

**Комаровский Ю. А.**  
**Komarovskiy Yu.A.**

## СРАВНИТЕЛЬНАЯ ОЦЕНКА СЛУЧАЙНЫХ ПОГРЕШНОСТЕЙ GPS-КОМПАСОВ

### A COMPARATIVE ANALYSIS OF RANDOM MEASUREMENT ERRORS IN GPS-COMPASSES



**Комаровский Юрий Александрович** – кандидат технических наук, старший научный сотрудник кафедры теории и устройства судна Морского государственного университета им. адм. Г. И. Невельского (Россия, Владивосток). E-mail: [komarovskiy@msun.ru](mailto:komarovskiy@msun.ru).

**Mr. Yuriy A. Komarovskiy** – PhD in Engineering, Senior Researcher at the Department of Ship Theory and Naval Architecture, Admiral G. I. Nevelskoi Maritime State University (city of Vladivostok), e-mail: [komarovskiy@msun.ru](mailto:komarovskiy@msun.ru).

**Аннотация.** На основе результатов обработки статистического материала показано, что величина случайной погрешности определения курса GPS-компасом JLR-20/30 ниже по сравнению с GPS-компасом JLR-10T.

**Summary:** Based on the results of a statistical data analysis we have shown that the magnitude of random errors in heading measured with the GPS-compass JLR-20/30 is lower than that measured with the GPS-compass JLR-10T.

**Ключевые слова:** GPS-компас, точность, систематическая погрешность, случайная погрешность.

**Key-words:** GPS-compass, accuracy, systematic error, random error

УДК 621.396.932.1:629.783

Развитие спутниковых навигационных систем привело к появлению принципиально новых технологий в морском судоходстве. Примером тому служат многофункциональные GPS-приёмники, главной особенностью которых выступает функция курсоуказания. Поэтому чаще всего их называют GPS-компасами. На самом деле, GPS-компас представляет собой совокупность двух GPS-приёмников, реализующих разные принципы измерения и обработки сигналов спутниковой радионавигационной системы (СРНС) Навстар GPS.

Один приёмник выполняет измерения доплеровских сдвигов частоты, а также псевдодальностей до каждого спутника СРНС Навстар GPS, находящегося в зоне радиовидимости. По псевдодальностям компьютер приёмника вычисляет геодезические координаты фазового центра антенны в задаваемой системе координат. Ими являются широта, долгота, возвышение над геоидом и разность высот между поверхностью геоида и поверхностью референц-эллипсоида. По измерениям доплеровских сдвигов несущих частот вычисляются элементы вектора абсолютной скорости носителя приёмника. В судовых GPS-приёмниках они обозначаются как COG (Course Over Ground) и SOG (Speed Over Ground). К сожалению, до сих пор элементы вектора абсолютной скорости зачастую интерпретируются неверно. Чтобы внести ясность в терминологию, обратимся к рис. 1, а.

На рис. 1, а в точке А расположена антенна судового GPS-приёмника. Истинный курс ИК является углом между северной частью истинного меридиана и носовой частью диаметральной плоскости судна. В навигации истинный курс отсчитывается от 0° до 360° по ходу часовой стрелки. Судно под действием движителей перемещается со скоростью  $V_0$  относительно воды. Воздействие ветра и течения приводит к тому, что судно движется не по линии истинного курса,

а по линии пути судна при суммарном угле сноса  $c$  (ПУ<sub>С</sub>) с абсолютной скоростью  $V$ . В англоязычной морской терминологии SOG соответствует абсолютной скорости  $V$ , а COG является ничем иным, как ПУ<sub>С</sub>, но не истинным курсом судна. В общем случае COG отличается от истинного курса судна. Они равны только при полном отсутствии ветра и течения и при условии движения судна строго неизменным курсом. Положение судна всегда характеризуется величиной истинного курса, независимо от того движется судно или оно ошвартовано. Величины COG и SOG отличаются от нуля только при движении судна, независимо от того, работают судовые движители или судно лежит в дрейфе.

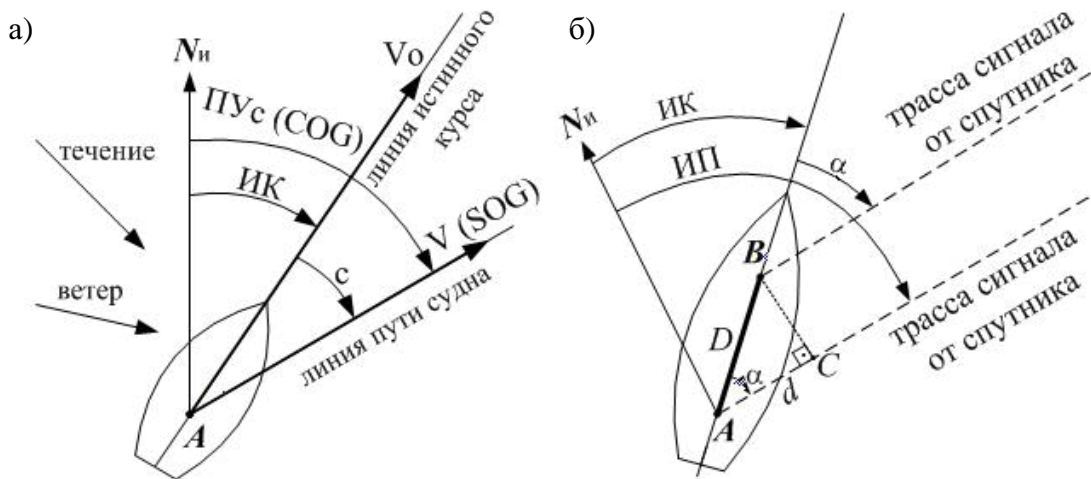


Рис. 1. Основные понятия спутниковой навигации

Другой GPS-приёмник, входящий в состав многофункционального приёмника, предназначен для определения истинного курса судна. Воспользуемся рис. 1, б для пояснения принципа его работы. На рис. 1, б в точках  $A$  и  $B$  расположены две приёмные антенны. Расстояние  $D$  между фазовыми центрами антенн всегда известно с высокой точностью. Это расстояние принято называть измерительной базой антенной системы. Направление базы совпадает с диаметральной плоскостью судна. Поскольку расстояние между спутником и судном превышает 20 000 км, а размеры баз существующих компасов колеблются от 0,5 м до 4 м, то можно считать, что трассы сигналов, поступающие в антенны  $A$  и  $B$  от одного и того же спутника, будут параллельны. Угол  $\alpha$  – это угол, отсчитываемый от носовой части диаметральной плоскости судна от  $0^\circ$  до  $180^\circ$ . Он образуется в результате пересечения трассы сигнала от спутника с направлением измерительной базы.

Так как антенны  $A$  и  $B$  разнесены, то электромагнитные колебания, поступающие от одного и того же спутника, в них будут иметь разные фазы. Обозначим через  $d$  (отрезок  $AC$ ) разность фаз, выраженную в линейных единицах

$$d = n\lambda + \Delta\lambda ,$$

где  $\lambda$  – длина волны электромагнитных колебаний, излучаемых передатчиком спутника, м;  $n$  – целое число длин волн, укладываемых в базу;  $\Delta\lambda$  – разность фаз в пределах одного фазового цикла,  $0 \leq \Delta\lambda \leq \lambda$ .

На рис. 1, б разность фаз  $d$  определяется проекцией базы  $D$  на линию трассы распространения сигнала от спутника, то есть

$$d = D \cos \alpha .$$

Понятно, что максимальная разность фаз может быть в том случае, если спутник относительно судна находится строго по носу или строго по корме. Разность фаз будет равна нулю, когда спутник окажется строго на траверзе правого или левого борта. Следовательно, направление на спутник со стороны базы, то есть курсовой угол спутника, определится как

$$\alpha = \arccos(d / D) .$$

Для вычисления истинного курса судна кроме  $\alpha$  необходимо знать истинный пеленг (ИП) на спутник. Истинный пеленг в спутниковом компасе рассчитывается как геодезическое направление с судна, координаты которого определяются по кодовым измерениям первым приёмником, на подспутниковую точку на поверхности земного эллипсоида. Координаты подспутниковой точки вычисляются по пространственным координатам спутника, которые непрерывно вычисляются компьютером спутникового компаса по эфемеридам, транслируемым спутником в его навигационном сообщении. Отсюда истинный курс судна определяется известной разностью  $ИК = ИП - \alpha$ .

Таким образом, спутниковый компас – это совокупность как минимум двух разнесённых антенн, стольких же приёмников, способных выполнять фазовые измерения для определения курсовых углов спутников, приёмника, выполняющего кодовые измерения, для определения координат судна и элементов вектора его абсолютной скорости, а также вычислительно-го устройства, рассчитывающего в масштабе реального времени курс судна.

Сейчас отечественные суда оборудуются двухантенными и трёхантенными многофункциональными GPS-приёмниками. Третья антенна значительно расширяет возможности приёмников. Создаётся измерительная плоскость, благодаря которой определяются ещё и углы крена и дифферента, а также угловые скорости изменения курса, крена и дифферента в реальном масштабе времени. Появление третьей антенны создаёт три измерительные базы, что должно вызвать снижение случайной погрешности определения истинного курса по сравнению с двухантенным GPS-приёмником. Проверке этого предположения посвящена данная статья.

Первые наблюдения за работой двухантенного GPS-компаса JLR-10T были выполнены автором с 19 по 23 октября 2009 г. на судне “Fesco”, которое находилось в неподвижном состоянии, так как стояло на берегу на кильблоках. Трудность проведения эксперимента заключалась в том, что по условиям места проведения наблюдений к GPS-компасу невозможно было подключить компьютер для автоматизации сбора данных, а поэтому величины курсов записывались вручную. Наблюдения проводились короткими сериями по 560 – 1200 измерений. Измерения записывались через 2 – 3 с. Всего было выполнено 45 серий в разное время суток. Затем полученные данные были оцифрованы и обработаны. На рис. 2 представлены в качестве иллюстрации графики изменения истинного курса GPS-приёмника JLR-10T во 2-й (рис. 2, а) и в 19-й сериях (рис. 2, б).

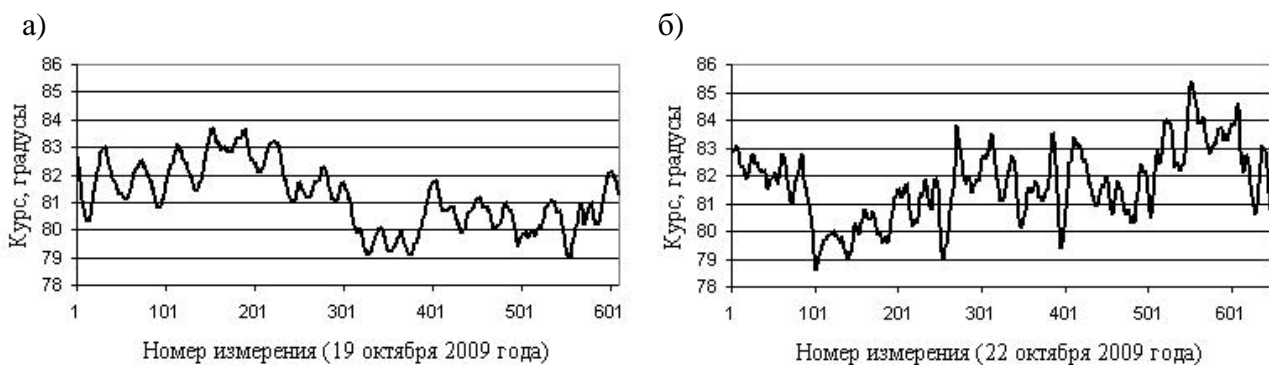


Рис. 2. Графики изменения курса JLR-10T на неподвижном судне

Обработка собранного статистического материала позволила сделать следующие выводы [1 – 3]. Размах варьирования курса достигал  $7,9^\circ$ . Наблюдается значительное доминирование систематических погрешностей над случайными, в чём можно убедиться, анализируя графики на рис. 2. Величины систематических погрешностей зависят от расположения спутников относительно антенны GPS-компаса JLR-10T. Величины систематических погрешностей имеют ярко выраженный суточный ход с периодом в одни звёздные сутки.

Экспериментальные наблюдения осенью 2009 г. выполнялись через неравные интервалы времени. По этой причине они непригодны для исследования случайной компоненты погрешности курсов GPS-компаса JLR-10T. Весной 2010 г. был собран дополнительный статистический материал. Наблюдения проводились 12, 13 и 17 мая двумя сериями в день на том же судне при прежних условиях. На этот раз фиксация курсов выполнялась строго через 5 с.

Случайная компонента погрешности оценивалась с помощью простого сглаживания методом скользящего среднего. Обозначим через  $c_i$  – отсчёт курса GPS-компаса в момент времени  $t_i$ . Тогда формирование величины курса в любой момент времени может быть представлено в виде следующей аддитивной модели:

$$c_i = h_i + \Delta c_i, \quad \Delta c_i = C + c(t_i) + \varepsilon_i, \quad (1)$$

где  $h_i$  – истинное значение курса;  $\Delta c_i$  – погрешность измерения курса;  $C$  – постоянная составляющая погрешности;  $c(t_i)$  – систематическая составляющая погрешности (тренд);  $\varepsilon_i$  – случайная компонента погрешности измерения курса.

Постоянная составляющая носит характер инструментальной погрешности. Её величина зависит от типа приёмника и отсутствия параллельности между измерительной базой и диаметральной плоскостью судна. Предполагается, что она неизменна в течение эксплуатации компаса. Величина систематической погрешности зависит от времени звёздных суток, так как оно определяет расположение спутников СРНС Навстар GPS относительно судна [1, 2]. Следовательно, в общем случае на систематическую погрешность будет оказывать влияние и курс судна. Предполагается, что систематическая погрешность представляет собой неслучайную непрерывную функцию. Её можно определить по результатам, полученным в ходе продолжительных экспериментов на неподвижном судне. Аналитическое выражение систематической погрешности может быть получено в ходе регрессионного анализа данных эксперимента. Отсюда постоянная погрешность рассчитывается следующим образом:

$$C = \frac{1}{T_S} \int_0^{T_S} c(t) dt,$$

где  $T_S$  – продолжительность звёздных суток.

Случайная погрешность измерения не зависит от времени и представляет собой  $i$ -ю реализацию стационарного случайного процесса. Предполагается, что она удовлетворяет следующим условиям А. Н. Колмогорова [4]:

- 1) Начальный момент первого порядка случайной величины равен нулю:

$$M = \int_{-\infty}^{+\infty} \varepsilon f(\varepsilon) d\varepsilon = 0,$$

где  $f(\varepsilon)$  – дифференциальная функция распределения случайной величины  $\varepsilon$ .

- 2) Центральным моментом второго порядка случайной величины является величиной постоянной:

$$D = \int_{-\infty}^{+\infty} [\varepsilon - c(t)]^2 f(\varepsilon) d\varepsilon = const.$$

- 3) Корреляционный момент двух реализаций  $x$  и  $y$  случайной величины  $\varepsilon$  равен нулю:

$$\mu_{xy} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (x - m_x)(y - m_y) f(x, y) dx dy = 0.$$

Следовательно, в данном случае будем считать случайной погрешностью такую случайную величину, которая по всему ансамблю измерений создаёт систему взаимно некоррели-

рованных случайных величин, математические ожидания которых равны нулю, а дисперсии конечны.

Поскольку вид и параметры функций, выражающих систематические погрешности приёмников JLR-10T, не известны, то воспользоваться моделью (1) для оценок случайных погрешностей не представляется возможным. Выходом из этой ситуации может послужить процедура сглаживания наблюдений.

Выберем из всего массива наблюдений последовательность отсчётов курсов  $c_1, c_2, \dots, c_i, \dots, c_n$ , представляющую собой моментный ряд. Назовём число  $n$  шириной окна сглаживания. Пусть  $c_i$  соответствует середине окна сглаживания. Сглаженным значением, соответствующим  $c_i$ , будет  $\zeta_i$ ,

$$\zeta_i = \frac{c_1 + c_2 + \dots + c_i + c_n}{n}.$$

При  $n \rightarrow \infty$   $\zeta_i \rightarrow c(t_i)$  на основании первого свойства случайной величины.

Если при той же ширине окна сглаживания выполнить осреднение для  $i + 1$  середины и т. д., то в итоге получим сглаженный временной ряд, длина которого будет на  $n$  короче исходного временного ряда. Такую процедуру принято называть простым линейным сглаживанием временного ряда с помощью скользящего среднего [5]. В зависимости от вида исходного временного ряда помимо линейного сглаживания могут применяться экспоненциальное сглаживание, а также сглаживание с помощью гладких функций. Поскольку исходная информация о статистических свойствах составляющих модели (1) отсутствует, то в данном исследовании ограничимся применением процедуры простого линейного сглаживания скользящим средним для оценки характеристик случайных погрешностей курса спутниковых компасов. Будем рассматривать  $\delta_i$  в качестве оценки  $\varepsilon_i$ ,  $\delta_i = c_i - \zeta_i$ . Следовательно, в первом приближении  $\delta_i$  – это случайная составляющая погрешности определения курса.

Предварительные расчёты показали, что ширину окна сглаживания в данном исследовании следует задавать минимальной, то есть равной трём. Это соответствует 15 с. Увеличение окна сглаживания приводило к росту среднего квадратического отклонения (СКО) величины  $\delta_i$ . Объяснение тому кроется в высокой изменчивости  $c_i$ .

На рис. 3, а представлен график изменения курса JLR-10T в серии № 3, выполненной 13 мая 2010 г. На рис. 3, б можно видеть график изменения случайной погрешности курса этой серии.

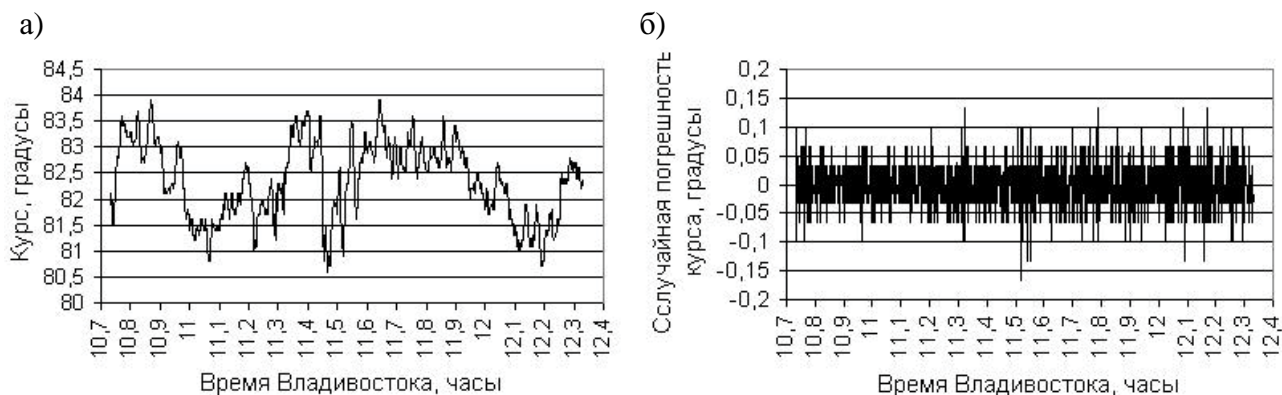


Рис. 3. Графики изменения курса и случайной погрешности курса JLR-10T

Анализ графика, приведенного на рис. 3, б, позволяет предположить существование стационарности процесса изменения случайной величины  $\delta_i$ .

В табл. 1 сведены основные статистические характеристики распределения случайных погрешностей курсов GPS-компаса JLR-10T в весенних наблюдениях 2010 г. Так как условия наблюдений не изменялись, то имел смысл объединить величины случайных погрешностей курсов всех шести серий. Характеристики сводного массива помещены в нижней строке табл. 1.

Таблица 1

Статистические характеристики распределения случайных погрешностей курсов GPS-компаса JLR-10T

Серия	Среднее, градусы	СКО, градусы	Размах, градусы	Асимметрия	Объём выборки
Серия 1	$-1,6 \times 10^{-16}$	0,0329	0,2	-0,052	358
Серия 2	$4,6 \times 10^{-5}$	0,0328	0,166	0,006	718
Серия 3	$2,2 \times 10^{-5}$	0,0425	0,333	-0,034	1150
Серия 4	$-2,9 \times 10^{-5}$	0,0344	0,333	-0,194	1150
Серия 5	$2,89 \times 10^{-5}$	0,0343	0,266	-0,002	1150
Серия 6	$-5,8 \times 10^{-5}$	0,0365	0,3	-0,048	1150
Сводный массив	$-5 \times 10^{-5}$	0,0363	0,333	-0,058	5676

Из табл. 1 следует, что средние значения случайной погрешности измерения курса двухантенным спутниковым компасом JLR-10T близки к нулю и знакопеременны. Знакопеременность средних можно объяснить недостаточными объёмами выборок, а также недостаточно малым окном сглаживания. Следует отметить малые величины средних квадратических отклонений. Они практически равны за исключением третьей серии, график изменения курсов в которой можно видеть на рис. 3. Близость величин СКО, а также малые величины средних являются свидетельством выполнения первых двух условий А. Н. Колмогорова. Сравнительно малы размахи варьирования. Асимметрии распределений случайных погрешностей в сериях малы, но имеют отрицательные значения, что можно объяснить недостатками неавтоматизированной регистрации курсов во время проведения наблюдений. Эксцесс объединённой выборки равен 0,522. Это не позволяет уверенно считать здесь распределение случайных погрешностей соответствующим закону Гаусса.

В 2010 г. несколько судов были оборудованы трёхантенными GPS-компасами JLR-20/30. Поэтому появилась возможность провести экспериментальные наблюдения и сравнить точность JLR-20/30 с точностью двухантенного компаса JLR-10T. Сложность организации экспериментов заключалась в том, что суда, на которых были установлены JLR-20/30, постоянно выполняли прибрежные рейсы и только в ночное время становились к причалу. Чтобы уменьшить рыскание судна на курсе при стоянке на швартовых, требовалась штилевая погода. Первые наблюдения в условиях полного штиля оказались возможными на пароме “Бригадир Ришко” в ночь с 13 на 14 сентября 2010 г. Паром ошвартовался носом к причалу к востоку от северной опоры строящегося моста через бухту Золотой Рог. Наблюдения проводились тремя сериями. Курсы фиксировались так же, как и на судне “Fesco”. График изменения курса парома и график изменения случайной погрешности изменения курса можно видеть на рис. 4.

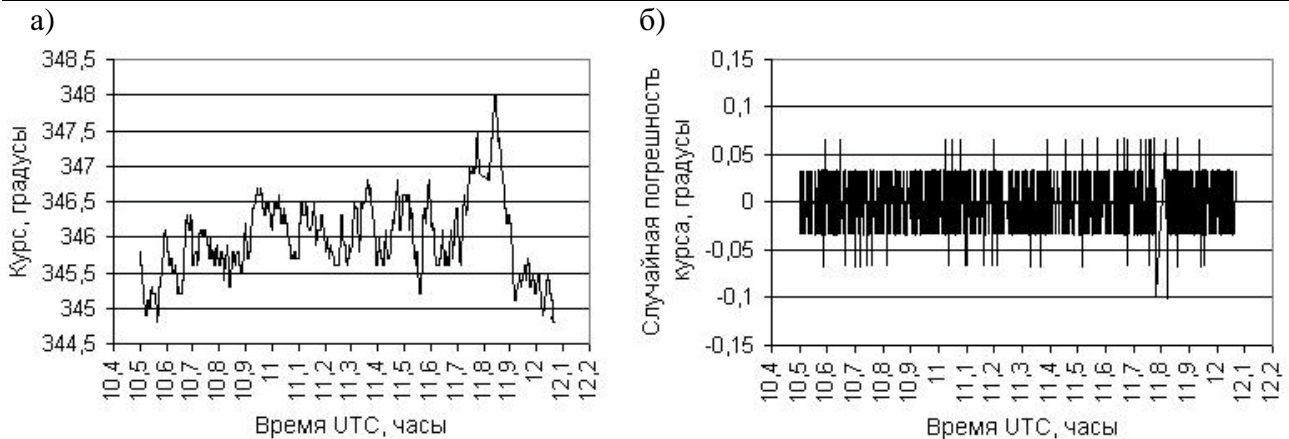


Рис. 4. Графики изменения курса (а) и случайной погрешности курса JLR-20/30 (б)

На характер изменения курса, несомненно, повлияло рыскание парома. Но поскольку стоял штиль, то эти колебания происходили с низкой частотой. На рис.4, а явно прослеживаются колебания курса с частотами, близкими тем, которые можно видеть на рис. 3, а. Следовательно, можно предположить присутствие в показаниях трёхантенного спутникового систематической погрешности, характеристики которой сходны с аналогичной погрешностью GPS-компаса JLR-10T. Из сравнения рис. 3, б и рис. 4, б следует вывод о более низком уровне величин случайных погрешностей у GPS-компаса JLR-20/30. В табл. 2 помещены характеристики распределения случайных погрешностей компаса JLR-20/30.

Таблица 2

Статистические характеристики распределения случайных погрешностей курсов GPS-компаса JLR-20/30 на пароме “Бригадир Ришко”

Серия	Среднее, градусы	СКО, градусы	Размах, градусы	Асимметрия	Объём выборки
Серия 1	$8,05 \times 10^{-18}$	0,0279	0,166	-0,0552	1104
Серия 2	$-3,2 \times 10^{-5}$	0,0296	0,2	0,0079	1155
Серия 3	$2,94 \times 10^{-5}$	0,0291	0,233	0,0282	1134
Сводный массив	$-9,8 \times 10^{-7}$	0,0291	0,233	-0,003	3393

Эксперимент с компасом JLR-20/30 был продолжен на т/х “Владимир Родик”. Наблюдения проводились 22 сентября 2010 года при стоянке теплохода у правой стороны пирса Чуркинской переправы в бухте Золотой Рог. Судно было ошвартовано левым бортом. Стояла маловетренная погода, действовал прижимной слабый ветер. Результаты обработки экспериментальных наблюдений приведены в табл. 3.

Таблица 3

Статистические характеристики распределения случайных погрешностей курсов GPS-компаса JLR-20/30 на т/х “Владимир Родик”

Серия	Среднее, градусы	СКО, градусы	Размах, градусы	Асимметрия	Объём выборки
Серия 1	$2,88 \times 10^{-5}$	0,03	0,2	-0,073	1156
Серия 2	$3,13 \times 10^{-5}$	0,0352	0,3	0,089	1066
Серия 3	$3,06 \times 10^{-5}$	0,0297	0,266	-0,142	1091
Сводный массив	$3,02 \times 10^{-5}$	0,0317	0,333	-0,021	3313

Если сравнить величины СКО, помещённые в табл. 1 и табл. 2, то можно уверенно считать показания спутникового компаса JLR-20/30 менее подверженными воздействию случайных погрешностей по сравнению с компасом JLR-10Т, несмотря на то, что паром во время наблюдений не был абсолютно неподвижным. Более высокие величины СКО случайных погрешностей в наблюдениях на т/х “Владимир Родик” объясняются неустойчивым положением диаметральной плоскости судна. Водоизмещение т/х “Владимир Родик” во много раз меньше водоизмещения парома “Бригадир Ришко”. Поэтому даже лёгкий прижимной ветер мог вызвать высокочастотные колебания диаметральной плоскости, которые отсутствуют в наблюдениях на пароме.

По результатам проделанного анализа можно сделать следующие выводы и предложения.

1. Многофункциональные GPS-приёмники с функциями курсоуказания представляют собой принципиально новое техническое средство судовождения. Оно требует всестороннего изучения. Поэтому крайне важно продолжить исследования, направленные на оценку точности, а также на повышение точности и технологичности таких приёмников.

2. Как видно из представленного выше статистического материала, в большей степени точность курсоуказания зависит от систематического тренда. Удаление программными средствами систематической погрешности из показаний спутниковых компасов поставит точность спутниковых компасов намного выше точности современных судовых гироскопов, оставаясь на порядок дешевле их.

3. Случайная погрешность трёхантенного спутникового компаса заметно ниже случайной погрешности двухантенного компаса.

4. Дальнейшие исследования необходимо проводить на основе автоматической регистрации курсов с интервалом 1 с.

5. Экспериментальные наблюдения на пароме “Бригадир Ришко” и на т/х “Владимир Родик” создают предпосылки для разработки нового метода оценки точности GPS-компасов на основе субтракции динамики ошвартованного судна.

## **ЛИТЕРАТУРА**

1. Комаровский, Ю. А. Влияние расположения спутников на точность работы GPS-компаса JLR-10Т / Ю. А. Комаровский // Проблемы транспорта Дальнего Востока : пленарные доклады восьмой междунар. науч.-практ. конф. (FEBRAT-09) (30 сентября – 2 октября 2009 г.). – Владивосток: ДВО Российской Академии транспорта, 2009. – С. 103-105.
2. Комаровский, Ю. А. Повторяемость погрешностей курса спутникового компаса / Ю. А. Комаровский // Научные проблемы транспорта Сибири и Дальнего Востока. – Новосибирск : Изд-во НГАСУ, 2009. – № 2. – С. 144-148.
3. Комаровский, Ю. А. Особенности эксплуатации двухантенных спутниковых компасов / Ю. А. Комаровский // Судовождение – 2010 : сб. науч. тр. – Новосибирск : Изд-во НГАСУ, 2010. – С. 108-116.
4. Скворцов, М. И. Систематические погрешности в судовождении / М. И. Скворцов. – М. : Транспорт, 1980. – 168 с.
5. Андерсон, Т. Статистический анализ временных рядов / Т. Андерсон. – М. : Мир, 1976. – 755 с.