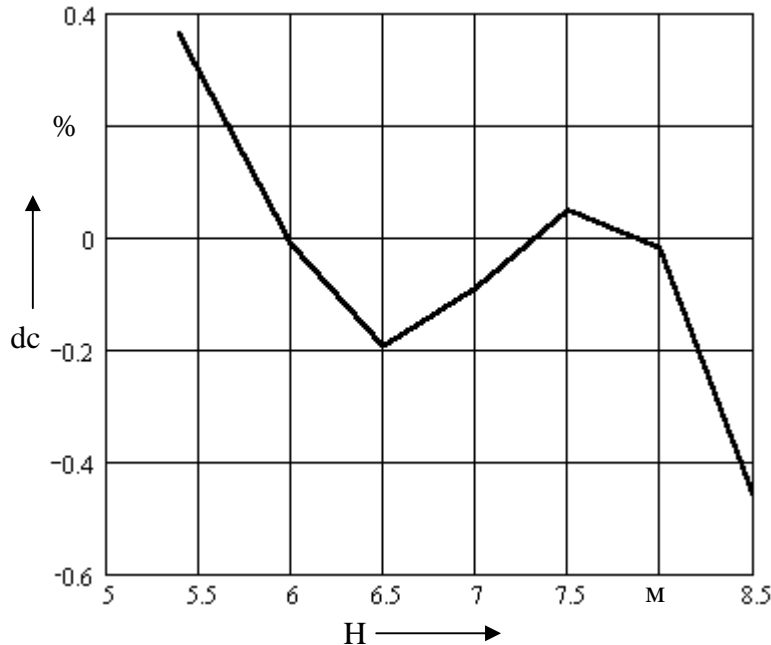


Рис. 8

С учетом этого, а также с учетом того, что высота подвеса провода существенно больше радиуса провода, для определения емкости человека относительно провода с учетом влияния земли предлагается следующее выражение:

$$C_{\text{ч}}(H) = \frac{2\pi\epsilon_0(0.008H^2 - 0.169H + 1.174)}{\ln\left(\frac{2H}{R}\right)}.$$

Отметим, что если не учитывать размеров провода, то для расчета емкости можно использовать и более простую формулу

$$C_{\text{ч}}(H) = [0.088H^2 - 1.79H + 11.466] \cdot 10^{-12}.$$

Ток через человека, таким образом, рассчитывается с помощью следующего выражения:

$$I = \frac{2\pi f U_{\text{мф}} C_{\text{ч}}}{\sqrt{2}}.$$

Здесь $U_{\text{мф}}$ – фазное напряжение; f – частота.

Для примера проведем расчет тока, протекающего через человека, который находится под проводом, подвешенным на высоте $H = 6$ м. Пусть фазное напряжение, под которым находится провод, равно $U_{\text{мф}} = 800000 / \sqrt{3}$ В, радиус провода $R = 0.02$ м.

Емкость человека в этом случае будет равна $3.894 \cdot 10^{-12}$ Ф. Таким образом, ток, стекающий в землю через человека, будет составлять следующее значение:

$$I = \frac{2\pi \cdot 50 \cdot 800000 \cdot 3.894 \cdot 10^{-12}}{\sqrt{6}} = 3.995 \cdot 10^{-4} \text{ А.}$$

Таким образом, в работе получено достаточно простое аналитическое выражение для расчета тока смещения через тело человека, как функция параметров провода. Оно может быть использовано для дополнительной проверки уровня электромагнитной безопасности человека. Аналитические выражения для случая трехфазной линии будут опубликованы в следующих работах.

При нахождении человека под высоковольтными линиями передачи на него действует электрическое поле, которое может оказывать негативное влияние на здоровье. Степень отрицательного действия оценивается по величине отклонения фактического значения напряженности поля от допустимого. Нормативными документами предписывается определять неискаженное значение напряженности электрического поля.

Однако электрическое поле под воздействием человека может существенно искажаться. В связи с этим задача по определению степени влияния человека на величину напряженности электрического поля является достаточно важной.

В настоящей работе представлены некоторые результаты решения задач расчета поля, моделирующих наличие человека под высоковольтным проводом.

В начале покажем, какое влияние на напряженность поля оказывает проводящий выступ неограниченной длины, имеющий форму полуцилиндра. Полуцилиндр имеет радиус $R = 1.8$ м и расположен на проводящей плоскости (см. рис. 9). Параллельно оси цилиндрического выступа на расстоянии H от нее расположен провод радиусом r , находящийся под напряжением U_0 относительно плоскости.

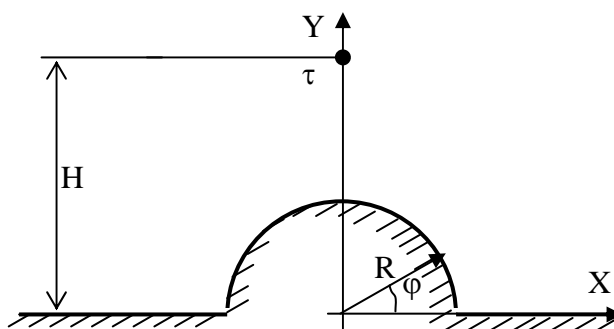


Рис. 9

В качестве линейной плотности заряда провода τ примем линейную плотность, определяемую по следующему выражению:

$$\tau = \frac{2U_0\pi\epsilon_0}{\ln \left[\frac{H}{r} + \sqrt{\left(\frac{H}{r}\right)^2 - 1} \right]}.$$

Решение данной задачи может быть легко получено [1] либо с помощью метода зеркальных изображений, либо методом Фурье в биполярной системе координат. В результате этого решения выявлено, что максимальное значение напряженности электрического поля имеет место в точке выступа, ближайшей к заряду, и равно следующему значению:

$$E_{\max} = \frac{2\tau H}{\pi\epsilon_0(H^2 - R^2)}.$$

Если сравнивать это максимальное значение напряженности электрического поля с напряженностью поля в той же точке для неискаженного поля (без выступа), то данное максимальное оказывается больше ровно в два раза, поскольку напряженность неискаженного поля определяется следующим выражением:

$$E = \frac{\tau H}{\pi\epsilon_0(H^2 - R^2)}.$$

Здесь линейная плотность зарядов рассчитывается по той же формуле, что и для поля с выступом. Однако следует отметить то обстоятельство, что данная формула, строго говоря, справедлива только для одиночного провода, подвешенного над проводящей плоскостью. Если же учитывать и влияние выступа на линейную плотность зарядов на проводе, то тогда τ следует определять таким образом:

$$\tau = \frac{2\pi\epsilon_0 U_0}{\ln \left[\frac{2H(H^2 - R^2)}{r(H^2 + R^2)} \right]}$$

В этом случае максимальное значение напряженности электрического поля несколько увеличится и, таким образом, искажающее воздействие выступа еще больше возрастет.

Поскольку человек представляет собой более «острый выступ», то и его влияние на стороннее поле может оказаться больше. Для

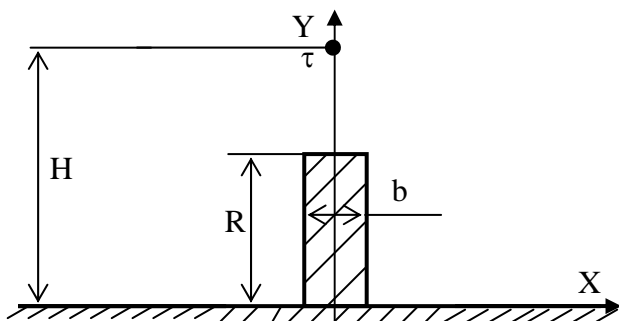


Рис. 10

оценки такого влияния, в работе был проведен расчет электрического поля численным методом для случая, когда под проводом расположен бесконечно длинный прямоугольный выступ (см. рис. 10). Высота выступа R была принята равной 1.8 м, а ширина $b = 0.4$ м.

В данном случае оказалось, что значение напряженности электрического поля на выступе в точке, ближайшей к заряду ($x = 0, y = R$), больше напряженности неискаженного поля в этой же точке в три раза, а

в точке ($x = b/2, y = R$) – больше практически в восемь раз.

На графиках (см. рис. 11) представлено изменение напряженности электрического поля на высоте $y = 1.8$ м вдоль оси ox для полукруглого (кривая 1) и прямоугольного выступа (кривая 2). Значения напряженности поля даны в относительных единицах. Причем за базисное значение принято значение напряженности неискаженного поля в соответствующих точках.

Как видно из рисунка, величина напряженности электрического поля при наличии прямоугольного выступа становится равной напряженности поля при отсутствии выступа только на расстоянии в 1 м. Что касается полукруглого выступа, то в данном случае его влияние, хотя и существенно меньше над самим выступом, сказывается на большем расстоянии от выступа.

В работе также проведен расчет поля при ограничении прямоугольного выступа в направлении оси oz расстоянием, равным b . Результаты расчета также представлены на рис. 12 в виде распределения относительного значения напряженности поля вдоль оси ox на длине, равной $b/2$ (кривая 3). Данный график построен при $y = R, z = 0$ (начало отчета координаты z принято от середины параллелепипеда). На этом же рисунке (для сравнения) показано изменение напряженности поля при полукруглом (кривая 1) и при прямоугольном выступе (кривая 2).

Как видно из рисунка, в данном случае искажение от прямоугольного параллелепипеда оказывается еще большим и по отношению к неискаженному полю в середине вершины выступа напряженность поля больше в 5.2 раза, а на краю выступа – в 10.8 раза.

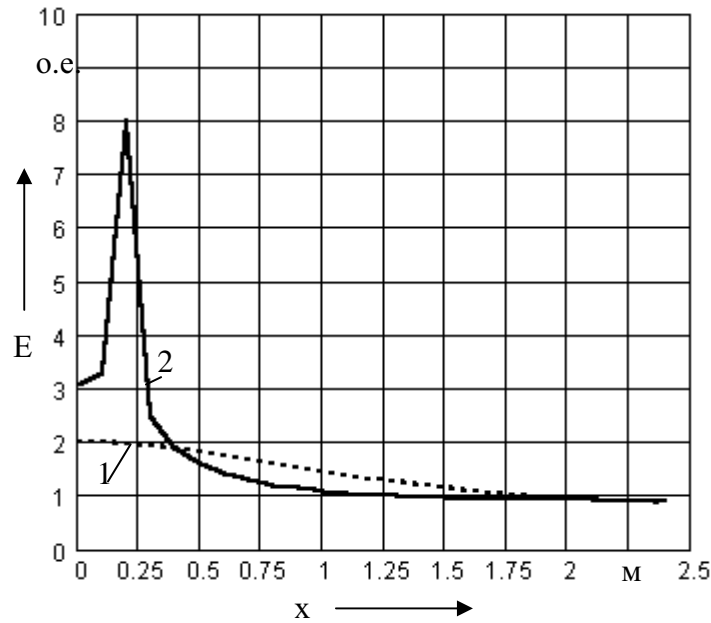


Рис. 11

Здесь следует отметить, что если поместить бесконечно длинный проводящий цилиндр в однородное поле напряженностью E_0 , то максимальное значение напряженности поля на поверхности цилиндра окажется также равным $2E_0$ (как и для полукруглого выступа в нашем случае), если же в это поле поместить проводящий шар, то максимальное значение будет равно $3E_0$. Таким образом, для шара максимальное значение напряженности поля по сравнению с бесконечно длинным цилиндром возрастает в 1.5 раза. Примерно такое же соотношение наблюдается и при сравнении напряженности поля на средней линии верхней грани прямоугольного параллелепипеда и бесконечно длинного прямоугольного выступа, помещенного в электрическое поле провода. Так, это соотношение в середине параллелепипеда равно 1.69, а на краю ($x = b/2$) – 1.35. На крайних ребрах и, особенно, в вершинах углов искажение поля еще больше.

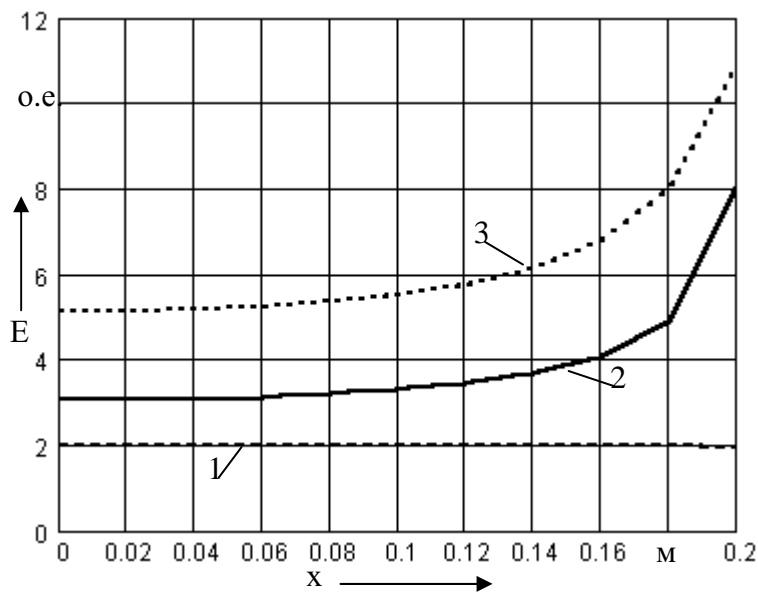


Рис. 12



Тело реального человека имеет больше «острых выступов», чем у рассмотренных расчетных моделей, поэтому можно ожидать и большего искажения поля, чем показано в модельных задачах.

Отсюда следует, что судить о влиянии электрического поля по величине неискаженного значения напряженности достаточно сложно, поскольку она сильно изменяется при вхождении человека в электрическое поле и на разных участках тела человека может принимать значения, существенно отличающиеся как друг от друга, так и от величины напряженности неискаженного поля.

Таким образом, критерий электромагнитной безопасности, базирующийся только на сопоставлении фактического и нормативного значений напряженности неискаженного электрического поля, явно недостаточен. Для обеспечения гарантированной безопасности следует дополнительно проводить проверку величины токов смещения, протекающих через тело человека.

Достаточно точные значения токов смещения можно получить только на основе решения полевых задач. Поэтому существует настоятельная потребность в разработке математических моделей, позволяющих решать подобные задачи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Методы расчета электростатических полей / Н. Н. Миролюбов, М. В. Костенко, М. Л. Левинштейн, Н. Н. Тиходеев. – М.: Высш. шк., 1963. – 416 с.