



Стельмашук С. В., Капустенко Д. В.
S. V. Stelmashchuk, D. V. Kapustenko

СОГЛАСОВАННОЕ УПРАВЛЕНИЕ УСТРОЙСТВОМ ТРАНСПОРТИРОВКИ ЛЕНТЫ С МОДАЛЬНЫМИ РЕГУЛЯТОРАМИ

COORDINATED CONTROL OF TAPE TRANSPORT DEVICE WITH MODAL REGULATORS

Стельмашук Сергей Валерьевич – кандидат технических наук, доцент кафедры электропривода и автоматизации промышленных установок Комсомольского-на-Амуре государственного университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре); 681013, Хабаровский край, г. Комсомольск-на-Амуре, пр. Ленина, 27. E-mail: rukdpsv@rambler.ru.

Mr. Sergei V. Stelmashchuk – PhD in Engineering, Associate Professor, Department of Electric drive and automation of industrial plants, Komsomolsk-on-Amur State University (Russia, Komsomolsk-on-Amur); 681013, Khabarovsk territory, Komsomolsk-on-Amur, 27 Lenin str. E-mail: rukdpsv@rambler.ru.

Капустенко Дмитрий Витальевич – бакалавр кафедры электропривода и автоматизации промышленных установок Комсомольского-на-Амуре государственного университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре); 681013, Хабаровский край, г. Комсомольск-на-Амуре, пр. Ленина, 27. E-mail: kapustenko95@mail.ru.

Mr. Dmitriy V. Kapustenko – bachelor's degree student, Department of Electric drive and automation of industrial plants, Komsomolsk-on-Amur State University (Russia, Komsomolsk-on-Amur); 681013, Khabarovsk territory, Komsomolsk-on-Amur, 27 Lenin str. E-mail: kapustenko95@mail.ru.

Аннотация. В статье решается задача синтеза системы управления взаимосвязанного электропривода вращения двух барабанов по транспортировке материала в виде ленты или нити. Решению этой задачи посвящено немало трудов, однако интерес представляет управление по вектору состояния электропривода как многоканального объекта, так как регулирование по состоянию предполагает высокую точность и качество управления, что должно увеличить быстродействие привода без опасности разрушения перематываемой ленты. Такая задача является вполне актуальной в масштабах производства различных изделий из бумаги, ткани, металла и т. д. В рамках статьи осуществлена попытка соединить метод синтеза системы согласованного управления, рассмотренного И. В. Мирошником в работе [2] и математический аппарат модального управления, причём условием является неприменение локальных систем управления приводами. Предполагается, что система согласованного управления с наличием модальных регуляторов обладает достаточным ресурсом для решения задачи регулирования параметров взаимосвязанного привода.

Summary. The article solves the problem of the synthesis of the control system of an interconnected electric rotation of two drums for the transportation of material in the form of a tape or thread. The solution of this problem is devoted to many works, but of interest is the control by the vector of the state of the electric drive as a multi-channel object, since state control implies high accuracy and quality of control, which should increase the speed of the drive without the danger of destruction of the rewind tape. Such a task is quite relevant to the scale of production of various articles made of paper, fabric, metal, etc. Within the framework of the article, an attempt was made to combine the method of synthesizing the coordinated control system considered by I. V. Miroshnik in [2] and the mathematical apparatus of modal control. Moreover, the condition is the non-use of local drive control systems. It is assumed that the system of coordinated control with the presence of modal regulators has sufficient resources to solve the problem of controlling the parameters of an interconnected drive.

Ключевые слова: согласованное управление, модальный регулятор, взаимосвязанный электропривод.

Key words: coordinated control, modal regulator, interconnected electric drive.

УДК 62-503.51

Введение

В технологических линиях обработка ленточного материала осуществляется комплексами параллельно работающих электроприводов, взаимосвязанных посредством транспортируемого материала. Такие технологические комплексы используются в текстильной, бумагоделательной,

металлургической и химической промышленности, где в качестве транспортируемой ленты применяются продукция с высокой жёсткостью (проволока, металлическая лента и др.), хрупкий или гибкий материал (ткань, бумага, резина и др.).

Как правило, устройства транспортировки содержат барабанные механизмы B_1 и B_2 для намотки или размотки ленты (см. рис. 1). На промежуточной стадии транспортировки ленты располагаются вспомогательные механизмы (ВМ) для обработки (валки, демпферы, накопители и др.), ленты и натяжное устройство (НУ). Для качественной обработки ленты требуется соответствующее натяжение ленты P при транспортировке, что предъявляет требования к электроприводам барабанных механизмов по согласованию перемещения Δy_1 и Δy_2 или линейных скоростей $\dot{\Delta y}_1$ и $\dot{\Delta y}_2$ при намотке и размотке ленты.

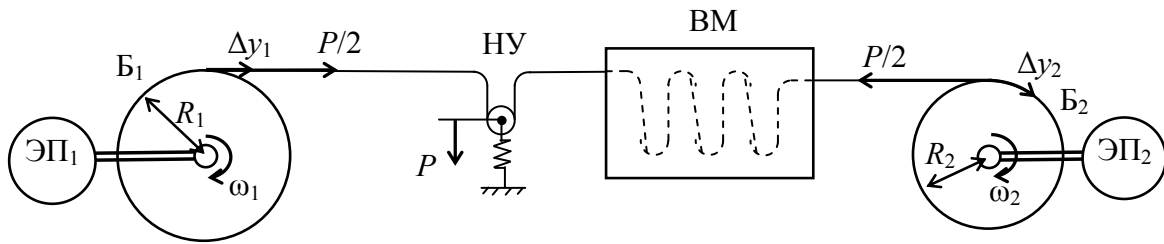


Рис. 1. Устройство транспортировки ленты

Для двухдвигательного барабанного привода характерна неидентичность сепаратных каналов, вызванная различием их инерционных нагрузок. Изменение радиуса рулонов на барабанах приводит к изменению моментов инерции приводов, что приводит к вариациям параметров объекта управления.

В задачу системы согласованного управления устройством транспортировки ленты входит поддержание заданного режима движения ленты и стабилизация требуемого натяжения или удлинения ленты.

Метод синтеза

Пусть имеется многоканальный объект управления с математическим описанием

$$\dot{x} = Ax + Bu; \quad y = Cx,$$

где $A[n \times n]$, $B[n \times m]$, $C[m \times n]$ – системная, входная и выходная матрицы; $x[n \times 1]$, $u[m \times 1]$, $y[m \times 1]$ – векторы состояния, входной вектор (или вектор управления) и выходной вектор (или вектор регулируемых переменных); $n = mn_1$ – порядок многоканального объекта управления; m – количество каналов; n_1 – порядок сепаратного объекта, то есть отдельного канала.

Синтез системы согласованного управления осуществляется на основе метода, предложенного И. В. Мирошником [2], где многоканальная система представлена как объект из двух взаимосвязанных каналов (см. рис. 2): канал относительного движения $e = W_e(p)u_e$ и канал усреднённого движения $\bar{x} = W_{\bar{x}}(p)\bar{u}$.

Основным условием применимости метода Мирошника заключается в квазиоднотипности сепаратных каналов, то есть одинаковость порядков как числителей, так и знаменателей их передаточных функций. В этом случае в матричной передаточной функции многоканального объекта по диагонали порядок числителей будет равен $n-s$, где $s = n_1$ при отсутствии дифференцирующих звеньев в многоканальном объекте и $s < n_1$ – при их наличии.

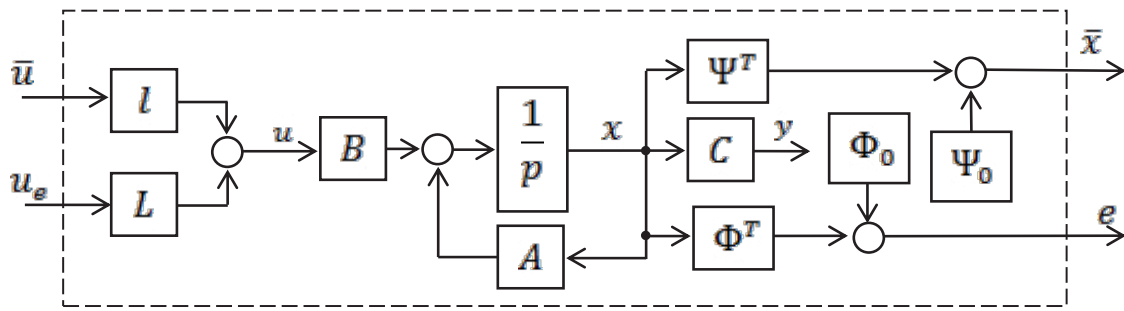


Рис. 2. Объект управления многоканальной системы

Для проверки этого необходимого условия вводится критерий системы квазиоднотипных объектов [2]: для того чтобы многоканальный объект принадлежал к классу систем квазиоднотипных объектов, необходимо и достаточно, чтобы существовало натуральное число s , такое, что

$$CA^{i-1}B = 0, \quad i = 1, \dots, s-1; \quad \det(CA^{s-1}B) \neq 0. \quad (1)$$

Канал относительного движения определяет качество согласованного управления между сепаратными каналами. Обеспечение этого качества определяется функциональными соотношениями регулируемых переменных y

$$\varphi_{y_1}(y) = 0; \dots \varphi_{y_{m-1}}(y) = 0.$$

Если функциональные соотношения представляют собой линейную систему уравнений, то задаются в матричной форме $\Phi_y^T y + \Phi_{y_0} = 0$, где $\Phi_y^T [(m-1) \times m]$ – матрица коэффициентов функциональных соотношений; $\Phi_{y_0} [(m-1) \times 1]$ – вектор свободных членов функциональных соотношений.

В задаче согласованного управления рассматривается вектор относительного движения $\epsilon = [\epsilon_1 \dots \epsilon_{m-1}]^T$, где $\epsilon_j = \varphi_{y_j}(y)$, который характеризует рассогласование в работе многоканального объекта. Система согласованного управления проектируется так, чтобы сигналы рассогласования ϵ_j стремились к нулю.

Для связывания системы согласованного управления с вектором состояния рассматривается расширенный вектор относительного движения $e = [e_1^T \dots e_s^T]^T$, где $e_i = [\epsilon_1^{(i-1)} \dots \epsilon_{m-1}^{(i-1)}]^T$ – $(i-1)$ -ая производная вектора ϵ . В результате функциональные соотношения преобразуются в систему уравнений относительного движения $e = \Phi^T x + \Phi_0$, где $\Phi^T = [\Phi_1^T \dots \Phi_s^T]^T$ – расширенная матрица коэффициентов функциональных соотношений размером $[(m-1)s \times n]$:

$$\Phi_i^T = \Phi_y^T CA^{i-1}, \quad i = 1 \dots s; \quad (2)$$

$\Phi_0 = [\Phi_{y_0}^T \quad 0_{1 \times (m-1)(s-1)}]^T$ – расширенный вектор свободных членов функциональных соотношений размером $[(m-1)s \times 1]$.

Канал усреднённого движения определяет регулируемую переменную многоканального объекта, которая называется усреднённой переменной \bar{y} . Усреднённая переменная характеризует поведение согласованного многоканального объекта и определяется уравнением усреднённого движения, представляющим скалярную функцию $\bar{y} = \psi_y(y)$ или в матричной форме

$\bar{y} = \Psi_y^T y + \psi_{y_0}$, где $\Psi_y^T [1 \times m]$ – вектор коэффициентов уравнения усреднённого движения; $\psi_{y_0} [1 \times 1]$ – свободный член уравнения усреднённого движения.

Аналогично рассматривается система уравнений усреднённого движения $\bar{x} = \Psi^T x + \psi_0$ для привязывания усреднённой переменной \bar{y} к вектору состояния многоканального объекта, где $\bar{x} = [\bar{y} \bar{y}^{(1)} \dots \bar{y}^{(s-1)}]^T$ – вектор усреднённого движения размером $n - (m-1)s$; $\Psi^T = [\Psi_1^T \dots \Psi_{n_1}^T]^T$ – расширенная матрица коэффициентов уравнения усреднённого движения размером $[n - (m-1)s \times n]$:

$$\Psi_i^T = \Psi_y^T C A^{i-1}, \quad i = 1 \dots s, \quad \Psi_i^T = \Phi_y^T C A^{i-1}, \quad i = (s+1) \dots n_1. \quad (3)$$

$\psi_0 = [\psi_{y_0}^T \ 0_1 \times (n - (m-1)s - 1)]^T$ – расширенный вектор свободных членов уравнения усреднённого движения размером $[n - (m-1)s \times 1]$.

В результате преобразования многоканального объекта в двухканальный объект с относительным и усреднённым движением осуществляется переход от вектора состояния x к вектору $[e \ \bar{x}]^T$. Тогда двухканальный объект будет представлен математическим описанием

$$\begin{bmatrix} \dot{e} \\ \dot{\bar{x}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi^T A \Gamma_e \Phi^T A \Gamma_{\bar{x}} \\ \Psi^T A \Gamma_e \Psi^T A \Gamma_{\bar{x}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ \bar{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Phi^T B \\ \Psi^T B \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} \Phi^T A \Gamma_0 \\ \Psi^T A \Gamma_0 \end{bmatrix},$$

где матрицы $\Gamma_e [n \times (m-1)s]$, $\Gamma_{\bar{x}} [n \times n - (m-1)s]$ и $\Gamma_0 [n \times 1]$ отвечают за взаимосвязь между вектором состояния x и вектором $[e \ \bar{x}]^T$

$$x = \begin{bmatrix} \Gamma_e & \Gamma_{\bar{x}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ \bar{x} \end{bmatrix} + \Gamma_0$$

и определяются из выражений

$$\begin{bmatrix} \Gamma_e & \Gamma_{\bar{x}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi^T \\ \Psi^T \end{bmatrix}^{-1}; \quad \Gamma_0 = - \begin{bmatrix} \Phi^T \\ \Psi^T \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Phi_0 \\ \Psi_0 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Для преобразования вектора управляющих воздействий $u = [u_1 \dots u_m]^T$ определяются вектор относительного управления $u_e = [u_{e_1} \dots u_{e_{m-1}}]^T$ и усреднённое управление \bar{u} . Выражение преобразования $u = \begin{bmatrix} L & l \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_e \\ \bar{u} \end{bmatrix} = L u_e + l \bar{u}$, где коэффициенты матрицы $L [m \times (m-1)]$ и вектора $l [m \times 1]$ определяются решением системы уравнений

$$\begin{bmatrix} \Phi_s^T \\ \Psi_s^T \end{bmatrix} B [L \ l] = I_m, \quad (5)$$

где I_m – единичная матрица размером m . Синтез системы согласованного управления представляет собой отдельно синтез регулятора канала относительного движения и отдельно – канала усреднённого движения, но с учётом взаимосвязи. В данной работе произведён синтез модальных регуляторов обоих каналов. Структурная схема системы согласованного управления представлена на рис. 3. Синтез модальных регуляторов произведён в соответствии с методами, приведёнными в работе [1].

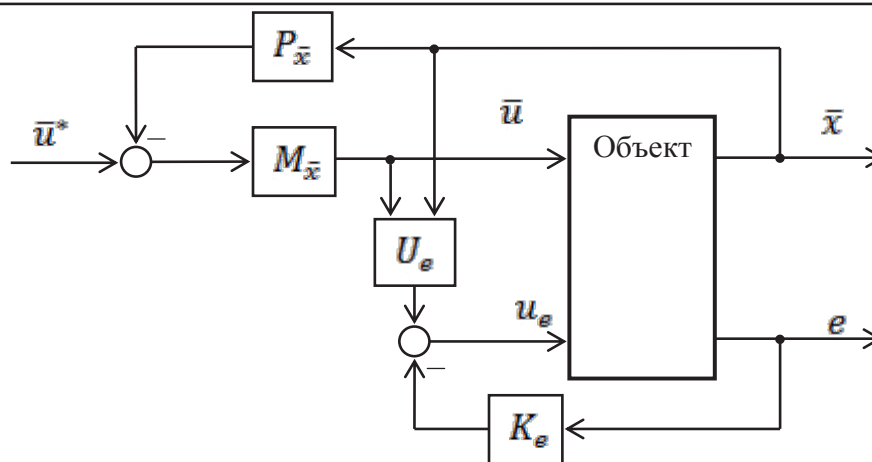


Рис. 3. Структурная схема системы согласованного управления

Канал относительного движения W_e в матричной форме представляется в следующем виде:

$$\dot{e} = A_e e + B_e [(\Phi_s^T BL)^{-1} \Phi_s^T (A\Gamma_{\bar{x}} \bar{x} + A\Gamma_0 + B\bar{u})] + u_e,$$

где системная матрица $A_e[(m-1)s \times (m-1)s]$ и входная матрица $B_e[(m-1)s \times (m-1)]$ канала относительного движения определяются по формулам

$$A_e = \Phi^T A\Gamma_e; \quad B_e = \Phi^T BL. \quad (6)$$

Влияние канала усреднённого движения описывается вектором-функцией, заключённой в квадратные скобки, и называется внутренним возмущением [2]. Модальный регулятор относительного движения $K_e[(m-1) \times (m-1)s]$ имеет вид $u_e = U_e(\bar{x}, \bar{u}) - K_e e$, где $U_e(\bar{x}, \bar{u})$ – вектор-функция размером $[m-1 \times 1]$, реализующая комбинированный алгоритм относительного управления, который обеспечивает полную компенсацию внутреннего возмущения:

$$U_e(\bar{x}, \bar{u}) = -(\Phi_s^T BL)^{-1} \Phi_s^T (A\Gamma_{\bar{x}} \bar{x} + A\Gamma_0 + B\bar{u}). \quad (7)$$

Подставляя комбинированный алгоритм u_e в выражение математического описания канала относительного движения, получим автономное уравнение относительного движения $\dot{e} = (A_e - B_e K_e)e$.

Наличие автономности позволяет обеспечить только полюса требуемой настройки. Тогда коэффициенты модального регулятора относительного движения при настройке, например, на биномиальную форму, определяются исходя из равенства [1]

$$\det(pI_{(m-1)s} - (A_e - B_e K_e)) = (p + \omega_{0e})^{(m-1)s}, \quad (8)$$

где $I_{(m-1)s}$ – единичная матрица размером $(m-1)s$; ω_{0e} – заданный среднегеометрический корень, определяющий быстродействие канала относительного движения.

Канал усреднённого движения $W_{\bar{x}}$ в матричной форме представляется в следующем виде:

$$\dot{\bar{x}} = A_{\bar{x}} \bar{x} + B_{\bar{x}} (\bar{U}_0 + \bar{u}),$$

где \bar{U}_0 – скаляр, который определяется свободными членами функциональных соотношений Φ_{y_0} и уравнения усреднённого движения ψ_{y_0} и рассматривается как внешнее возмущение:

$$\bar{U}_0 = (\psi_{n_1}^T B I)^{-1} \psi_{n_1}^T A \Gamma_0. \quad (9)$$

Системная матрица $A_{\bar{x}} [n - (m - 1)s \times n - (m - 1)s]$ и входная матрица $B_{\bar{x}} [n - (m - 1)s \times 1]$ канала усреднённого движения определяются по формулам

$$A_{\bar{x}} = \psi^T E A \Gamma_{\bar{x}}; B_{\bar{x}} = \psi^T E B I, \quad (10)$$

где $E = I_n - B L (\Phi_s^T B L)^{-1} \Phi_s^T$ – квадратная матрица размером n ; I_n – единичная матрица размера n .

Для расчёта модального регулятора усреднённого движения сначала вычисляются коэффициенты вектора $K_{\bar{x}} [1 \times n - (m - 1)s]$ по аналогии с матрицей K_e :

$$\det(p I_{n-(m-1)s} - (A_{\bar{x}} - B_{\bar{x}} K_{\bar{x}})) = (p + \omega_{0\bar{x}})^{n-(m-1)s}, \quad (11)$$

где $\omega_{0\bar{x}}$ – заданный среднегеометрический корень, определяющий быстродействие канала усреднённого движения; $I_{n-(m-1)s}$ – единичная матрица размером $n - (m - 1)s$.

Регулятор $K_{\bar{x}}$ обеспечивает заданные полюса требуемой настройки. Но для канала усреднённого движения требуется также обеспечение заданных нулей требуемой настройки. Для этого в соответствии с положениями работы [1] необходимо определить требуемый скалярный коэффициент разомкнутого контура регулирования усреднённого движения $M_{\bar{x}}$, который для биномиальной формы будет равен

$$M_{\bar{x}} = \frac{\omega_{0\bar{x}}^{n-(m-1)s}}{N_{\bar{x}}}, \quad (12)$$

где $N_{\bar{x}} = \text{Adj}(C_{\bar{x}} (p I_{n-(m-1)s} - (A_{\bar{x}} - B_{\bar{x}} K_{\bar{x}})) B_{\bar{x}})$ – полином числителя замкнутого контура регулирования усреднённого движения без коэффициента $M_{\bar{x}}$; $C_{\bar{x}} = [1 \ 0_{1 \times (n-(m-1)s-1)}]$ – выходной вектор канала усреднённого движения.

После введения коэффициента $M_{\bar{x}}$ в контур регулирования усреднённого движения (см. рис. 3) в обратной связи контура необходимо заменить регулятор $K_{\bar{x}}$ регулятором [1]

$$P_{\bar{x}} = M_{\bar{x}}^{-1} K_{\bar{x}} \quad (13)$$

Математическое описание двухдвигательного барабанного привода

Динамика двухдвигательного барабанного привода ЭП₁ и ЭП₂ как объекта управления будем описывать в общем виде, характерном как для двигателей постоянного тока, так и для асинхронных двигателей в линеаризованном виде. Учитывая малую электромагнитную инерционность привода по сравнению с механической инерционностью механизмов барабанов, пренебрежём электромагнитной постоянной времени двигателей. Управление осуществляется через сигналы управления преобразователями приводов (широтно-импульсный или тиристорный преобразователь для привода постоянного тока или частотный преобразователь для привода переменного тока). Мощности приводов примем одинаковыми. Таким образом, движение барабанов описывается уравнениями

$$J_1 \dot{\omega}_1 = M_1 - M_{C1}, \quad J_2 \dot{\omega}_2 = M_2 - M_{C2},$$

где $M_1 = \beta(k_n u_1 - \omega_1)$, $M_2 = \beta(k_n u_2 - \omega_2)$ – электромагнитный момент приводов ЭП₁ и ЭП₂; $M_{c1} = P/2 R_1$, $M_{c2} = P/2 R_2$, – статический момент на валу приводов, вызванный силой натяжения $P = c(\Delta y_2 - \Delta y_1)$; k_n , u_1 , u_2 , c – коэффициент и сигналы управления преобразователями приводов, жёсткость натяжного устройства.

Взаимосвязь между приводами барабанов объясняется наличием силой натяжения P в упругой ленте, натянутой между барабанами.

Учитывая, что линейное перемещение ленты определяется как $\Delta \dot{y}_1 = \omega_1 R_1$ и $\Delta \dot{y}_2 = \omega_2 R_2$, получим математическое описание двухдвигательного привода:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & R_1 & 0 & 0 \\ -\frac{cR_1}{2J_1} & -\frac{\beta}{J_1} & \frac{cR_1}{2J_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_2 \\ \frac{cR_2}{2J_2} & 0 & -\frac{cR_2}{2J_2} & -\frac{\beta}{J_2} \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{\beta k_n}{J_1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{\beta k_n}{J_2} \end{bmatrix},$$

где $x = [\Delta y_1 \ \omega_1 \ \Delta y_2 \ \omega_2]^T$ – вектор состояния; $u = [u_1 \ u_2]^T$ – входной вектор. Здесь $m = 2$, $n_1 = 2$ и $n = mn_1 = 4$.

Для устройства транспортировки ленты решение задач управления движением и стабилизации натяжения ленты зависит от качества ленты. Для жёсткой ленты предъявляются требования к согласованию перемещения ленты у барабанов Δy_1 и Δy_2 ; для упругой ленты – линейных скоростей ленты $\Delta \dot{y}_1$ и $\Delta \dot{y}_2$. В обоих случаях имеются свои особенности. Используя метод Мирошника, рассмотрим оба случая в отдельности.

Синтез системы согласованного управления устройством перемещения жёсткой ленты

Выходной вектор определяется как вектор линейных перемещений ленты у барабанов, тогда

$$y = [\Delta y_1 \ \Delta y_2]^T; \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

В соответствии с критерием квазиоднотипных объектов (1) следует, что

$$CB = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad CAB = \begin{bmatrix} \frac{R_1 \beta k_n}{J_1} & 0 \\ 0 & \frac{R_1 \beta k_n}{J_1} \end{bmatrix} \neq 0, \quad \det(CAB) \neq 0,$$

тогда $s = 2$ и, следовательно, $s = n_1$, что означает отсутствие дифференцирующих звеньев в объекте управления.

Функциональное соотношение $c(\Delta y_1 - \Delta y_2) + P_0 = 0$, где P_0 – заданное натяжение ленты, тогда $\Phi_y^T = [c \ -c]$; $\Phi_{y_0} = P_0$.

Расширенная матрица и вектор функциональных соотношений по формулам (2) имеют вид

$$\Phi^T = \begin{bmatrix} c & 0 & -c & 0 \\ 0 & R_1 c & 0 & -R_2 c \end{bmatrix}; \quad \Phi_0 = \begin{bmatrix} P_0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Определим усреднённое движение как перемещение ленты у первого барабана $\bar{y} = \Delta y_1$. Тогда матрицы уравнения усреднённого движения будут иметь вид $\Psi_y^T = [1 \ 0]$; $\Psi_{y_0} = 0$.

Расширенная матрица и вектор уравнения усреднённого движения по формулам (3) имеют вид

$$\Psi^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_1 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \Psi_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Применяя выражения (4), определим матрицы Γ_e , $\Gamma_{\bar{x}}$ и Γ_0 :

$$\Gamma_e = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -\frac{1}{c} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_2 c} \end{bmatrix}, \quad \Gamma_{\bar{x}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_1} \\ 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_2} \end{bmatrix}, \quad \Gamma_0 = \begin{bmatrix} -P_0 c \\ 0 \\ -P_0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Решая систему уравнений (5) $\begin{bmatrix} 0 & R_1 c & 0 & -R_2 c \\ 0 & R_1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{\beta k_n}{J_1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{\beta k_n}{J_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_1 & l_1 \\ L_2 & l_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, получим

значения коэффициентов матрицы L и вектора l :

$$L_1 = 0; \quad L_2 = -\frac{J_2}{R_2 \beta c k_n}; \quad l_1 = \frac{J_1}{R_1 \beta k_n}; \quad l_2 = \frac{J_2}{R_2 \beta k_n}.$$

Математическое описание канала относительного движения по формулам (6)

$$A_e = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{c}{2} \left(\frac{R_1^2}{J_1} + \frac{R_2^2}{J_2} \right) & -\frac{\beta}{J_2} \end{bmatrix}; \quad B_e = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Вектор-функция U_e в соответствии с выражением (7) не зависит от задающего воздействия \bar{u} и определяется следующим выражением:

$$U_e(\bar{x}) = k_{e\bar{x}} \bar{x} + k_{e0} P_0, \quad k_{e\bar{x}} = \begin{bmatrix} 0 & \beta c \left(\frac{1}{J_1} - \frac{1}{J_2} \right) \end{bmatrix}, \quad k_{e0} = \frac{c^2(1-c)(J_2 R_1^2 + J_1 R_2^2)}{2J_1 J_2}.$$

Здесь величина P_0 определяется как сигнал, задающий требуемое натяжение ленты.

Расчёт модального регулятора относительного движения $K_e = [k_{e1} \ k_{e2}]$ осуществляется в соответствии с выражением (8):

$$p^2 + \left(k_{e1} + \frac{\beta}{J_2}\right)p + k_{e1} + \frac{c}{2} \left(\frac{R_1^2}{J_1} + \frac{R_2^2}{J_2}\right) = p^2 + 2\omega_{0e}p + \omega_{0e}^2, \quad k_{e1} = \omega_{0e}^2 - \frac{c}{2} \left(\frac{R_1^2}{J_1} + \frac{R_2^2}{J_2}\right), \quad k_{e2} = 2\omega_{0e} - \frac{\beta}{J_2}.$$

Математическое описание канала усреднённого движения (10) выглядит так:

$$A_{\bar{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{\beta}{J_1} \end{bmatrix}; \quad B_{\bar{x}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Внешнее возмущение канала усреднённого движения определится по формуле (9)

$$\bar{U}_0 = k_{\bar{x}0}P_0, \quad k_{\bar{x}0} = \frac{c(1-c)R_1^2}{2J_1}.$$

Для расчёта модального регулятора усреднённого движения сначала вычисляется $K_{\bar{x}} = [k_{\bar{x}1} \quad k_{\bar{x}2}]$ в соответствии с выражением (11)

$$p^2 + \left(k_{\bar{x}2} + \frac{\beta}{J_1}\right)p + k_{\bar{x}1} = p^2 + 2\omega_{0\bar{x}}p + \omega_{0\bar{x}}^2,$$

$$k_{\bar{x}1} = \omega_{0\bar{x}}^2, \quad k_{\bar{x}2} = 2\omega_{0\bar{x}} - \frac{\beta}{J_1}.$$

Затем вычисляется коэффициент $M_{\bar{x}}$. Для этого определим числитель контура регулирования усреднённого движения: $C_{\bar{x}} \left(\begin{bmatrix} p & 0 \\ 0 & p \end{bmatrix} - (A_{\bar{x}} - B_{\bar{x}}K_{\bar{x}}) \right)^{-1} B_{\bar{x}} = \frac{1}{p^2 + 2\omega_{0\bar{x}}p + \omega_{0\bar{x}}^2}$, где $C_{\bar{x}} = [1 \quad 0]$.

Очевидно, что $N_{\bar{x}} = 1$, тогда по формуле (12) коэффициент разомкнутого контура регулирования усреднённого движения $M_{\bar{x}} = \omega_{0\bar{x}}^2$.

При расположении коэффициента $M_{\bar{x}}$ в контур модальный регулятор в цепи обратной связи контура по формуле (13) имеет вид $P_{\bar{x}} = \left[1 \quad \frac{2}{\omega_{0\bar{x}}} - \frac{\beta}{J_1\omega_{0\bar{x}}^2} \right]$.

Регулируемым параметром контура усреднённого движения является линейное перемещение ленты разматывающего барабана Δy_1 , который также является регулируемым параметром всей системы согласованного управления. Линейное перемещение ленты наматывающего барабана Δy_2 регулируется за счёт работы контура относительного движения, который минимизирует рассогласование между линейными перемещениями ленты обоих барабанов, то есть $\epsilon_1 = \Delta y_1 - \Delta y_2 \rightarrow \min$. Получается, что мы задаём закон управления для разматывающего барабана (ведущий привод), а работа наматывающего барабана (ведомый привод) согласуется с работой разматывающего барабана, стремясь уменьшить величину ϵ_1 .

Ступенчатое воздействие на входе контура усреднённого движения задаёт длину ленты, которую необходимо переместить. Для того чтобы регулировать скорость перемещения, необходимо на входе контура усреднённого движения использовать интегрирующее звено. В результате образуется система согласованного управления двухдвигательным приводом с задающими воздействиями по скорости перемещения ленты \dot{y}^* и по силе натяжения ленты P_0 .

Модель системы согласованного управления устройства перемещения жёсткой ленты, набранная в среде Simulink, представлена на рис. 4. Моделирование осуществлялось при различных соотношениях параметров быстродействия $\omega_{0\bar{x}}$ и ω_{0e} . Рекомендуемым соотношением является небольшое превышение быстродействия контура относительного движения по сравнению с быстродействием контура усреднённого движения $\omega_{0e} = (2 \div 4)\omega_{0\bar{x}}$.

За счёт повышенного быстродействия контура относительного движения натяжение ленты осуществляется раньше, чем закончатся переходные процессы привода. При более высоком относительном быстродействии возникают резкие всплески в линейной скорости ведомого привода, что ухудшает качество управления. Результаты моделирования представлены на рис. 5.

Синтез системы согласованного управления устройством перемещения упругой ленты
 Выходной вектор определяется как вектор линейных скоростей ленты

$$y = [\Delta\dot{y}_1 \quad \Delta\dot{y}_2]^T; C = \begin{bmatrix} 0 & R_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_2 \end{bmatrix}.$$

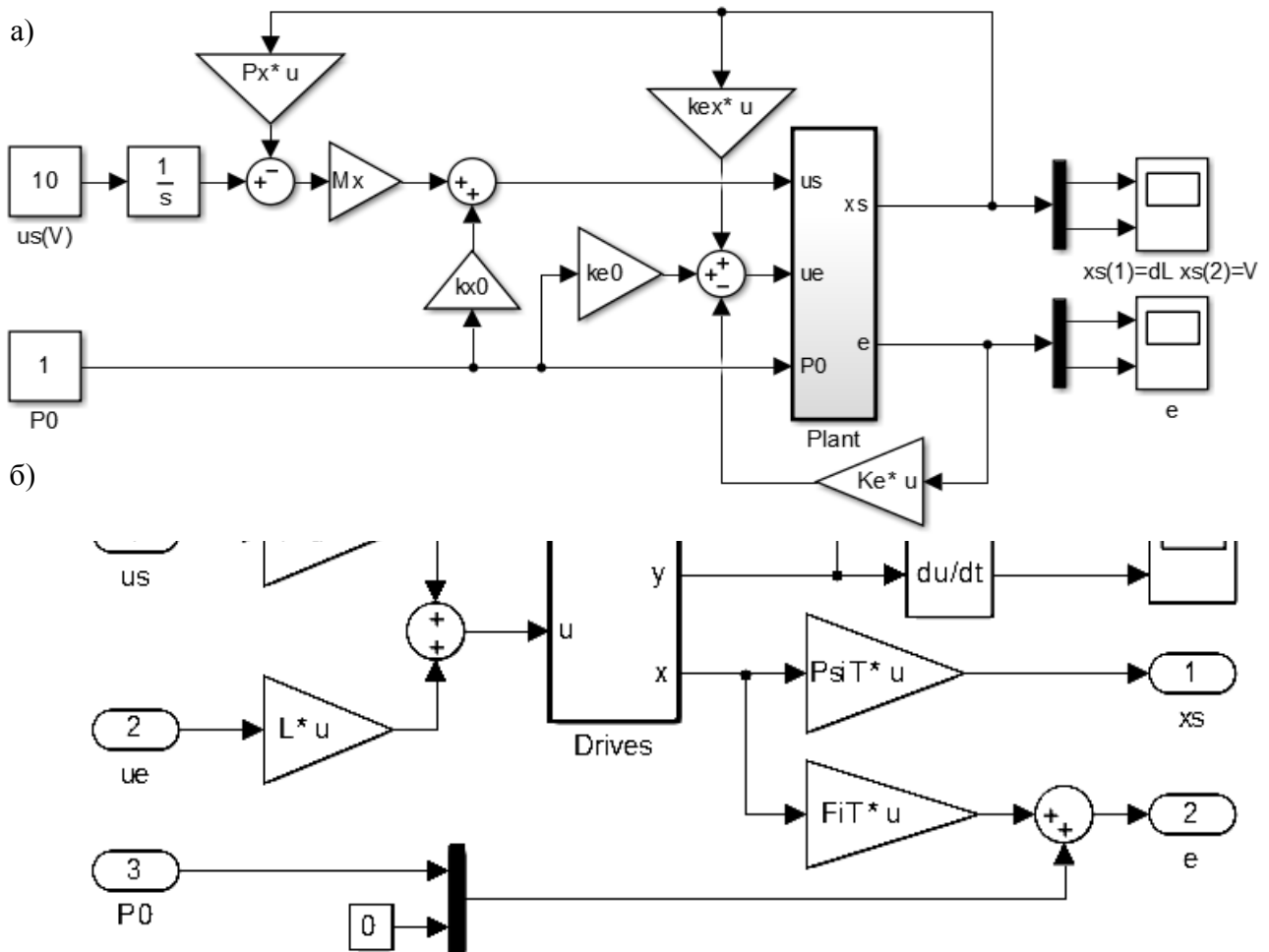


Рис. 4. Математическая модель устройства перемещения жёсткой ленты:
 а – системы согласованного управления; б – объекта управления

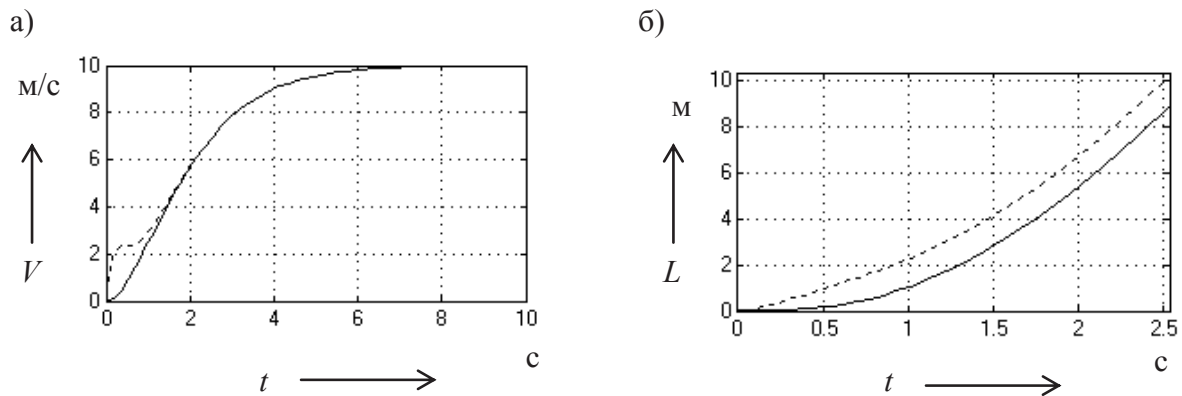


Рис. 5. Результаты моделирования устройства перемещения жёсткой ленты (сплошная линия – кривые ведущего привода, пунктирная линия – кривые ведомого привода): а – линейная скорость ленты; б – линейное перемещение ленты

Проверка критерия квазиоднотипных объектов (1):

$$CB = \begin{bmatrix} \frac{R_1 \beta k_n}{J_1} & 0 \\ 0 & \frac{R_1 \beta k_n}{J_1} \end{bmatrix} \neq 0, \det(CB) \neq 0,$$

следовательно, $s = 1$, то есть $s < n_1$. Это означает, что в объекте управления присутствуют дифференцирующие звенья. Функциональное соотношение $\delta \Delta \dot{y}_1 - \Delta \dot{y} = 0$; $\delta = 1 + \frac{\Delta L_n}{L_n}$, где $\Delta L_n = \frac{P_0}{c_n}$ – удлинение участка ленты длиной L_n и жёсткостью c_n . Тогда $\Phi_y^T = [\delta - 1]$; $\Phi_{y_0} = 0$.

Расширенная матрица и вектор функциональных соотношений по формулам (2) имеют вид

$$\Phi^T = [0 \quad R_1 \delta \quad 0 \quad -R_2]; \Phi_0 = 0.$$

Уравнение усреднённого движения задаётся так же, как в приводе с жёсткой лентой. Расширенная матрица и вектор уравнения усреднённого движения по формулам (3) имеют вид

$$\Psi^T = \begin{bmatrix} 0 & R_1 & 0 & 0 \\ -\frac{c}{2} \left(\frac{R_2^2}{J_2} + \frac{R_1^2 \delta}{J_1} \right) & -\frac{R_1 \delta \beta}{J_1} & \frac{c}{2} \left(\frac{R_2^2}{J_2} + \frac{R_1^2 \delta}{J_1} \right) & \frac{R_2 \beta}{J_2} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \Psi_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Последняя строка $\Psi_3 = [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$ задаётся произвольно исходя из условия $\begin{bmatrix} \Phi^T \\ \Psi^T \end{bmatrix} \neq 0$.

При этом следует обратить внимание, что расширенный вектор относительного движения становится скалярной величиной $e = \epsilon$, а вектор усреднённого движения \bar{x} имеет размер $[3 \times 1]$, то есть $\bar{x} = [\bar{y} \quad \dot{\bar{y}} \quad \ddot{\bar{y}}]$.

По формулам (4) аналогично вычисляются матрицы Γ_e и $\Gamma_{\bar{x}}$. Матрица $\Gamma_0 = 0$.

Решая систему уравнений (5), определим матрицу L и вектор l :

$$L_1 = 0; L_2 = -\frac{J_2}{R_2\beta k_{\Pi}}; l_1 = \frac{J_1}{R_1\beta k_{\Pi}}; l_2 = \frac{J_2\delta}{R_2\beta k_{\Pi}}.$$

Проводя аналогичные вычисления, получим следующие параметры системы согласованного управления: $k_{e\bar{x}} = [0 \quad -1 \quad 0]$, $U_e(\bar{x}) = k_{e\bar{x}}\bar{x}$; $\bar{U}_0 = 0$; $k_e = \omega_{0e}$; $M_{\bar{x}}(p) = \frac{\omega_{0\bar{x}}^2}{p}$;

$$k_{\bar{x}1}(p) = 2\omega_{0\bar{x}} - \frac{\beta}{J_1R_2^2 + J_2R_1^2\delta} \left(R_2^2 + R_1^2\delta + \frac{2\delta(J_1 - J_2)}{c(\delta - 1)} \omega_{0\bar{x}}^2 \right); \quad k_{\bar{x}2} = \frac{J_2}{J_1R_2^2 + J_2R_1^2\delta} \left(R_1^2 + \frac{2J_1}{c(\delta - 1)} \omega_{0\bar{x}}^2 \right);$$

$$k_{\bar{x}3} = 0.$$

Коэффициент $M_{\bar{x}}$ является интегрирующим звеном, при размещении которого в контур регулирования усреднённого движения возникают дополнительные дифференцирующие звенья в цепи обратной связи контура, что снижает помехозащищённость контура. Поэтому коэффициент $M_{\bar{x}}$ располагаем вне контура, а в цепи обратной связи оставляем регулятор $K_{\bar{x}}$.

Модель системы согласованного управления для перемещения упругой ленты представлена на рис. 6, а результаты моделирования, с тем же требованием по быстродействию, представлены на рис. 7.

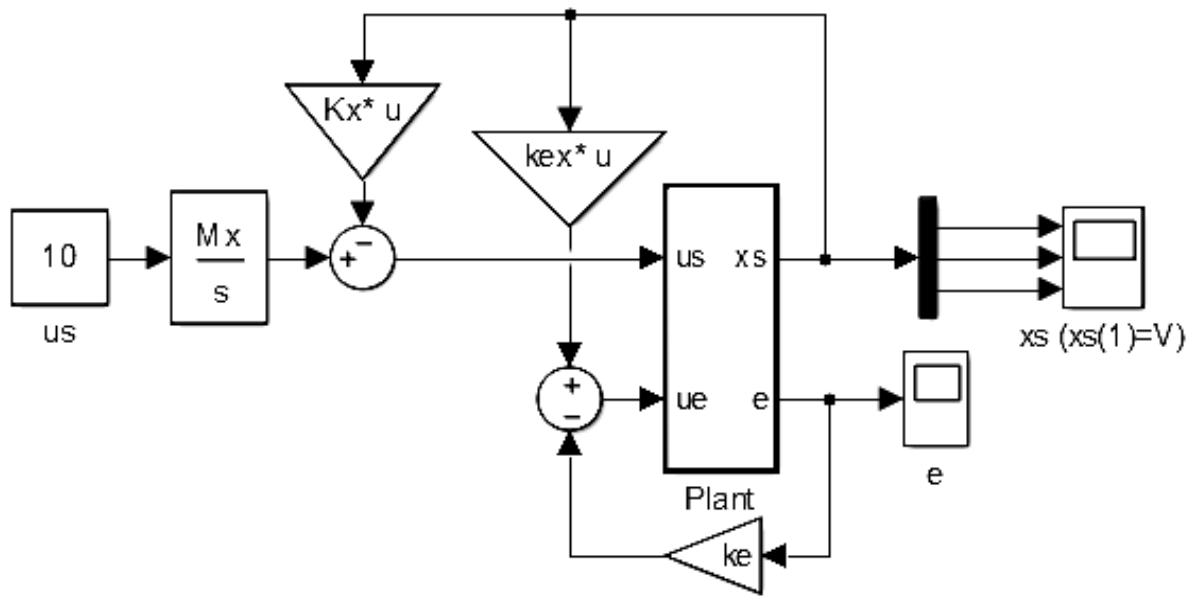


Рис. 6. Математическая модель системы согласованного управления устройством перемещения упругой ленты

Требуемое значение силы натяжения P_0 задаётся неявно через параметр удлинения ΔL_n относительно некоторого участка ленты L_n и отражается в параметре функционального соотношения δ .

Таким образом, сила натяжения определяется не как внешнее воздействие, а параметрически, то есть через параметры системы согласованного управления.

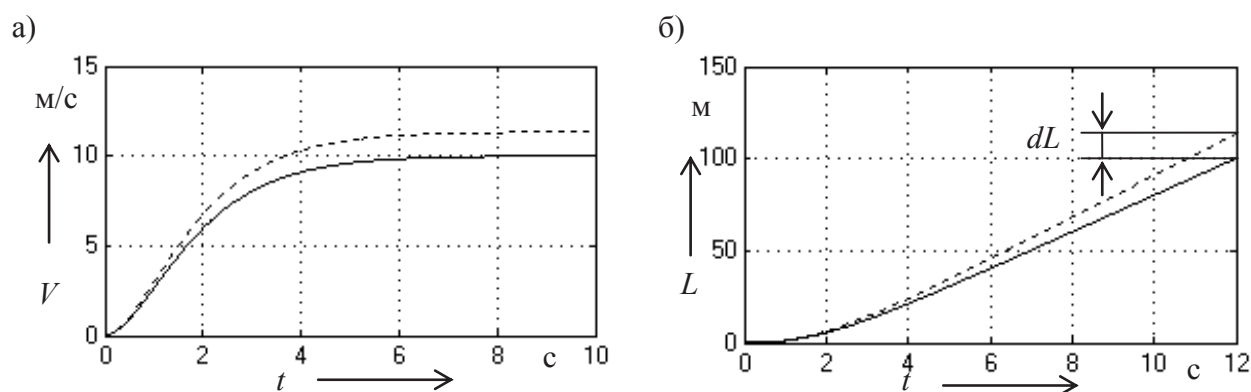


Рис. 7. Результаты моделирования устройства перемещения упругой ленты (сплошная линия – кривые ведущего привода, пунктирная – кривые ведомого привода):
а – линейная скорость ленты; б – линейное перемещение ленты

На графиках переходных процессов видно, что поддерживается необходимое рассогласование скоростей, при которых обеспечивается требуемое удлинение ленты dL : параметр δ определен таким образом, что при отмотке 100 м ленты удлинение составит 13,33 м.

Выводы

Совместное использование метода синтеза систем согласованного управления [2] и метода синтеза модальных регуляторов [1] показало удовлетворительный результат по качеству регулирования. Рассмотренный подход не требует сложных вычислений, нет необходимости использовать локальные системы управления приводами в отдельных каналах. Однако присутствуют сопутствующие проблемы, свойственные приводам барабанных механизмов, а именно задача идентификации моментов инерции приводов, которая не рассматривалась в данной статье.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кузовков, Н. Т. Модальное управление и наблюдающие устройства / Н. Т. Кузовков. – М.: Машиностроение, 1976. – 184 с.
2. Мирошник, И. В. Согласованное управление многоканальными системами / И. В. Мирошник. – Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1990. – 128 с.