

**Граков С. А., Бохан В. В., Бобров С. П., Зубарев А. В.**  
**S. A. Grakov, V. V. Bokhan, S. P. Bobrov, A. V. Zubarev**

## **ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ КОНСТРУИРОВАНИЯ И РАСЧЁТА КОМПЕНСИРУЮЩИХ ПОЛУЖЁСТКИХ МЕМБРАННЫХ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ МУФТ**

### **BASIC PRINCIPLES OF DESIGN AND CALCULATION OF COMPENSATING SEMI-RIGID MEMBRANE METAL COUPLINGS**

**Граков Сергей Александрович** – научный сотрудник ФГУП «ФНПЦ “Прогресс”» (Россия, Омск); 644018, Россия, г. Омск, 5-Кордная ул., д. 4. E-mail: grakov\_sa@progress-omsk.ru.

**Mr. Sergey A. Grakov** – researcher, FSUE «FRPC “Progress”» (Russia, Omsk); 644018, Russia, Omsk, 5-Kordnaya str., 4. E-mail: grakov\_sa@progress-omsk.ru.

**Бохан Владимир Викторович** – кандидат технических наук, научный сотрудник ФГУП «ФНПЦ “Прогресс”» (Россия, Омск); 644018, Россия, г. Омск, 5-Кордная ул., д. 4. E-mail: bohan\_vv@progress-omsk.ru.

**Mr. Vladimir V. Bokhan** – PhD in Technical Sciences, Researcher, FSUE «FRPC “Progress”» (Russia, Omsk); 644018, Russia, Omsk, 5-Kordnaya str., 4. E-mail: bohan\_vv@progress-omsk.ru.

**Бобров Сергей Петрович** – кандидат технических наук, первый заместитель генерального директора – директор института ФГУП «ФНПЦ “Прогресс”» (Россия, Омск); 644018, Россия, г. Омск, 5-Кордная ул., д. 4. E-mail: info@progress-omsk.ru.

**Mr. Sergey P. Bobrov** – PhD in Technical Sciences, First Deputy Director General, Director of the Institute, FSUE «FRPC “Progress”» (Russia, Omsk); 644018, Russia, Omsk, 5-Kordnaya str., 4. E-mail: info@progress-omsk.ru.

**Зубарев Александр Викторович** – кандидат технических наук, генеральный директор ФГУП «ФНПЦ “Прогресс”» (Россия, Омск); 644018, Россия, г. Омск, 5-Кордная ул., д. 4. E-mail: info@progress-omsk.ru.

**Mr. Aleksandr V. Zubarev** – PhD in Technical Sciences, General Director, FSUE «FRPC “Progress”» (Russia, Omsk); 644018, Omsk, 5-Kordnaya str., 4. E-mail: info@progress-omsk.ru.

**Аннотация.** Приведены основные характеристики компенсирующих полужёстких металлических мембранных муфт, нашедших обширное применение в современной технике. Перечислены их преимущества. Описано напряжённо-деформированное состояние. Показан расчёт прочности упругого элемента. Цель работы – создание алгоритма действий, позволяющего реализовать в конструкции муфты заданные жёсткостные, прочностные и ресурсные характеристики. Показана перспектива использования метода конечных элементов для определения их напряжённо-деформированного состояния, жёсткости и устойчивости с целью уточнения полученных в предварительном расчёте параметров конструкции.

**Summary.** The main characteristics of compensating semi-rigid metal membrane couplings, which have found extensive use in modern technology, are presented. The authors list their benefits. The stress-strain state is described. The calculation shows the strength of the elastic element. The purpose of the work is the creation of an algorithm of actions that allows to implement specified stiffness, strength and resource characteristics in the design of the coupling. The prospect of using the finite element method to determine their stress-strain state, rigidity and stability with the aim of clarifying the design parameters obtained in the preliminary calculation is shown.

**Ключевые слова:** мембранная муфта, циклическая прочность, устойчивость, метод конечных элементов.

**Key words:** membrane coupling, cyclic strength, stability, finite element method.

УДК 621.825.5

#### **Введение**

В данной работе рассмотрены напряжённо-деформированное состояние, основные характеристики и особенности работы полужёсткой мембранной муфты, предназначенной для компенсации угловых, осевых и радиальных смещений осей валов при передаче крутящего момента. Полу-

жёсткие мембранные муфты применяются в различных отраслях промышленности. Они используются в системах газотурбинных [1; 2], дизельных и электрических двигателях [3]. В работе [4] и нормативных документах [5; 6] рассматриваются некоторые вопросы создания и использования данного типа муфт. Отечественные исследования в основном были направлены на изучение пластинчатых муфт [7; 8].

Мембранная муфта должна обладать достаточной гибкостью для компенсации возникающих на практике эксцентриситетов соединяемых валов и отклонений их осей от общей осевой линии вала при достаточной циклической прочности и усталостной долговечности. Причины возникновения переменных и постоянных смещений валов могут быть различными:

- деформации, вызванные градиентом (перепадом) температур, например нагрев ротора турбины при работе и последующее охлаждение при прекращении работы;
- деформации корпуса судна при качке и волнении, воздействующие на валолинию;
- переходные режимы – пуск и остановка движительных систем транспортных средств;
- ударные воздействия, воспринимаемые муфтой, например, в случае удара винта о лёд в условиях Арктики;
- компенсация монтажных допусков.

Преимущества мембранных муфт в сравнении с другими типами, такими как зубчатые муфты, муфты со змеевидной пружиной или эластомерными элементами: простота конструкции, монтажа и обслуживания, коррозионная стойкость, отсутствие смазки и трения, малый вес, передача высоких крутящих моментов, широкий диапазон рабочих температур ( $-100...+300$  °С). Полужёсткие муфты, в отличие от жёстких, не передают через себя вибрацию от одного вала на другой, снижают нагрузку на подшипники.

Муфты данного типа являются высоконагруженными ответственными изделиями: при их работе возникает сложное напряжённо-деформированное состояние, поэтому они требуют строгого расчёта. Метод конечных элементов позволяет качественно и в короткие сроки определить их жёсткостные характеристики и провести необходимые расчёты на прочность.

#### **Описание конструкции полужёсткой мембранной муфты**

Основа конструкции полужёсткой мембранной муфты – это упругий элемент, выполненный в виде относительно тонкой гибкой пластины (мембраны), как правило, металлической, но возможно применение и композитных материалов. Упругий мембранный элемент состоит из трёх основных конструктивных элементов: обода, ступицы и полотна мембраны (см. рис. 1). Толщина обода и ступицы больше толщины полотна мембраны, что обеспечивает снижение напряжений смятия в болтовом соединении.

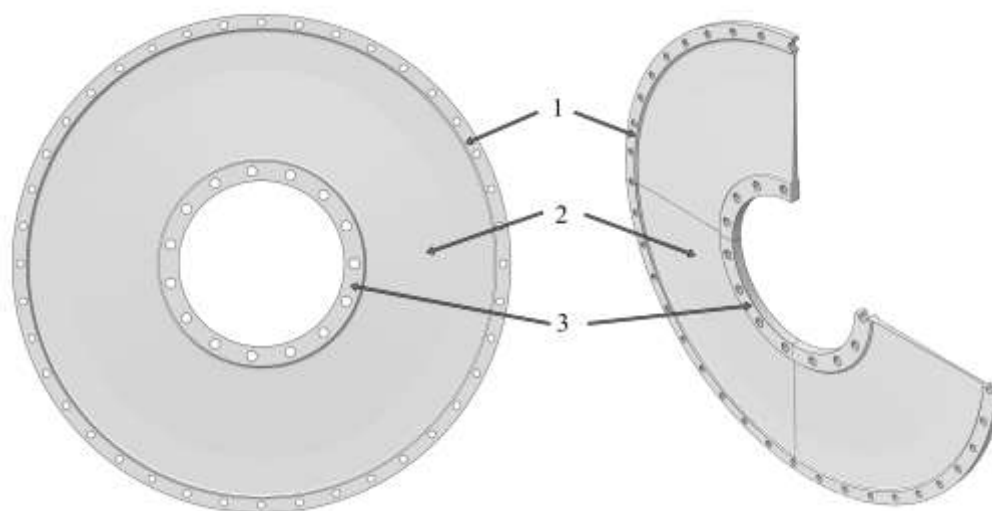


Рис. 1. Мембранный упругий элемент: 1 – обод, 2 – полотно мембраны, 3 – ступица

Мембранный упругий элемент может иметь следующие исполнения: постоянного сечения (см. рис. 2, а), переменного (см. рис. 2, б), а также изогнутой (волнистой) формы (см. рис. 2, в). Применяются пакеты из нескольких упругих элементов (см. рис. 2, г). Количество упругих элементов в пакете может достигать до нескольких десятков при толщине одного элемента менее 1 мм. Из технологических и экономических соображений мембранный упругий элемент может изготавливаться из стандартного листа проката, при этом имея одну толщину обода, ступицы и полотна мембраны (см. рис. 2, г). Для предотвращения возникновения фреттинг-коррозии между элементами пакета устанавливаются проставки. Важными для упругих мембранных элементов с любым сечением являются скругления по внутреннему и внешнему радиусу полотна мембраны, которые задают плавный переход от обода и ступицы к рабочей упругой зоне мембраны. Это позволяет снизить влияние концентраторов напряжений.

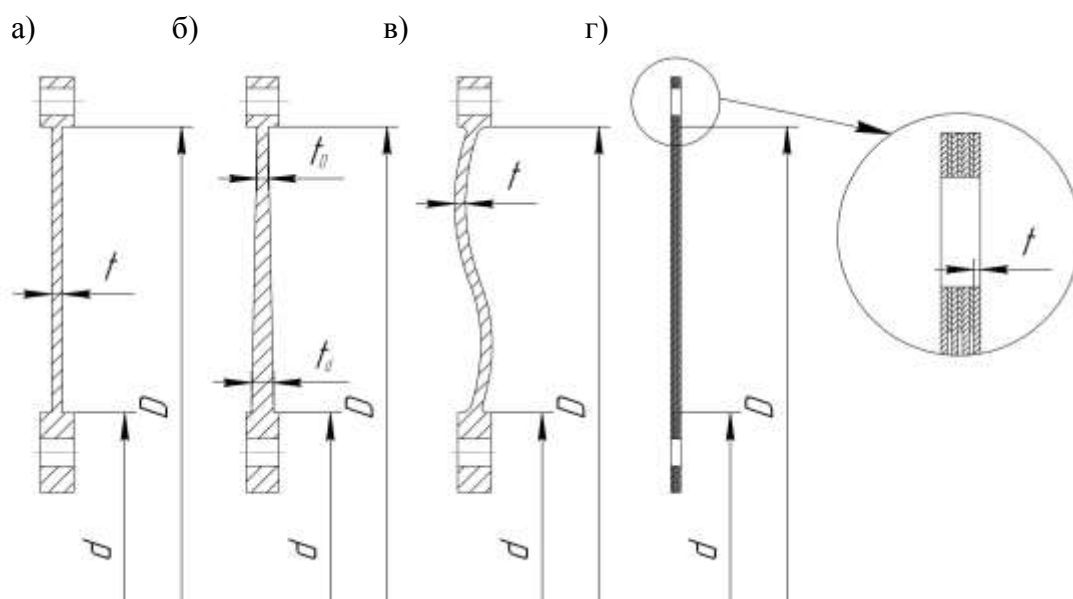


Рис. 2. Мембранный упругий элемент: а – постоянного сечения; б – переменного сечения; в – изогнутой формы; г – пакет из упругих элементов с проставками

Конструкция компенсирующей муфты может содержать несколько упругих элементов, расположенных последовательно. При использовании одного упругого мембранного элемента компенсируются угловые и осевые смещения осей соединяемых валов. Широкое применение получила схема, приведённая на рис. 3. Использование двух упругих мембранных элементов и промежуточного вала позволяет, помимо осевых и угловых, компенсировать также радиальные (перпендикулярно основной валовой линии) смещения осей валов. Для таких муфт характерен более широкий диапазон допускаемых смещений.

#### Используемые материалы

Мембранный упругий элемент при рабочих режимах помимо постоянного крутящего момента также воспринимает циклические переменные нагрузки, как периодические, так и случайные. В связи с этим материал мембран должен обладать высоким пределом выносливости и иметь значение не менее 300 МПа.

В качестве материала промежуточного вала возможно использование наряду со сталью также и титана. Различие в модуле сдвига (для стали  $\approx 80$  ГПа, для титана  $\approx 40$  ГПа) в свою очередь позволяет варьировать крутильную жёсткость промежуточного вала. Перспективным является применение композитов. В целом уход от стали к материалу с низким удельным весом позволяет регулировать резонансные частоты муфты, а также сохранить соответствующий запас прочности (мощности).

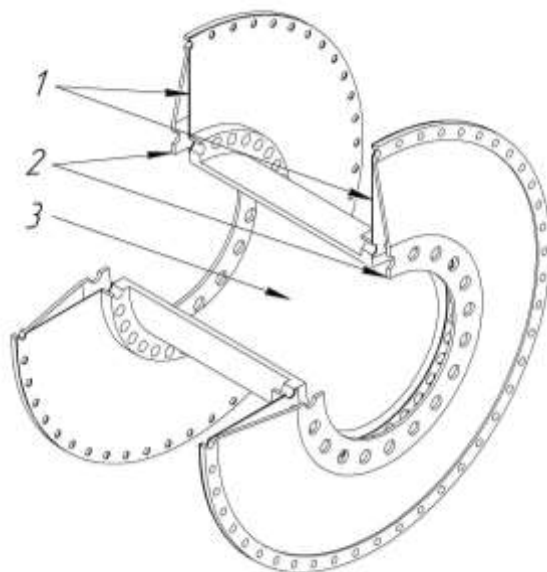


Рис. 3. Комбинация двух мембранных упругих элементов и промежуточного вала:  
1 – упругий мембранный элемент; 2 – переходные фланцы; 3 – промежуточный вал

### Напряжённо-деформированное состояние упругого мембранного элемента

При создании мембранного упругого элемента требуется учесть множество противоречивых требований. В каждом конкретном случае упругий элемент проектируется исходя из основных рабочих режимов: длительности воздействия и величины передаваемого крутящего момента, частоты вращения, допускаемых осевых, угловых и радиальных смещений. На основе исходных данных (требований заказчика) необходимо заложить такой запас циклической прочности, чтобы упругий элемент был способен выдержать при работе заданное количество циклов нагружения в течение всего срока службы и в то же время обладал требуемыми жёсткостными характеристиками. Соответственно, готовое изделие является компромиссом между прочностью (несущей способностью) и жёсткостью (гибкостью). Использование метода конечных элементов позволяет оценить напряжённо-деформированное состояние, жёсткость и устойчивость элементов упругой муфты.

Алгоритм расчёта мембранной муфты можно представить в следующем виде:

- определение напряжений и жёсткостей при требуемых нагрузках и деформациях;
- расчёт на устойчивость мембранного упругого элемента;
- определение циклической прочности.

### Напряжённо-деформированное состояние при передаче крутящего момента

Основная задача полужёсткой мембранной муфты – надёжная передача крутящего момента. В сечении упругого мембранного элемента с цилиндрической поверхностью радиуса  $r_i$  при приложении крутящего момента  $M$  возникает сила сдвига  $N$  (тангенциальная), которую можно представить в виде

$$N = \frac{M}{r_i},$$

где  $M$  – крутящий момент;  $r_i$  – радиус.

Касательные (тангенциальные) напряжения, возникающие в мембранном упругом элементе, при передаче крутящего момента вычисляются по формуле [9]

$$\tau = \frac{M}{F \cdot r_i},$$

где  $M$  – крутящий момент;  $F = 2 \cdot \pi \cdot r_i \cdot t_i$  – площадь поперечного сечения на радиусе  $r_i$ , здесь  $t_i$  – толщина упругого элемента на радиусе  $r_i$ .

Распределение полей напряжений в мембранном упругом элементе при приложении крутящего момента, полученное с помощью метода конечных элементов, представлено на рис. 4, а.

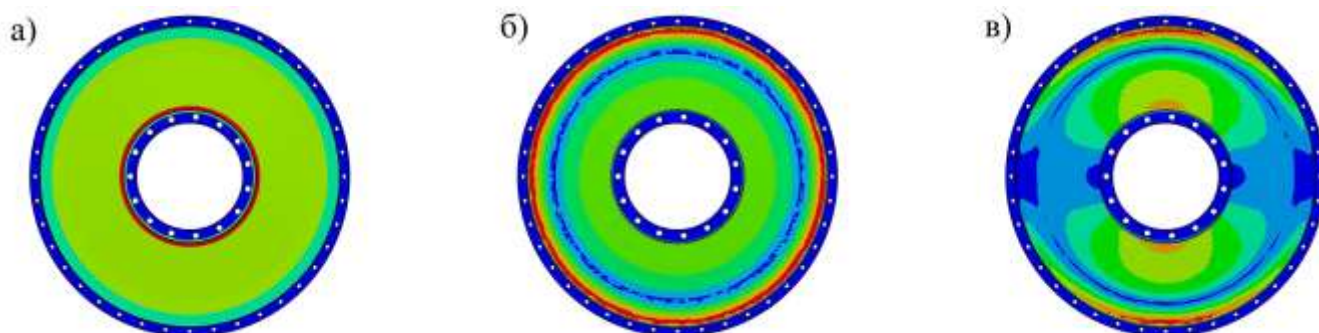


Рис. 4. Эквивалентное напряжение в мембранном упругом элементе при действии: а – крутящего момента; б – осевого смещения; в – углового смещения

При проектировании высокоэффективных изделий машиностроения используется условие равнопрочности [1]. Варьируя толщину мембраны  $t_i$  по радиусу  $r_i$  (см. рис. 2, б), мы можем добиться равного сопротивления упругого элемента крутящему моменту. Использование гиперболического профиля ( $\tau_i \sim 1/r_i^2$ ) мембранного элемента обеспечивает постоянное значение касательных напряжений ( $\tau = \text{const}$ ) по всему полотну мембраны.

#### Напряжённо-деформированное состояние при осевых смещениях

В упругом элементе мембраны при осевом смещении валов возникает изгиб. Деформированное сечение принимает вид «купола» (см. рис. 5, б). Максимальные напряжения при этом возникают на внутреннем диаметре. Жёсткость при осевых смещениях мембранного полотна постоянной толщины  $t$  можно вычислить по формуле [10]

$$c_a = \frac{E \cdot t^3}{k \cdot D^2},$$

где  $E$  – модуль упругости;  $t$  – толщина полотна мембраны;  $k$  – коэффициент, зависящий от значения  $\frac{D}{d}$ ;  $D$  – максимальный диаметр полотна мембраны [10].

Осевая собственная частота муфты с промежуточным валом определяется его массой и осевой жёсткостью мембран, на которых закреплён вал, и вычисляется по формуле

$$\omega = \sqrt{\frac{c}{m}},$$

где  $c$  – суммарная жёсткость мембранных упругих элементов;  $m$  – масса промежуточного вала.

Значение осевой собственной частоты не должно быть в пределах  $\pm 10\%$  от номинальной частоты вращения вала.

Распределение полей напряжений в мембранном упругом элементе при приложении осевого смещения, полученное с помощью метода конечных элементов, представлено на рис. 4, б.

#### Напряжённо-деформированное состояние при угловых смещениях

Форма деформации мембраны, возникающая при угловом смещении валов, показана на рис. 5, в. Жёсткость мембранного элемента постоянной толщины  $t$  при данном виде смещений вычисляется согласно формуле [11]

$$c_f = B \cdot 2\pi \cdot \frac{m^2 + 1}{(m^2 + 1) \cdot \ln m - m^2 + 1},$$

где  $B = \frac{E \cdot t^3}{12 \cdot (1 - \mu^2)}$  – цилиндрическая изгибная жёсткость пластины, здесь  $\mu$  – коэффициент Пуассона;  $m = \frac{D}{d}$ ,  $D$  и  $d$  – соответственно максимальный и минимальный радиусы полотна мембраны (радиусы скруглений у обода и ступицы при этом не учитываются).

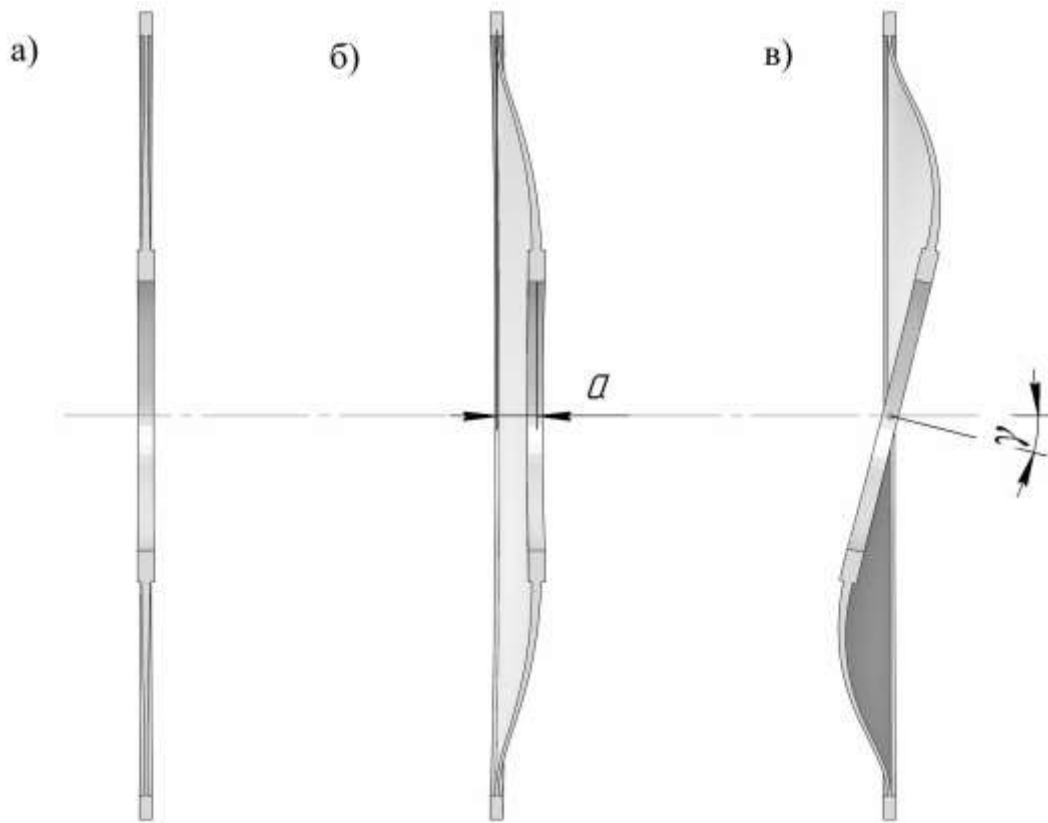


Рис. 5. Упругий мембранный элемент: а – в исходном недеформированном состоянии; б – при осевом смещении; в – при угловом смещении

Распределение полей напряжений в мембранном упругом элементе при приложении углового смещения, полученное с помощью метода конечных элементов, представлено на рис. 4, в.

Также в упругом элементе возникают:

- напряжения от центробежных сил (при частоте вращения более 1000 об/мин их необходимо учитывать);
- напряжения от температурного расширения;
- напряжения от переменной (циклической) составляющей крутящего момента, обусловленной крутильными колебаниями валопровода.

Толщиной, профилем продольного сечения и отношением внешнего диаметра ( $D$ ) к внутреннему ( $d$ ) полотна мембранного элемента при конструировании задаются осевая и угловая жёсткости. Внешний и внутренний диаметры применяются исходя из диапазона  $D/d = 1,5 \dots 3$ . Чем меньше  $D/d$ , тем меньше гибкость и больше способность передавать крутящий момент. Угловая жёсткость выше при малых значениях  $D/d$  и у элементов с переменным сечением. Осевая жёсткость зависит от формы продольного сечения упругого элемента, и при постоянной толщине она обратно пропорциональна кубу толщины мембраны.

#### **Устойчивость мембранного упругого элемента**

При наибольшем диаметре и малой толщине полотна мембранного элемента достигается наибольшая гибкость. Однако при этом возможна потеря устойчивости, что может произойти, например, при превышении проектной нагрузки. Метод конечных элементов позволяет наиболее

точно провести расчёт напряжённо-деформированного состояния мембранной муфты, особенно при сложной геометрии упругого элемента (см. рис. 2, б, в), в том числе и определить устойчивость полотна мембраны (см. рис. 6 и 7).

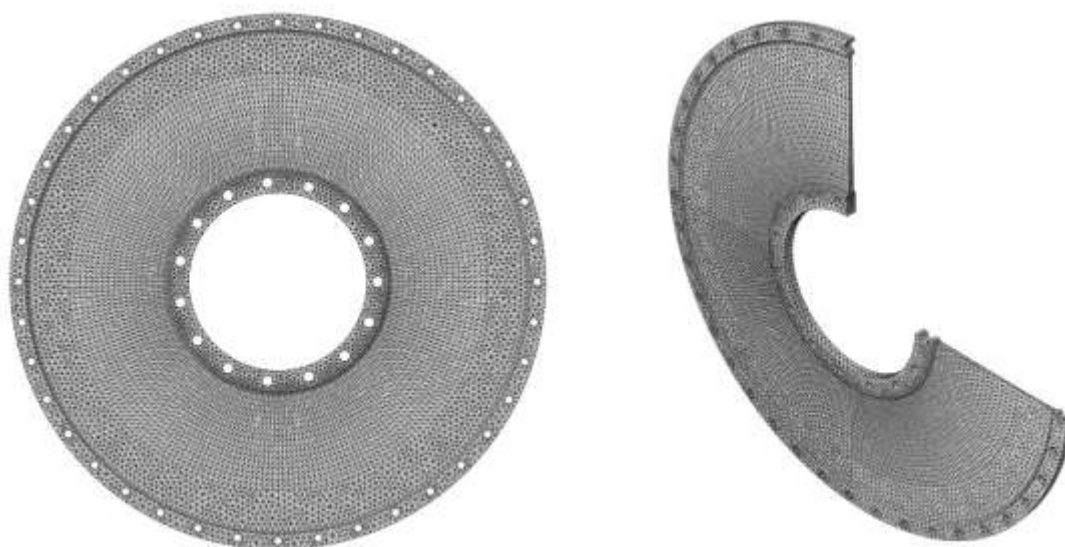


Рис. 6. Конечно-элементная модель мембранного упругого элемента

**Прочность упругого мембранного элемента муфты при переменных нагрузках (циклическая прочность).**

При работе мембранного упругого элемента возникает сложное напряжённо-деформированное состояние как сочетание постоянных  $\sigma_m$  и переменных  $\sigma_a$  составляющих напряжений [12], перечисленных выше. В общем случае при комбинации смещений осей валов и передачи крутящего момента в упругом элементе возникает асимметричный цикл нагружения (см. рис. 8):

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}; \sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2},$$

где  $\sigma_m$  – среднее напряжение цикла;  $\sigma_a$  – амплитуда напряжения цикла;  $\sigma_{\max}$  – максимальное напряжение цикла;  $\sigma_{\min}$  – минимальное напряжение цикла.

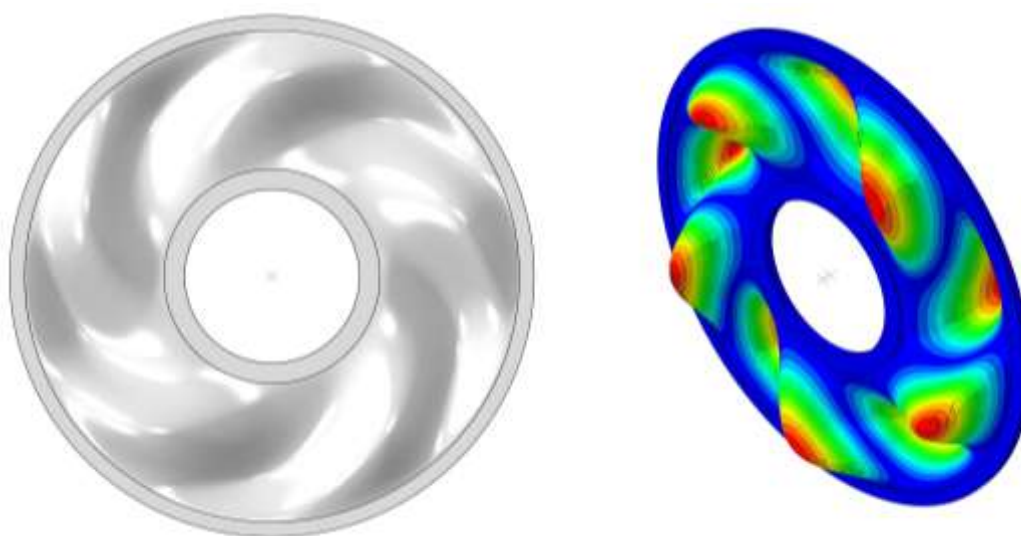


Рис. 7. Потеря устойчивости мембранного упругого элемента при приложении крутящего момента

Постоянная составляющая напряжений  $\sigma_m$  складывается из следующих компонентов: касательных напряжений от среднего передаваемого крутящего момента  $\tau$ , напряжений от осевых деформаций  $\sigma_{axial}$ , напряжений от температурного расширения  $\sigma_{temp}$ , напряжений от центробежных сил  $\sigma_{centr}$ .

Согласно [12; 13; 14] результирующее значение постоянных напряжений вычисляется по формуле

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{axial} + \sigma_{temp} + \sigma_{centr}}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_{axial} + \sigma_{temp} + \sigma_{centr}}{2}\right)^2 + \tau^2}.$$

Переменная составляющая напряжений  $\sigma_a$  складывается из следующих компонентов:

- напряжения от угловой деформации  $\sigma_f$ ;
- периодической составляющей касательных напряжений  $\tau_{cyclic}$ , возникающей от вибрационного момента (из-за крутильных вибраций в валопроводе).

Согласно [14] результирующее значение переменных напряжений вычисляется по формуле

$$\sigma_a = \frac{\sigma_f}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_f}{2}\right)^2 + \tau_{cyclic}^2}.$$

На основе этих данных строится типовая диаграмма предельных амплитуд напряжений при асимметричных циклах (см. рис. 9).

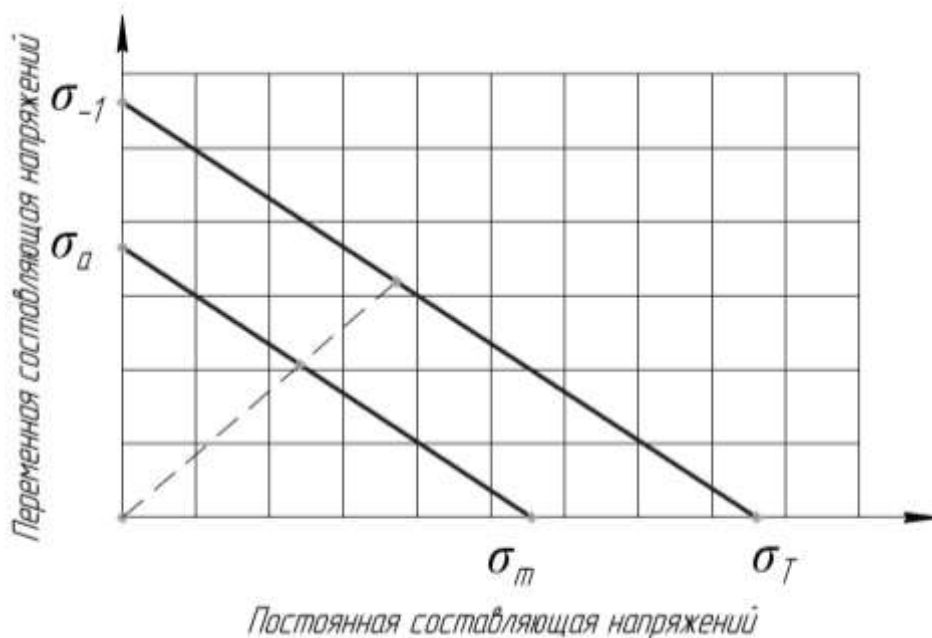


Рис. 9. Диаграмма предельных амплитуд напряжений

Запас прочности определяется согласно [12] формуле

$$\frac{\sigma_m}{\sigma_T} + \frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}} = \frac{1}{N},$$

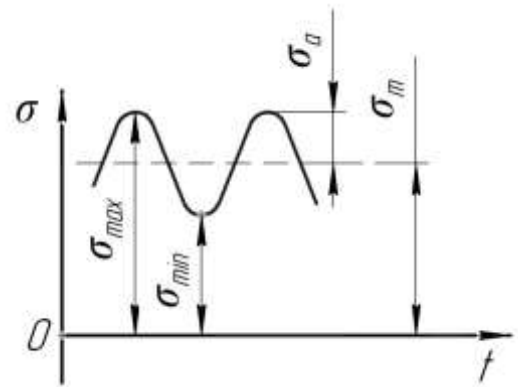


Рис. 8. Форма изменения напряжений во времени для асимметричного цикла нагружения



где  $N$  – запас прочности;  $\sigma_T$  – предел текучести материала;  $\sigma_{-1}$  – предел выносливости материала.

Запас прочности необходимо принимать не менее 2, для ответственных высоконагруженных изделий – не менее 3. С учётом экспериментальной отработки и заранее известных и жёстко ограниченных условий работы возможно принятие запаса прочности не менее 1,3.

Для достижения наилучшей циклической прочности следует ответственно выбирать требования к качеству поверхности полотна мембраны (полирование).

#### **Заключение**

Представлены основные характеристики мембранной металлической муфты и основы её конструирования. Предложен общий алгоритм, позволяющий реализовать в конструкции муфты заданные жёсткостные, прочностные и ресурсные характеристики.

#### **ЛИТЕРАТУРА**

1. Жирицкий, Г. С. Конструкция и расчёт на прочность деталей паровых и газовых турбин / Г. С. Жирицкий, В. А. Стрункин. – М.: Машиностроение, 1968. – 356 с.
2. Яблоник, Р. М. Газотурбинные установки / Р. М. Яблоник. – М.: Машгиз, 1959. – 408 с.
3. Аксельбанд, А. М. Судовые энергетические установки / А. М. Аксельбанд. – Л.: Судостроение, 1970. – 472 с.
4. Mancuso, Jon R. Couplings and Joints: Design, Selection, and Application / Jon R. Mancuso. – Dekker, Inc., 1986. – 492 p.
5. ISO 10441, 2007. Petroleum, Petrochemical and Natural Gas Industries – Flexible Couplings for Mechanical Power Transmission – Special-Purpose Applications, Second Edition, International Organization for Standardization, Geneva, Switzerland.
6. API Standard 671, 1998. Special Purpose Couplings for Petroleum, Chemical, and Gas Industry Services. Third Edition, American Petroleum Institute, Washington, D.C.
7. Гоголина, И. В. Исследование функциональных свойств пластинчатых муфт: их нагрузочная и компенсирующая способность / И. В. Гоголина, А. М. Попов, М. С. Сорочкин // Новое в технике и технологии пищевых отраслей промышленности. – Кемерово: КемТИПП, 1995. – С. 41.
8. Иванов, Б. С. Определение компенсационной способности пластинчатых муфт методом конечных элементов / Б. С. Иванов, А. И. Костин // Исследование надёжности и долговечности деталей машин. Труды ЛПИ № 396. – Л.: [б. и.], 1983. – С. 18.
9. Расчёты на прочность в машиностроении / под ред. С. Д. Пономарева. – М.: Машгиз, 1958. – Т. 2. – 974 с.
10. Тимошенко, С. П. Сопротивление материалов / С. П. Тимошенко. – М.: Наука, 1965. – Т. II. – 480 с.
11. Бидерман, В. Л. Механика тонкостенных конструкций. Статика / В. Л. Бидерман. – М.: Машиностроение, 1977. – 488 с.
12. Школьник, Л. М. Методика усталостных испытаний: справ. / Л. М. Школьник. – М.: Металлургия, 1978. – 304 с.
13. Когаев, В. П. Расчёты на прочность при напряжениях, переменных во времени / В. П. Когаев. – М.: Машиностроение, 1977. – 232 с.
14. Заславский, Б. В. Краткий курс сопротивления материалов: учеб. для авиационных специальностей вузов / Б. В. Заславский. – М.: Машиностроение, 1986. – 328 с.