

## ФЛОТ И КОРАБЛЕСТРОЕНИЕ FLEET AND SHIPBUILDING

**Тарануха Н.А., Журбин О.В., Журбина И.Н.**  
**Taranukha N.A., Zhurbin O.V., Zhurbina I.N.**

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ СТЕРЖНЕВЫХ СУДОВЫХ КОНСТРУКЦИЙ С УЧЁТОМ СОПРОТИВЛЕНИЯ ВНЕШНЕЙ СРЕДЫ РАЗЛИЧНОЙ ПЛОТНОСТИ**

**MATHEMATICAL AND EXPERIMENTAL MODELING OF FLUCTUATIONS IN BEAM-STRUCTURE SEA VESSELS, WITH REGARD TO THE RESISTANCE OF EXTERNAL LIQUID OF VARIOUS DENSITY**



**Тарануха Николай Алексеевич** – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой кораблестроения Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре). E-mail: taranukha@knastu.ru.

**Mr. Nikolay A. Taranukha** – Doctor of Engineering, Professor, Head of the Department of Shipbuilding, Komsomolsk-on-Amur State Technical University (Komsomolsk-on-Amur, Russia). Komsomolsk-on-Amur, e-mail: taranukha@knastu.ru.



**Журбин Олег Владимирович** – кандидат технических наук, доцент, докторант Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре). E-mail: zhurbin@pochta.ru.

**Mr. Oleg V. Zhurbin** – PhD in Engineering, Associate Professor, Doctoral Candidate, Komsomolsk-on-Amur State Technical University (Komsomolsk-on-Amur, Russia). Komsomolsk-on-Amur, e-mail: zhurbin@pochta.ru.



**Журбина Ирина Николаевна** – аспирантка Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре), г. Комсомольск-на-Амуре.

**Ms. Irina N. Zhurbina** – PhD Candidate, Komsomolsk-on-Amur State Technical University (Komsomolsk-on-Amur, Russia), Komsomolsk-on-Amur, Russia.

**Аннотация.** Данная работа посвящена вопросам, связанным с решением задач динамики колеблющихся судовых конструкций. Рассмотрены присоединенные массы жидкости. Значительное внимание уделено учету сопротивления внешней и внутренней среды. Рассмотрено математическое моделирование колебаний на основе метода модуль-элементов (ММЭ). Важное место в работе уделено экспериментально-численному моделированию задач по определению сопротивления внешней и внутренней среды. В частности, здесь рассмотрено определение коэффициентов сопротивления для судовых систем, колеблющихся в воздухе, в воде, в дизельном топливе и в машинном масле.

**Summary:** The paper deals with issues related to solving the problems of the dynamics of fluctuating ship structures. The added mass of a liquid is considered. Significant attention is given to calculating the resistance of external and internal environment. Mathematical modeling of fluctuations is considered on the basis of the module-element method. The important place in the paper is given to experimental and numerical modeling of the tasks of defining the resistance of external and internal environment. In particular, the calculation of a resistance coefficient for a ship structure fluctuating in air, water, diesel fuel and in lubricating oil is considered.



**Ключевые слова:** кораблестроение, колебания, внутреннее и внешнее сопротивление, присоединённые массы, численное моделирование, метод модуль-элементов.

**Keywords:** shipbuilding, fluctuations, internal and external resistance, added masses, numerical modeling, method of module-elements

УДК 539.3/4

### Введение

В составе корабля имеются конструкции, которые колеблются в жидкой среде различной плотности. Это и забортная вода, и дизельное топливо, и техническое масло. При этом среда оказывает на конструкции сопротивление неупругого характера. По природе своего возникновения и механизму воздействия [11; 12; 15] следует различать два вида неупругого сопротивления среды: неупругое сопротивление внутренней среды (внутри материала) и неупругое сопротивление внешней среды (например, сопротивления неупругого основания или окружающей вязкой жидкости).

### О внутреннем и внешнем сопротивлении конструкционных материалов и жидкой среды

Одной из важнейших причин затухания свободных колебаний реальных конструкций является рассеяние энергии внутри материала (внутреннее трение в материале). Это внутреннее трение имеет в основном [16] термическую природу. Температурные изменения, вызванные деформацией поликристаллического металлического образца, меняются от зерна к зерну в зависимости от их кристаллографической ориентации, и происходит некоторое рассеяние энергии вследствие теплового потока между отдельными кристаллами. Если вызвать последовательные циклы нагрузки и разгрузки, то соответствующие диаграммы испытаний обнаружат петли гистерезиса, площади которых измеряют энергию, рассеянную за цикл.

Проблема колебаний значительно упрощается, если силы демпфирования пропорциональны скорости [16]. По этой причине силы сопротивления сложной природы для целей анализа очень часто заменяются эквивалентным вязким сопротивлением. Это эквивалентное сопротивление определяется из требования, чтобы оно вызывало то же рассеяние энергии за один цикл, что и действительная сила сопротивления. Этим способом, например, может быть исследовано затухание, вызываемое внутренним трением.

Достоверные оценки влияния внутреннего трения [2] важны при решении множества разнообразных задач, особенно для систем, при эксплуатации которых возможны резонансные режимы.

Сначала экспериментально, а затем и теоретически было установлено, что внутреннее трение в материале может послужить причиной возникновения опасных колебаний, непосредственно угрожающих прочности конструкции [2].

Благодаря внутреннему трению происходит быстрое затухание свободных колебаний конструкций [8], резкое ограничение роста амплитуд вынужденных колебаний при резонансах, сильное снижение напряжений от импульсов и ударов в конструкциях с большим числом степеней свободы и выравнивание динамических напряжений в местах их концентрации. Вследствие этого внутреннее трение является одной из важнейших динамических характеристик материала и конструкции. Чем больше внутреннее трение в конструкции, тем при прочих равных условиях она выгоднее для восприятия динамических воздействий [8].

Общепринятая мера внутреннего трения определяется из энергетических соображений и представляет отношение

$$\psi = \frac{\Delta W}{W}, \quad (1)$$

где  $\Delta W$  – необратимо поглощенная телом за один цикл часть энергии циклических деформаций;  $W$  – потенциальная энергия тела, отвечающая амплитуде деформаций за тот же цикл (см. рис. 1, а).

При этом предполагается, что потери на внешние сопротивления отсутствуют. Величину  $\psi$  называют коэффициентом поглощения.

В динамические расчеты коэффициент  $\psi$  входит вместе с множителем  $\frac{1}{2\pi}$ , характеризующим цикличность процесса. Поэтому в теории удобнее оперировать с величиной

$$\gamma = \frac{\psi}{2\pi}, \quad (2)$$

называемой коэффициентом внутреннего трения. Ее можно называть также коэффициентом неупругого сопротивления.

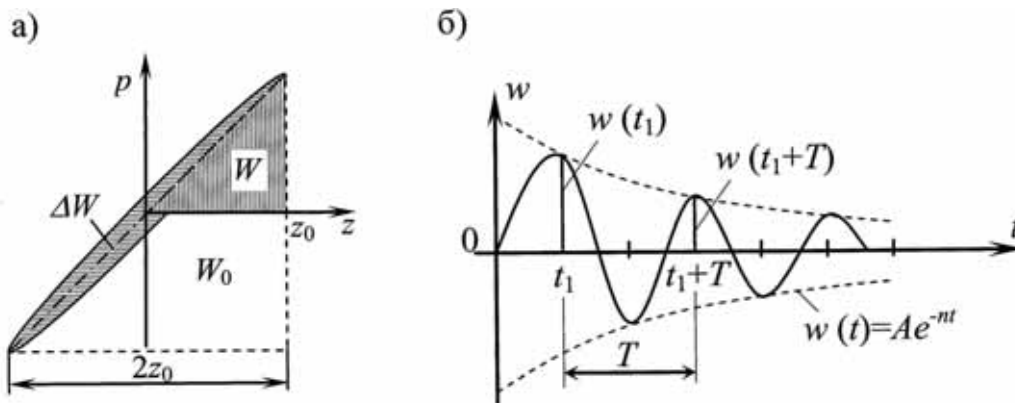


Рис. 1. Диаграмма работ (петля гистерезиса) (а) и график затухающего колебательного процесса (б)

Очень часто коэффициент поглощения  $\psi$  определяют по развертке свободных затухающих колебаний образца (см. рис. 1, б) изучаемого материала через логарифмический декремент затухания:

$$\ln D = \ln \frac{w(t_1)}{w(t_1 + T)}. \quad (3)$$

Между  $\psi$ ,  $\ln D$  и  $\gamma$  существуют отношения:

$$\psi = 2 \ln D = 2\pi\gamma. \quad (4)$$

Для интереса и более глубокого понимания доли внутреннего поглощения энергии в материале укажем в табл. 1 численные значения коэффициента поглощения  $\psi_\sigma$ , приведенные в работе [7], а также численные значения коэффициента  $\gamma_\sigma$  для некоторых материалов и конструкций с учетом [1; 3] и выражения (2).

Наряду с внутренним сопротивлением, в процессе колебания, на конструкцию часто действует внешнее сопротивление среды, например, для судна это сопротивление забортной воды или жидких нефтепродуктов в отсеках танкеров и топливных цистернах судов других типов.

В этом случае со стороны внешней среды на колеблющуюся систему начинают действовать силы сопротивления  $S_{соп}$ , величина которых, как принято считать, пропорциональна скорости  $v$  движения тела в неупругой среде:

$$S_{соп} = \beta \cdot v, \quad (5)$$



где  $\beta$  – коэффициент пропорциональности, есть коэффициент неупругого сопротивления внешней среды.

Таблица 1

Значения коэффициентов поглощения энергии  $\psi$  и внутреннего сопротивления  $\gamma$  для некоторых материалов и конструкций

	Материал, конструкция	$\psi_{\sigma}$ , [7]	$\gamma_{\sigma}$ , [1; 3]
Материалы	Алюминий	0.02-0.04	0.003-0.006
	Бетон	0.26	0.041
	Дуб	0.11	0.017
	Железобетон	0.25	0.040
	Латунь	0.01	0.002
	Медь	0.33	0.053
	Никель	0.03	0.005
	Резина	0.20-1.20	0.032-0.190
	Сосна	0.07	0.011
	Сталь	0.01-0.03	0.002-0.005
	Стеклопластик	0.20-0.40	0.032-0.064
	Чугун серый	0.23	0.036
Конструкции	Кирпичная кладка	0.25	0.040
	Конструкция деревянная	0.30-0.35	0.048-0.056
	Конструкция железобетонная	0.50	0.060-0.090
	Конструкция стальная	0.16-0.18	0.025-0,028
	Конструкция из стеклопластика	0.60-0.80	0.095-0.127
	Стальные мосты	0.04-0.31	0.006-0.050
	Судовые стальные днищевые перекрытия	0.40-0.60	0.064-0.095
	Судовые стальные мачты	0.20-0.45	0.032-0.072

Считается, что этот коэффициент зависит от свойств внешней среды и может быть определен только экспериментально.

Решать задачу по учёту внутреннего и внешнего сопротивления в динамике простых и сложных колеблющихся систем будем на основе ММЭ.

### Понятие о ММЭ

ММЭ [4; 5; 10; 12; 13] является одним из конечно-элементных методов и предназначен для исследования сложных тонкостенных конструкций и оболочек произвольной формы. Примерами таких оболочек могут служить судовой корпус или фюзеляж самолета. Расчет таких оболочек в настоящее время возможен только на основе численных методов, одним из которых является ММЭ.

Применительно к случаю рассмотрения сложной тонкостенной оболочки типа судового корпуса вполне можно ограничиться расчленением ее на сложные пространственные блоки, исходя, главным образом, из конструктивных соображений. Такой подход позволяет резко (на один-два порядка) сократить количество основных неизвестных задач.

ММЭ, прошедший практическую проверку в целой серии расчетов прочности корпусов реальных судов и сопоставленный с расчетами по другим методам, показал высокую эффективность как по трудоемкости расчетов, так и по подробности и точности получаемых результатов [4; 5; 10; 12; 13; 14].

В качестве расчетной модели судового корпуса принимается произвольно нагруженная с произвольными граничными условиями непрямоугольная тонкостенная складчатая

оболочка, подкреплённая продольно-поперечным набором и имеющая произвольные очертания в поперечных сечениях. Указанная оболочка рядом поперечных сечений может быть рассечена на пространственные модуль-элементы (МЭ) (см. рис. 2), взаимодействующие друг с другом в узловых точках.

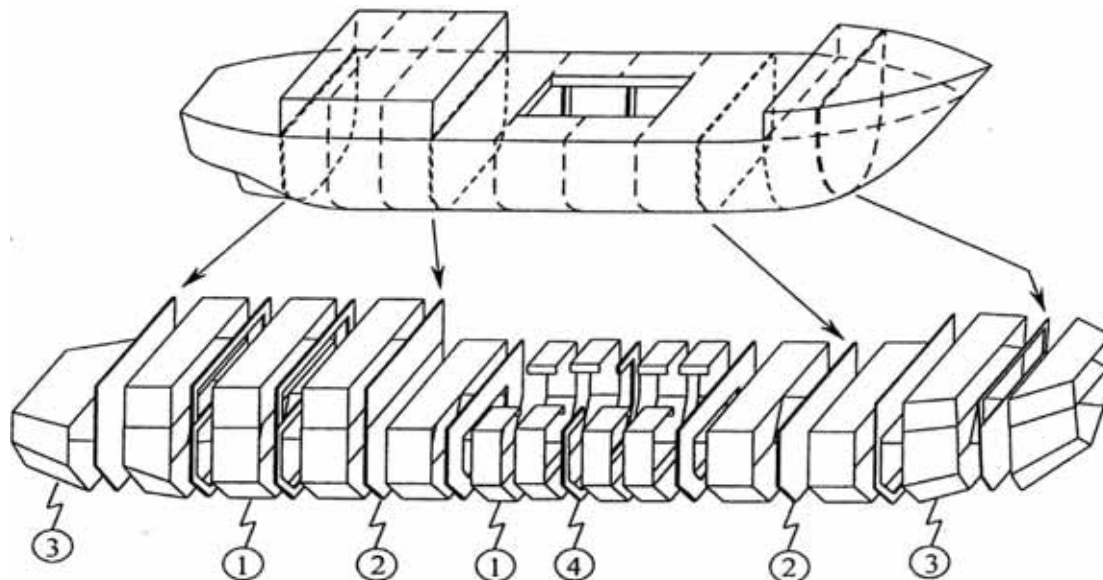


Рис. 2. Схема разбиения корпуса судна на МЭ.  
Типы МЭ: 1 – призматический; 2 – плоскостной;  
3 – непризматический; 4 – рамный

При этом образуются МЭ четырех типов: призматический МЭ, непризматический МЭ, плоскостной МЭ и рамный МЭ. Призматические и непризматические МЭ применяются при моделировании соответственно цилиндрической вставки и оконечностей судна. Плоскостные МЭ моделируют собой поперечные переборки, а рамные МЭ предназначены для моделирования шпангоутных рам.

С помощью МЭ успешно решаются задачи статической прочности, устойчивости и колебаний сложных конструкций, в том числе и с учётом сопротивления внутренней и внешней среды.

#### Учёт внутреннего и внешнего сопротивления в постановке МЭ

Наличие неупругих сил сопротивления приводит к тому, что происходит рассеивание (диссипация, потеря) в окружающее пространство части общей механической энергии колеблющейся системы.

Эта рассеивающаяся часть энергии системы может быть описана с помощью так называемой диссипативной функции (функции рассеивания)  $R$ . Понятие о диссипативной функции было введено Рэлеем в его классическом труде "Теория звука" (1878 г.).

Функция рассеивания  $R$  по структуре похожа на кинетическую энергию  $T = \frac{1}{2}mv^2$ , однако отличается от нее другими положительными коэффициентами – коэффициентами рассеивания  $\beta_i$  (вместо коэффициентов инерции  $m_i$ ).

Для системы с одной степенью свободы, обладающей коэффициентом рассеяния  $\beta$  и движущейся со скоростью  $v$ , функция рассеивания определяется непосредственно через выражение скорости зависимостью:

$$R = \frac{1}{2} \beta v^2, \quad (6)$$

где  $\beta$  – коэффициент рассеивания, это то же самое, что упомянутый ранее коэффициент сопротивления среды, который определяется экспериментально (см. формулу (5)).

Однако с учетом того, что сопротивляющаяся неупругая среда может быть внешней и внутренней, т.е. с учетом гипотез Фохта и Сорокина формула (6) должна быть записана следующим образом:

$$R = R^{\text{внеш}} + R^{\text{внут}} = \frac{1}{2} \beta v^2 + \frac{1}{2} \frac{\gamma}{\omega} E v^2. \quad (7)$$

Если для колеблющейся системы область взаимодействия с внешней средой полностью совпадает с областью внутренней среды, то тогда функцию рассеивания (7) можно представить так:

$$R = \frac{1}{2} \left( \beta + \frac{\gamma}{\omega} E \right) v^2. \quad (8)$$

Однако такое совпадение внутренней и внешней областей у колеблющейся системы наблюдается не всегда. Например, такое несовпадение имеет место при колебаниях упругого тела, частично погруженного в вязкую жидкость (или частично взаимодействующего с неупругим твердым основанием).

Для системы с " $n$ " степенями свободы функция рассеивания должна быть записана следующим образом:

$$R = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \beta_i v_i^2, \quad (9)$$

где  $v_i$  – обобщенная скорость движения колеблющейся системы в направлении " $i$ "-го обобщенного перемещения (разрешенного " $i$ "-й степенью свободы);  $\beta_i$  – обобщенный коэффициент рассеивания (коэффициент сопротивления) колеблющейся системы, соответствующий " $i$ "-му обобщенному перемещению.

Коэффициенты  $\beta_i$  определяются экспериментально.

С учетом наличия внешнего и внутреннего неупругого сопротивления функция рассеивания будет иметь вид:

$$R = R^{\text{внеш}} + R^{\text{внут}} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \beta_i v_i^2 + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^m \frac{\gamma_j}{\omega_j} E v_j^2, \quad (10)$$

где  $i = 1, 2, 3, \dots, n$  – номера обобщенных перемещений, при осуществлении которых возникает внешнее сопротивление;  $j = 1, 2, 3, \dots, m$  – номера обобщенных перемещений, при осуществлении которых возникает внутреннее сопротивление.

Если область внешнего сопротивления полностью совпадает с областью внутреннего сопротивления, то функцию рассеивания можно записать следующим образом:

$$R = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left( \beta_i + \frac{\gamma_i}{\omega_i} E \right) v_i^2. \quad (11)$$

Запись  $R$  через обобщенные координаты приводит к тому, что функция рассеивания  $R$  является однородной положительной квадратичной функцией скоростей обобщенных координат  $\dot{q}_i$ , т.е. [17]:

$$R = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n b_{ij} \dot{q}_i \dot{q}_j, \quad (12)$$

где  $b_{ij}$  – некоторые постоянные коэффициенты, имеющие смысл обобщенных коэффициентов сопротивления, записанных в обобщенных координатах.

## Тарануха Н.А., Журбин О.В., Журбина И.Н. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ СТЕРЖНЕВЫХ СУДОВЫХ КОНСТРУКЦИЙ С УЧЁТОМ СОПРОТИВЛЕНИЯ ВНЕШНЕЙ СРЕДЫ РАЗЛИЧНОЙ ПЛОТНОСТИ

Для определенности укажем здесь, что некоторые конкретные коэффициенты сопротивления можно, например, определить по формулам:

$$b_{ij}^{внеш} = b_{ij} = \int_s \beta(s) \chi_i(s) \chi_j(s) ds, \quad \text{при } i, j = 1, 2, 3, \dots, N, \quad (13)$$

$$b_{ij}^{внут} = \int_s \frac{E}{\omega_{ij}} \gamma(s) \chi_i(s) \chi_j(s) ds, \quad \text{при } i, j = 1, 2, 3, \dots, N, \quad (14)$$

где  $\chi_i(s)$  и  $\chi_j(s)$  – заданные координатные функции, принятые в ММЭ.

Более подробные рекомендации для выбора и построения различных координатных функций (которые могут быть достаточно сложными) приведены в работе [4].

Для случая установившегося гармонического движения, применительно к ММЭ, уравнение равновесия имеет вид [12]:

$$[M + M_{np}] \cdot (-\omega^2 \{Q\} e^{i\omega t}) + [B^{внеш} + B^{внут}] \cdot i\omega \{Q\} e^{i\omega t} + [K] \{Q\} e^{i\omega t} = \{P\} e^{i\omega t}. \quad (15)$$

После несложных преобразований получаем окончательный вид:

$$([K] - \omega^2 [M + M_{np}] + i\omega [B^{внеш} + B^{внут}]) \{Q\} = \{P\}, \quad (16)$$

где  $[K]$  – матрица жесткости всей конструкции (оболочки);  $[M]$  – матрица масс всей конструкции;  $[M_{np}]$  – матрица присоединённых масс окружающей среды;  $[B^{внеш}]$  – матрица сопротивления всей внешней среды;  $[B^{внут}]$  – матрица сопротивления всей внутренней среды;  $\{Q\}$  – матрица-вектор неизвестных обобщенных перемещений всей конструкции;  $\{P\}$  – матрица-вектор внешних нагрузок;  $\omega$  – частота вынужденных колебаний.

Решение этого уравнения (этой системы алгебраических уравнений) при заданных внешних нагрузках  $\{P\}$  и их частотах вынужденных колебаний  $\omega_i$  позволяет в принципе определить перемещения колеблющейся системы  $\{Q\}$ .

### Экспериментальное моделирование задачи по определению коэффициентов сопротивления внутренней и внешней среды

В качестве внешних сред, которые являются основными для судовых конструкций в процессе эксплуатации и которые оказывают наибольшее сопротивление, были выбраны: воздух, вода, дизельное топливо, машинное масло [11; 15].

Воздух – среда, выбранная для сравнения. Если предположить, что воздушная среда не оказывает существенного сопротивления колеблющейся системе, в этом случае параметры сопротивления можно считать соответствующими сопротивлению внутренней среды колеблющейся системы.

Вода – основная внешняя среда для всех объектов морской и речной техники.

Дизельное топливо – среда, с которой взаимодействуют конструкции топливных танков большинства судов и танкеров, перевозящих легкие нефтепродукты.

Машинное масло – среда, с которой взаимодействуют конструкции масляных танков обычных судов и танкеров, перевозящих тяжелые нефтепродукты.

В таких же условиях часто работают тонкостенные резервуары, предназначенные для хранения жидких продуктов.

Ниже рассмотрим колебания консольной балки (см. рис. 3).

Параметры балки и материала следующие:  $L = 0.335$  м,  $b = 0.012$  м,  $h = 0.0023$  м,  $\rho = 7800$  кг/м<sup>3</sup>,  $M_{гр} = 0.421$  кг,  $E = 2.0 \cdot 10^{11}$  Н/м<sup>2</sup>.

Левый торец балки жёстко закреплён, правый – свободен и имеет сосредоточенную массу в виде груза.

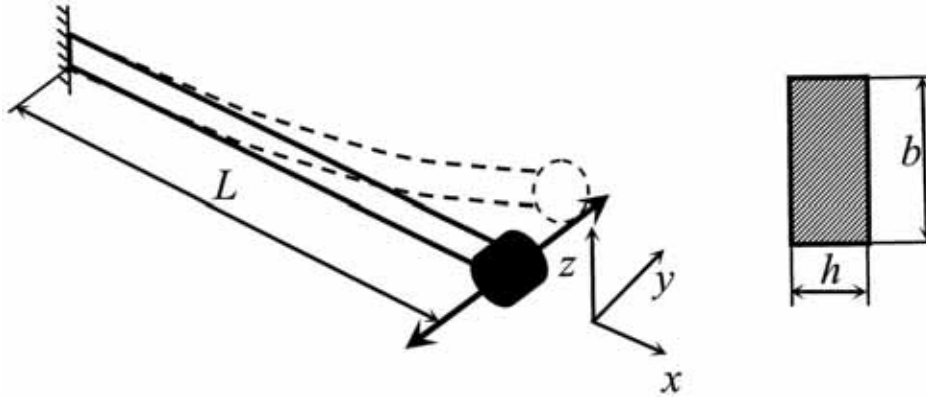


Рис. 3. Расчётная схема балки-консоли

Для определения коэффициента  $\beta$  поступим следующим образом:

а) экспериментально определим амплитуды двух соседних колебаний  $w_{\text{эксн}}(t_1)$  и  $w_{\text{эксн}}(t_1 + T)$ . При этом одновременно можно определить и экспериментальный период колебаний  $T_{\text{эксн}}$ ;

б) далее определяем экспериментальный декремент затухания  $D_{\text{эксн}}$ ;

в) определяем экспериментальный коэффициент сопротивления  $\beta_{\text{эксн}}$  по формуле

$$\beta_{\text{эксн}} = 2m_{\text{эксн}} \frac{\ln D_{\text{эксн}}}{T_{\text{эксн}}} = 2m_{\text{эксн}} \cdot n_{\text{экс}} \quad (17)$$

При этом масса  $m_{\text{экс}}$  с учетом массы упругой связи  $m_{\text{упр.св.}}$  для рассматриваемого случая определяется по формуле

$$m_{\text{экс}} = m + m_{\text{упр.св.}}, \quad (18)$$

где  $m$  – концевая (основная) масса колеблющейся системы.

В рассматриваемом случае  $m_{\text{упр.св.}} = 0,072 \frac{H}{M} \cdot c^2$ ,  $m = 0,421 \frac{H}{M} \cdot c^2$ .

На рис. 4 изображён экспериментально полученный график затухающих колебаний.

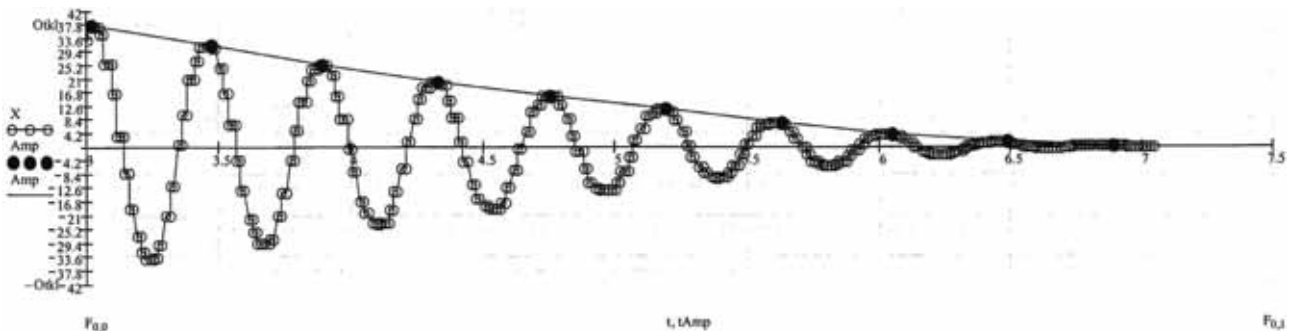


Рис. 4. График затухающих колебаний системы в воздухе

В результате экспериментов в воздухе, воде, дизельном топливе и машинном масле были получены коэффициенты затухания и сопротивления ( $n_{\text{экс}}$ ,  $\beta_{\text{экс}}$ ,  $\gamma_{\sigma}$ ), приведенные в табл. 2.

Численное значение коэффициента сопротивления  $\gamma_{\sigma}$ , полученного из эксперимента, совпадает с табличным (см. табл. 1). Это, в свою очередь, подтверждает правильность экспериментальных данных и корректность проведённого эксперимента. Однако в ходе экспериментальных исследований, кроме коэффициентов внутреннего сопротивления, были получены коэффициенты внешнего сопротивления, то есть коэффициенты сопротивления окружающей внешней среды (воды, дизельного топлива и машинного масла).



Значения экспериментальных коэффициентов затухания ( $n_{\text{экс}}$ ) и сопротивления ( $\beta_{\text{экс}}, \gamma_{\sigma}$ ), полученных при колебаниях стальной консольной балки в четырех внешних средах

Среда	Тип	Коэффициенты затухания $n_{\text{экс}}, \frac{1}{\text{сек}}$	Коэффициенты сопротивления в ММЭ $\beta_{\text{экс}}, \frac{H}{M} \cdot \text{сек}$	Коэффициенты сопротивления $\gamma_{\sigma}$
Воздух	Суммарные	0,042	0,041	0,004
	Внутренние	0,042	0,041	0,004
	Внешние	$\approx 0$	$\approx 0$	$\approx 0$
Вода	Суммарные	0,239	0,236	0,031
	Внутренние	0,042	0,041	0,004
	Внешние	0,197	0,194	0,027
Дизельное топливо	Суммарные	0,347	0,342	0,046
	Внутренние	0,042	0,041	0,004
	Внешние	0,305	0,301	0,042
Машинное масло	Суммарные	0,660	0,651	0,089
	Внутренние	0,042	0,041	0,004
	Внешние	0,618	0,609	0,085

Графически полученные результаты представлены на рис. 5.

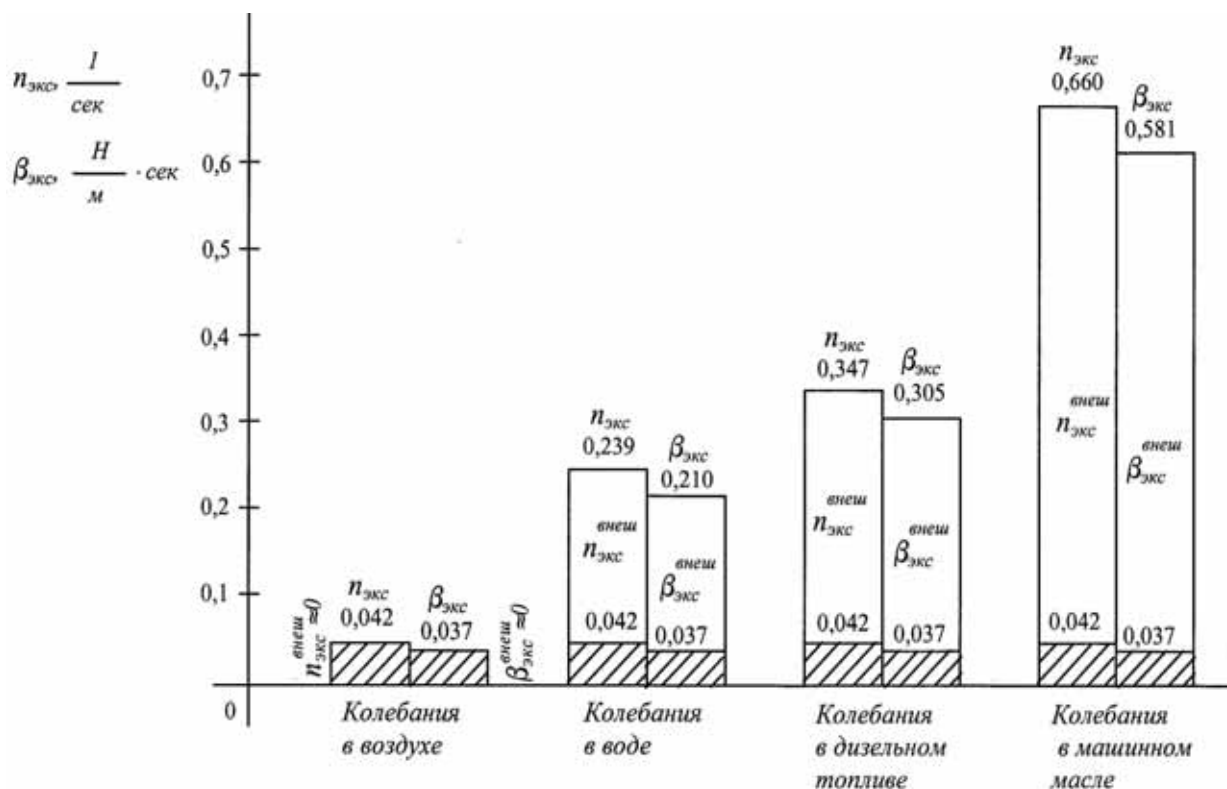


Рис. 5. Диаграмма экспериментальных коэффициентов затухания ( $n_{\text{экс}}^{\text{внут}}, n_{\text{экс}}^{\text{внеш}}$ ) и сопротивления ( $\beta_{\text{экс}}^{\text{внут}}, \beta_{\text{экс}}^{\text{внеш}}$ ), полученных при колебаниях стальной консольной балки в четырех внешних средах

### Сравнительные эксперименты и расчёты стальной балки консольного типа

Авторами настоящей статьи были выполнены экспериментальные исследования стальной балки, находящейся в различных условиях сопротивления от внешней среды. Результаты экспериментов сравнивались с результатами расчётов по различным методикам.

Сравнительные расчёты проводились по справочнику И.А. Биргера [6, 302], Е.С. Сорокина [8], а также с помощью численных методов: методом конечных элементов (МКЭ) и ММЭ. Для учёта внутреннего сопротивления материала конструкции в [6; 8] использовалась зависимость

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1 + \frac{\gamma^2}{4}}}, \quad (19)$$

где  $\lambda_0$  – собственная частота колебаний без сопротивления;  $\gamma = 0.004$  – коэффициент внутреннего сопротивления для стальных конструкций [9].

Результаты сведены в табл. 3. Необходимо отметить, что формула (19) справедлива только для учёта внутреннего сопротивления и не позволяет учитывать сопротивление внешних сред, таких как вода либо другая жидкость.

При решении задачи МКЭ балка разбивалась на 6 элементов. Каждый узел имел 2 степени свободы, поперечное смещение и угол поворота, т.е. всего 12 степеней свободы. В ММЭ использовались 6 модуль-элементов. Координатные функции [4] учитывали поперечные смещения узлов и моменты.

Таблица 3

Сравнительная таблица частот свободных колебаний консольной балки без учёта сопротивления и с учётом сопротивления

	Без учёта сопротивления	С учётом сопротивления внутренней среды	С учётом сопротивления внутренней среды и воды	С учётом сопротивления внутренней среды и дизельного топлива	С учётом сопротивления внутренней среды и машинного масла
Метод определения частоты	Частота $\lambda_1$ , Гц				
Эксперимент	-	3.32	2.54	2.39	2.36
Расчёт по методике Е.С. Сорокина [8]	2.80	2.80 ↓=3.2·10 <sup>-4</sup>	-	-	-
Расчёт по методике И.А. Биргера [6]	3.17	3.17 ↓=6.3·10 <sup>-6</sup>	-	-	-
МКЭ [18]	3.35	3.35 ↓=5.84·10 <sup>-5</sup>	-	-	-
ММЭ [авторы]	3.44	3.44 ↓=8.21·10 <sup>-5</sup>	2.64 ↓=0.80	2.46 ↓=0.98	2.43 ↓=1.01

В табл. 3 стрелочками ↓ указана величина уменьшения частоты колебаний с сопротивлением в сравнении с частотой колебаний без сопротивления. Внутреннее сопротивление для стальной балки оказывает незначительное влияние на изменение частоты колебания, эта поправка порядка 10<sup>-5</sup> Гц. Однако даже такое незначительное влияние приводит к затуханию колебаний. При учёте сопротивления внешней среды эта поправка уже существенна.

### **Выводы**

1. Подтверждена правильность экспериментальных данных и корректность проведенных экспериментов.
2. В ходе экспериментальных исследований, кроме коэффициентов внутреннего сопротивления, были получены коэффициенты внешнего сопротивления, то есть коэффициенты сопротивления окружающей внешней среды (воды, дизельного топлива и машинного масла).
3. Сравнительные расчёты показали достоверность расчётов по ММЭ и подтвердили возможность решать такие задачи с помощью ММЭ.
4. Сопротивление внутренней среды оказывает незначительное влияние на изменение частоты колебания. Однако даже такое незначительное влияние приводит к затухающему процессу колебания, а в резонансной зоне может привести к существенным последствиям.
5. Сопротивление внешней среды вносит существенную поправку в частоту колебания и для полноты понимания колебательного процесса её необходимо учитывать.

### **ЛИТЕРАТУРА**

1. Антоненко, С. В. Вибрация судов: учеб. пособие / С. В. Антоненко. – Владивосток: Изд-во ДВГТУ, 2007. – 148 с.
2. Пановко, Я. Г. Внутреннее трение при колебаниях упругих систем / Я. Г. Пановко. – М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1960. – 196 с.
3. Постнов, В. А. Вибрация корабля / В. А. Постнов, В. С. Калинин, Д. М. Ростовцев. – Л.: Судостроение, 1983. – 248 с.
4. Постнов, В. А. Метод модуль-элементов в расчетах судовых конструкций / В. А. Постнов, Н. А. Тарануха. – Л.: Судостроение, 1990. – 320 с.
5. Постнов, В. А. Оценка напряженно-деформированного состояния корпуса судна методом модуль-элементов / В. А. Постнов, Н. А. Тарануха // Судостроение. – 1983. – № 5. – С. 5-8.
6. Прочность, устойчивость, колебания. Справочник. Т. 3 / под ред. И. А. Биргера и Я. Г. Пановко. – М.: Машиностроение, 1968.
7. Сборовский, А. К. Вибрация судов с корпусами из стеклопластиков / А. К. Сборовский, Ю. А. Никольский, В.Д. Попов. – Л.: Судостроение, 1967. – 191 с.
8. Сорокин, Е. С. К теории внутреннего трения при колебаниях упругих систем / Е. С. Сорокин. – М.: Изд-во литер. по строительству, архитектуре и строит. механике, 1960.
9. Сорокин, Е. С. Метод учета неупругого сопротивления материала при расчете конструкций на колебания / Е. С. Сорокин // Исследования по динамике сооружений: сб. – М.: Госстройиздат, 1951.
10. Тарануха, Н. А. Динамика «неправильных» оболочек / Н. А. Тарануха, Г. С. Лейзерович. – Владивосток: Дальнаука, 2005. – 423 с.
11. Тарануха, Н. А. Колебания динамических систем с большими деформациями из нестандартизированного материала / Н. А. Тарануха, А. Н. Петрова, Н. Н. Любушкина // Учёные записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. – 2010. – № III-1(3). – С. 4-11.
12. Тарануха, Н. А. Математическое моделирование колебаний сложных оболочек. Гидроупругая постановка с учетом сопротивления / Н. А. Тарануха, О. В. Журбин. – Владивосток: Дальнаука, 2008. – 253 с.
13. Тарануха, Н. А. Метод модуль-элементов в расчетах прочности тонкостенных конструкций / Н. А. Тарануха // Труды ЛКИ: Механика и прочность судовых конструкций. – 1980. – С. 113-117.
14. Тарануха, Н. А. Новые решения в динамике "неправильных" оболочек / Н. А. Тарануха, Г. С. Лейзерович. – Владивосток: Дальнаука, 2007. – 203 с.
15. Тарануха, Н. А. Численное моделирование прочности и гидродинамики океанотехники / Н. А. Тарануха, О. В. Журбин, С. Д. Чижумов, И. Н. Журбина. – Владивосток: Дальнаука, 2009. – 340 с.
16. Тимошенко, С. П. Колебания в инженерном деле / С. П. Тимошенко. – М.: Наука, 1967. – 444 с.
17. Яблонский, А. А. Курс теории колебаний / А. А. Яблонский, С. С. Норейко. – М.: Высш. шк., 1966. – 255 с.
18. <http://www.mscsoftware.com/Products/CAE-Tools/MS-CNastran.aspx>