

Иванов С. Н., Ким К. К., Просолович А. А., Хисматулин М. И.
S. N. Ivanov, K. K. Kim, A. A. Prosolovitch, M. I. Hismatulin

АНАЛИЗ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ МЕТОДАМИ ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

ELECTROMECHANICAL SYSTEM ANALYSIS WITH SIMULATION METHODS

Иванов Сергей Николаевич – доктор технических наук, профессор кафедры электромеханики Комсомольского-на-Амуре государственного университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре); 681013, Хабаровский край, г. Комсомольск-на-Амуре, пр. Ленина, 27. E-mail: Ivanov.sn@email.knastu.ru.

Sergey N. Ivanov – Doctor of Technical Sciences, Professor, Electrical Engineering Department, Komsomolsk-na-Amure State University (Russia, Komsomolsk-on-Amur); 681013, Khabarovsk territory, Komsomolsk-on-Amur, 27 Lenin str. E-mail: Ivanov.sn@email.knastu.ru.

Ким Константин Константинович – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой «Электротехника и теплоэнергетика» Петербургского государственного университета путей сообщения Императора Александра I (Россия, Санкт-Петербург); 190031, г. Санкт-Петербург, пр. Московский, 9; тел. +7(903)096-57-70. E-mail: kimkk@inbox.ru.

Konstantin K. Kim – Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of Department of Electrical and Heat Engineering St. Petersburg State Transport University Emperor Alexander I (Russia, St. Petersburg); 190031, St. Petersburg, 9 Moskovsky str.; tel. +7(903)096-57-70. E-mail: kimkk@inbox.ru.

Просолович Алексей Александрович – кандидат технических наук, доцент кафедры «Системы автоматизированного проектирования» Комсомольского-на-Амуре государственного университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре); 681013, Хабаровский край, г. Комсомольск-на-Амуре, пр. Ленина, 27. E-mail:alpr72@mail.ru.

Aleksey A. Prosolovitch – Associate Professor, Computer-aided Design System Department, Komsomolsk-na-Amure State University (Russia, Komsomolsk-on-Amur); 681013, Khabarovsk territory, Komsomolsk-on-Amur, 27 Lenin str. E-mail: alpr72@mail.ru.

Хисматулин Марат Ильдусович – аспирант кафедры «Электротехника и теплоэнергетика» Петербургского государственного университета путей сообщения Императора Александра I (Россия, Санкт-Петербург); 190031, г. Санкт-Петербург, Московский пр., 9. E-mail: lokomotivlar@gmail.com.

Marat I. Khismatulin – Post Graduate Student, Electrical and Heat Power Engineering Department, Emperor Alexander I St. Petersburg State Transport University (Russia, Saint Petersburg); 190031, Saint Petersburg, 9 Moskovsky pr. E-mail: lokomotivlar@gmail.com.

Аннотация. В статье определены основные этапы исследования, включающие построение геометрической модели объекта, определение типа решаемой задачи и соответствующих начальных и граничных условий, обоснование определяющих критериев, моделирование электромагнитных, тепловых и гидравлических процессов и их анализ. В основе программных пакетов используются классические уравнения электродинамики, теплопередачи, энергии, движения и сплошности. Создание трёхмерной твёрдотельной параметрической модели реализовано в системе T-FlexCAD. Имитационный эксперимент проведён с использованием системы SolidWorks Flow Simulation, позволяющей обработать начальный массив проектных параметров в условиях мультифизической постановки задачи. Ранжирование переменных выполнено в программе статистической обработки и анализа данных Statistica. Результаты моделирования энергообменных процессов при варьируемой геометрии определяющих проектных параметров позволяют установить зависимость выходных характеристик электромеханической системы от конструктивного исполнения и размерных соотношений параметров элементов и на этой основе проектировать высокоэффективные электромеханические системы.

Summary. The article defines the main stages of the research, including the construction of a geometric model of the object, the definition of the type of the problem to be solved and the corresponding initial and boundary conditions, the justification of the defining criteria, the modeling of electromagnetic, thermal and hydraulic processes

and their analysis. The software packages are based on the classical equations of electrodynamics, heat transfer, energy, motion, and continuity. The creation of a three-dimensional solid-state parametric model is implemented in the T-FlexCAD system. The simulation experiment was carried out using the SolidWorks Flow Simulation system, which allows processing the initial array of design parameters in the conditions of a multiphysical problem statement. The ranking of variables is performed in the statistical data processing and analysis program Statistica. The results of the simulation of energy exchange processes with varying geometry of the design parameters allow us to determine the dependence of the output characteristics of the electromechanical system on the design and dimensional ratios of the parameters of the elements and on this basis to design highly efficient electromechanical systems.

Ключевые слова: геометрическая модель, трёхмерная параметризация, моделирование, анализ.

Key words: geometric model, three-dimensional parametrization, modeling, analysis.

УДК 621.313

Введение. Электромеханические системы (ЭМС) находят широкое применение на всех видах транспорта, и степень их интеграции постоянно возрастает. На сегодняшний день наряду с железнодорожным, автомобильным и морским транспортом известны опытные образцы авиационных систем, например, Cessna Grand Caravan использует электромотор magni500 мощностью 560 кВт, Airbus E-Fan – два электрических двигателя мощностью 30 кВт каждый. В этих условиях возрастает актуальность создания новых, более высокоэффективных ЭМС. Применительно к транспорту основным критерием эффективности является снижение весогабаритных характеристик ЭМС. Теоретические основы преобразования энергии изложены в [1], а конструкции некоторых специальных типов ЭМС рассмотрены в [2].

Существующие методики проектирования современных электромеханических преобразователей [3–5] позволяют получить приближённые результаты, что связано с рядом существенных допущений и упрощений физической картины энергетических процессов в расчётных областях преобразователя. При расчётах выделяются области воздушных зазоров и токовая область, вводится векторный магнитный потенциал, записываются уравнения Максвелла для каждой области, уравнения Лапласа для бестоковых областей и уравнение Пуассона для токовой области. Из решения этих уравнений определяется векторный потенциал для каждой области, а затем их поля и плотность тока. Такие вычисления не обеспечивают достаточной точности и дают существенное расхождение теоретических результатов с экспериментальными данными при различных конструктивных особенностях и режимах работы ЭМС.

Более строгая постановка задачи показывает, что электромеханической системе может быть поставлен в соответствие ряд признаков (возможность формального описания качественного представления процессов, наличие уравнений, модельно описывающих работу объекта, при этом параметры, входящие в эти уравнения, не детерминированы), характеризующих её как систему с аналитически немоделируемой динамикой. Это исключает решение задач точной оптимизации применительно к объекту анализа.

Результаты проектных расчётов учитываются при принятии конструкторско-технологических решений, непосредственно определяющих весогабаритные соотношения преобразователя. Накапливающиеся при этом неточности ещё больше увеличивают расхождение с требуемыми техническими характеристиками.

В качестве примера можно рассмотреть методику вентиляционного расчёта при проектировании электродвигателей. В её основу заложены базовые положения теории подобия и моделирования, систематизированные В. А. Вениковым [6]. При расчёте учитываются наружный диаметр вентилятора, скорость вращения, количество лопастей. Исходя из этих параметров определяются производительность (расход) охлаждающего агента и давление (напор).

Количество воздуха, необходимое для охлаждения машины при схеме вентиляции, обеспечивающей режим одинакового превышения температуры воздуха внутри машины:

$$V_B = \frac{\sum P_B}{c_B \Delta u_B},$$

где $\sum P_B$ – потери, отводимые воздухом, Вт; c_B – удельная теплоёмкость воздуха; $\Delta u_B = u_{гор} - u_{хол}$ – превышение температуры воздуха, °С, здесь $u_{гор}$ – температура горячего воздуха, °С; $u_{хол}$ – температура холодного воздуха, °С.

Вентиляционная цепь разбивается на соединённые между собой элементарные квазиоднородные участки.

Гидравлическое сопротивление отдельного i -го участка:

$$Z_i = \frac{\xi}{2\rho S^2},$$

где ξ – коэффициент гидравлического сопротивления; ρ – плотность охлаждающей среды; S – сечение канала.

Напор вентилятора H_i

$$H_i = Z_i \cdot V_i,$$

где V_i – массовый расход охлаждающей среды i -го участка.

Для расчёта сопротивления Z_i используют значения коэффициентов ξ , требующие экспериментального определения на реальной системе. Выбор ξ на этапе проектирования является неточным, но позволяет выбрать размеры и конфигурацию вентиляционных каналов.

Современные вентиляционные расчёты могут быть выполнены с использованием специализированных пакетов прикладных программ (Ansys, Comsol, Fluent, Solid Works&CosmoFlow, FlowVision). Метод расчёта вентиляционных цепей базируется на решении системы уравнений, составленных для всех узлов и контуров вентиляционной схемы по аналогии с первым и вторым законами Кирхгофа, т.е. во всех узлах алгебраическая сумма расходов и сумма напоров, а также потерь давления всех ветвей для любого замкнутого контура равны нулю. При решении необходима правильная постановка задачи в виде задания граничных условий. Основная проблема – основополагающие уравнения Навье – Стокса в общем виде точного численного решения не имеют.

Определение номинального напора – заключительный этап вентиляционного расчёта. Номинальный напор $H_{ном}$ вычисляется через произведение номинального расхода охлаждающей среды (воздуха) $V_{ном}$ на расчётное суммарное сопротивление всей схемы охлаждения Z_{Σ} :

$$H_{ном} = Z_{\Sigma} V_{ном}^2.$$

Из последней формулы видно, что существующая методика не позволяет определять расходные и напорные характеристики вентилятора с учётом его конструктивного исполнения и особенностей вентиляционной цепи (форма и размеры лопастей вентилятора, угол установки и т.д.).

Аналогичные выводы можно сделать при оценке точности расчёта других конструктивных элементов (корпуса, вала и т.п.). Таким образом, используемые в настоящее время для анализа методики не позволяют учесть влияние большинства конструктивных параметров на эксплуатационные характеристики ЭМС. Поэтому основной задачей, решаемой в данной статье, является постановка задачи анализа ЭМС методами имитационного моделирования.

Методы исследования. Методы исследования определяются содержанием задач на последовательно выполняемых этапах.

Основным методом исследования сложных технических систем является параметризация и анализ формализованных математических моделей. Для описания электромагнитных процессов в ЭМС используется известная в электромеханике модель обобщённого электромеханического преобразователя. Исследуемая система замещается неподвижными обмотками на статоре и обмотками на роторе, вращающимися с частотой ω_p [2]. Дифференциальные уравнения напряжений учитывают в виде коэффициентов активные сопротивления, полные собственные и взаимные индуктивности, индуктивности рассеяния обмоток.

Выражение для определения активного сопротивления ротора r , приведённого к обмотке фазы статора, имеет вид

$$r \approx \frac{4m \cdot \rho \cdot w^2 \cdot k_{\text{обм}}^2 k_r}{\pi \cdot D \cdot l},$$

где m – число фаз обмотки статора; ρ – удельное электрическое сопротивление материала обмотки; D, l – соответственно диаметр и длина активной части статора; $w, k_{\text{обм}}$ – соответственно число витков и обмоточный коэффициент обмотки статора; k_r – эмпирический коэффициент, учитывающий распределение тока в роторе.

Также известно выражение для расчёта активного сопротивления короткозамкнутого ротора с «беличьей» клеткой r_2 , использующее формулу для расчёта активного сопротивления обмотки статора, хотя конструктивно они существенно отличаются, что делает выбор числа фаз и проводников ротора неоднозначным:

$$r_2' = r_2 \frac{4m \cdot w^2 \cdot k_{\text{обм}}^2}{Z_2 \cdot k_{\text{СК}}^2},$$

где r_2 – активное сопротивление короткозамкнутого ротора; Z_2 – количество зубцов (пазов) ротора; $k_{\text{СК}}$ – коэффициент скоса.

При питании обмотки статора напряжением промышленной частоты индуктивное сопротивление рассеяния ротора с условным числом витков 0,5 принимается равным нулю.

Сопротивление взаимоиндукции статора и ротора рассчитывается по формуле

$$x \approx \frac{1,6 \cdot 10^{-3} \cdot \pi \cdot w^2 \cdot k_{\text{обм}}^2 \cdot D \cdot l \cdot f}{k_{\mu} \cdot k_{\delta} \cdot \delta \cdot p^2},$$

где k_{μ} – коэффициент насыщения магнитной цепи; k_{δ} – коэффициент воздушного зазора; p – число пар полюсов; f – частота; δ – воздушный зазор.

Индуктивность как количественная характеристика явления самоиндукции зависит от геометрии контура и магнитной проницаемости среды μ (характеристика ферромагнитных материалов), окружающей контур.

Приведённые выражения показывают, что очевидными недостатками существующего подхода являются существенное упрощение и неточность научной задачи анализа.

Постановку задачи и её последующую реализацию поясняет алгоритм, приведённый на рис. 1.

Целью начального этапа является определение номенклатуры проектных параметров. На этом этапе информация формируется исходя из всех имеющихся сведений об ЭМС. Структурные связи не определены, возможность сокращения проектных параметров отсутствует. Форма и расположение отдельных элементов неочевидны, поэтому исходный массив проектных параметров может иметь большую размерность.

Например, исследуется влияние конструкции охлаждающего элемента на температуру теплоаккумулирующих частей с внутренними источниками тепла (обмотка ЭМС). Условиями ограничения являются только пространство проектирования и физические характеристики материала элемента. Размерные и топологические соотношения, определяющие эффективность работы элемента, неизвестны. Для конструктивной увязки всех форм и размеров в условиях инвариантности требуется полное описание и построение трёхмерной геометрической параметризуемой 3D-модели.



Рис. 1. Алгоритм анализа

Результатом этого этапа являются модель с изменяемыми параметрами и файлы нейтрального стандартного формата для экспорта геометрии на следующие этапы исследования. Методической основой создания трёхмерной твёрдотельной параметрической модели является среда T-FlexCAD. Она обеспечивает возможность послойного создания и последующего исследования виртуальной трёхмерной модели.

Второй этап – проведение вычислительного эксперимента на базе систем инженерного анализа с использованием CAE/CAM-систем. Имитационный эксперимент при одновременном учёте мультифизических процессов реализуется в системе SolidWorks Flow Simulation, которая сконфигурирована для любого количества проектных параметров ЭМС. Она позволяет определить динамические характеристики и визуализировать результаты, являющиеся основой для анализа поверхностей отклика.

Следующий этап исследования – определение значимых проектных параметров и исключение второстепенных. Для выполнения этого этапа планируется вычислительный эксперимент с использованием программного статистического комплекса Statistica.

Заключительным этапом решения задачи анализа является сравнение значений эксплуатационных характеристик ЭМС. Методологическая основа заключительного этапа – прототипирование модели посредством 3D-печати.

Результаты. Для реализации предложенного алгоритма в качестве объекта исследования выбран напорный элемент электромеханической системы, в которой совмещены функции тепло- и массопереноса [2]. В качестве критерия оценки результатов анализа приняты скорости рабочей среды в целевых областях моделирования, определяющие выходные характеристики системы.

Определение номенклатуры проектных параметров. Характерные проектные параметры, которые теоретически могут влиять на эффективность устройства: длина l , толщина t и наружный диаметр d напорного элемента; количество n_k и ширина колец w_k ; количество n_p и ширина рёбер w_p ; количество n_l , длина l_l , толщина t_l , высота h_l и угол установки лопастей α (alfa); диаметр d_ϕ , длина l_ϕ и толщина t_ϕ внутреннего ферромагнитопровода (ФМ) d_ϕ ; для напорного элемента: длина лопасти l_l ; толщина лопасти t_l ; высота лопасти h_l ; количество лопастей n_l (см. рис. 2).

Проведение вычислительного эксперимента предполагает моделирование гидродинамических процессов в ЭМС на базе технологий Computational fluid dynamics. Используемый модуль Flow Simulation системы SolidWorks обеспечивает использование импортированных в формате «igs» параметрических моделей ЭМС, созданной в системе T-FlexCAD.

Результатом гидродинамического расчёта является поле скоростей теплоносителя в рабочем канале ЭМС [7–21]. Визуализация результата расчёта приводится в виде поля скоростей в продольном и поперечном сечениях преобразователя. Для определения момента прекращения расчёта необходим контроль сходимости процесса вычислений. В качестве целей для сходимости выбираются минимальное и максимальное значения осевой составляющей скорости течения рабочей среды.

Контроль сходимости осуществляется в процессе расчёта в соответствии с рис. 3.

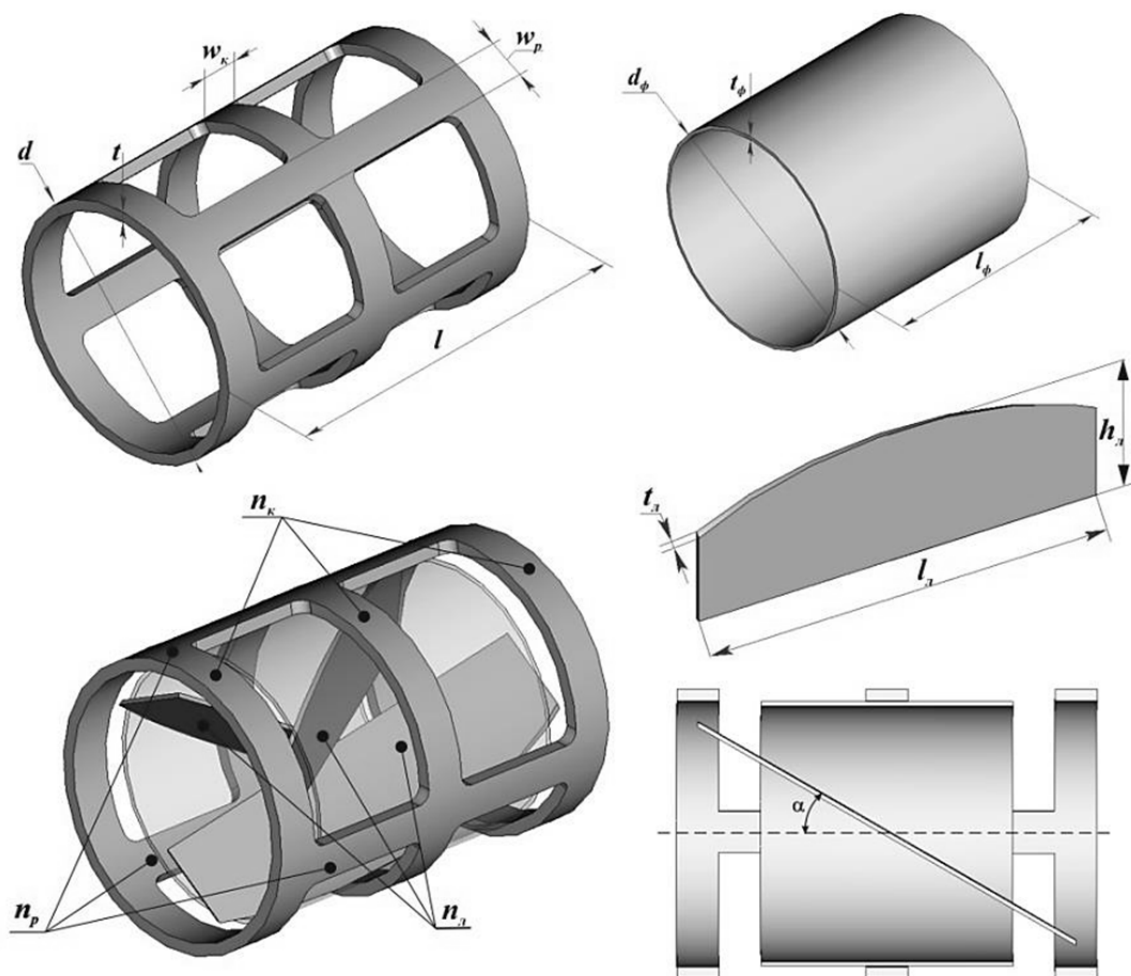


Рис. 2. К выбору проектных параметров

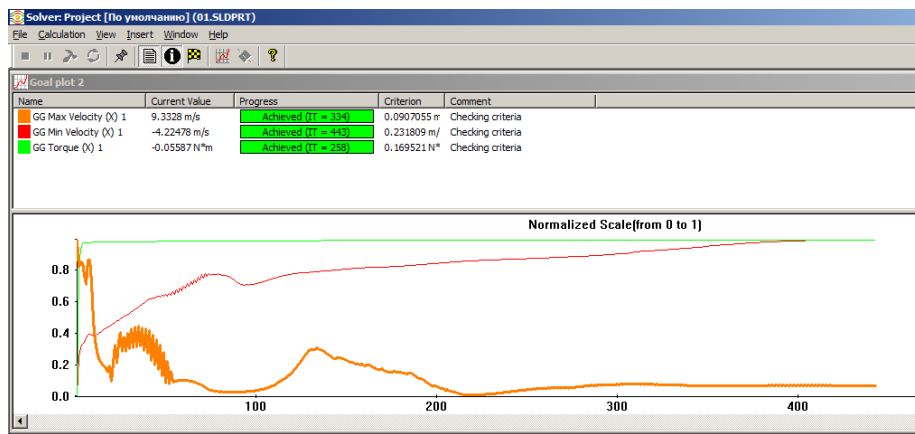


Рис. 3. График сходимости

Для определения значимых проектных параметров (факторов) при исследовании конструкции ЭМС, проводится планирование эксперимента. Для создания плана эксперимента и обработки результатов используется модуль планирования эксперимента Design of Experiments программного статистического комплекса Statistica.

Визуализация результатов в виде диаграмм Парето для разных областей ЭМС показана на рис. 4.

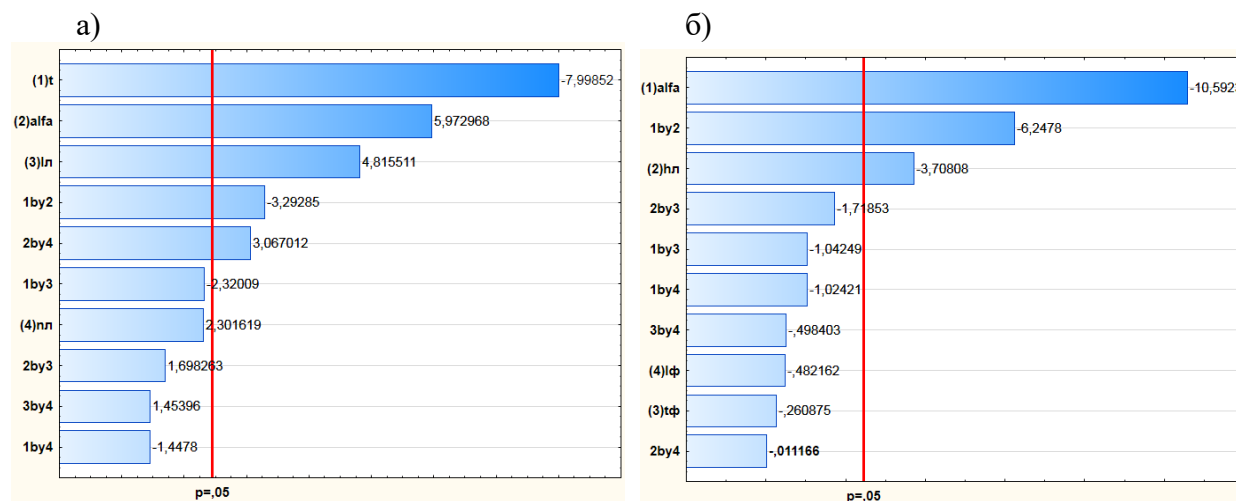


Рис. 4. Определение значимых параметров:
а – область теплообмена; б – область массопереноса

Результаты в виде поверхностей отклика приведены на рис. 5.

Анализ. Определение значимых проектных параметров позволяет перейти к анализу их совместного влияния на осевую и радиальную составляющие скорости массопереноса и температуры в разных областях ЭМС.

Полученные результаты моделирования приведены в [2]. Их анализ показывает, что для исследуемой системы общим значимым параметром для зон тепло- и массопереноса является угол установки лопасти α , т.е. угол установки лопасти α влияет на осевую составляющую скорости одновременно в обеих зонах и не может быть управляющим параметром отдельно для каждого из этих процессов.

Для зоны теплообмена следующими значимыми параметрами являются толщина корпуса, длина и число лопастей, коррелированные с осевой составляющей скорости.

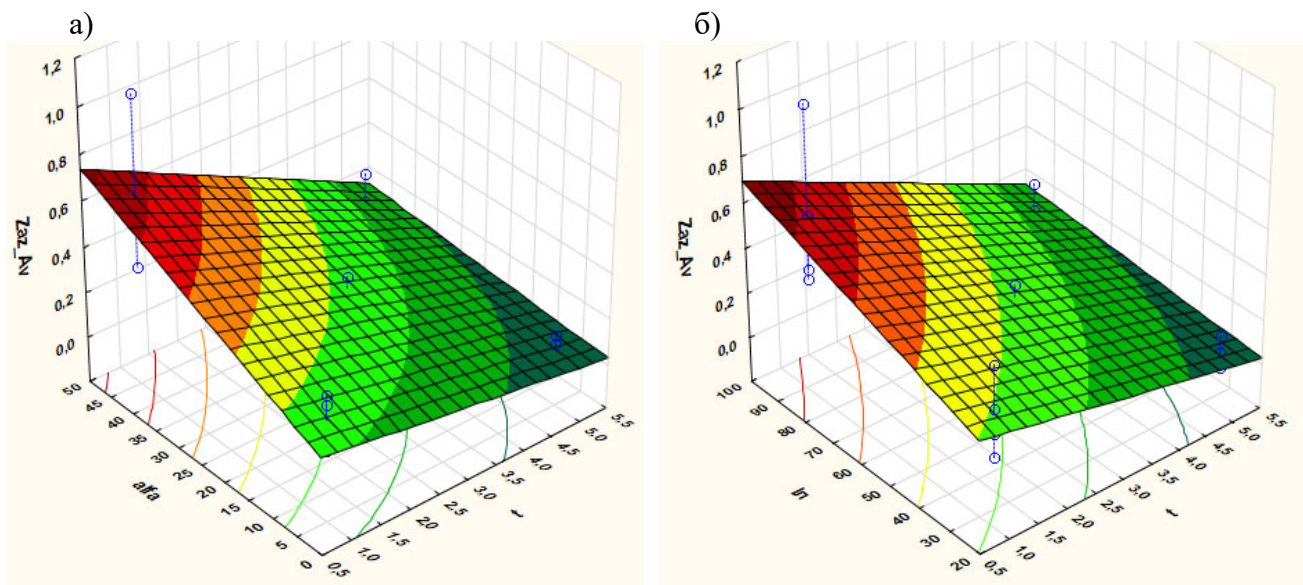


Рис. 5. Поверхности отклика

Толщина корпуса является первым по значимости параметром для зоны теплопереноса. Между толщиной корпуса и осевой составляющей скорости выявлена обратная корреляция.

Длина лопасти влияет на площадь, определяющую передачу энергии вращательного движения рабочей среде. Между длиной лопасти и осевой составляющей скорости в зоне теплообмена существует прямо пропорциональная зависимость.

Количество лопастей при детерминированном значении общего параметра α оказывается следующим по значимости параметром для зоны теплопереноса. Между количеством лопастей и осевой составляющей скорости наблюдается прямая корреляция.

Совместный эффект количества лопастей и угла установки лопасти по значимости для этой зоны проявляется менее существенно.

Следует отметить, что результаты моделирования показали существенное влияние сочетания проектных параметров на эффективность ЭМС. Например, высота лопасти оказалась последним по значимости параметром для зоны теплопереноса и незначимым параметром для зоны массопереноса. Однако совместный эффект высоты лопасти и угла установки лопасти оказался вторым по значимости для второй зоны, для которой наблюдается сложная связь между высотой лопасти и осевой составляющей скорости (см. рис. 6).

Результаты моделирования могут быть представлены в виде аппроксимации, связывающей осевую составляющую скорости в зонах тепло- и массопереноса (v_T , v_M) с основными проектными параметрами:

$$v_T = 0,120636 - 0,020579t + 0,008767l_{л} + 0,038687n_{л} - 0,002021t l_{л},$$

$$v_M = 2,6166 + 0,2012 h_{л} - 0,0057 (h_{л})^2.$$

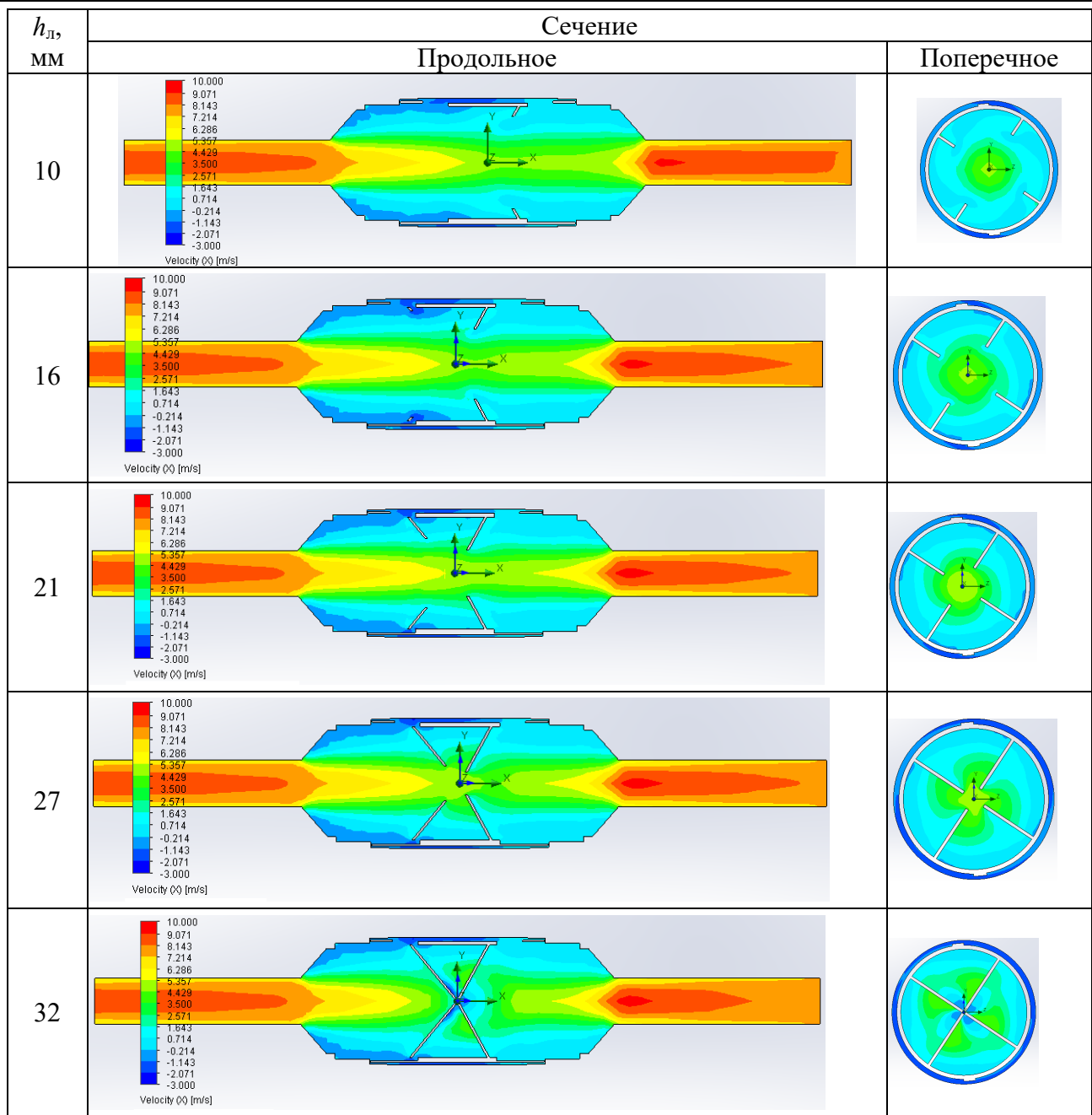


Рис. 6. Влияние высоты лопасти на осевую составляющую скорости в зоне массопереноса

Заключение. Использование методов имитационного моделирования позволяет определять основные проектные параметры сложных электромеханических систем, не имеющих однозначного аналитического решения.

Основой такого подхода является создание трёхмерной параметрической модели и её реализация в системах, симулирующих энергетические преобразования, связанные с электромагнитными, тепловыми и гидравлическими процессами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Mazgaonkar N., Chowdhury M., Fernandes L. F. Design of Electric Motor Using Coupled Electromagnetic and Structural Analysis and Optimization (2019) / SAE Technical Paper.
2. Ким, К. К. Электромеханические генераторы тепловой энергии: монография / К. К. Ким, С. Н. Иванов. – Саратов: Ай Пи Эр Медиа, 2019. – 289 с.

3. Gieras J., Saari J., Sundstrand H. Performance Calculation for a High Speed Solid- Rotor Induction Motor (2012) / IEEE Transactions on Industrial Electronics. Vol. 59. P. 2689-2700.
4. Das J., Ray R. N. 3D modeling of high temperature superconducting hysteresis motor using COMSOL Multiphysics (2017) / 2017 8th Annual Industrial Automation and Electromechanical Engineering Conference (IEMECON). IEEE. P. 96-100.
5. Pisarevsky, Yu.V. Mathematical modeling of thermal processes in small-sized DC electric drives (2019) / Yu.V. Pisarevsky [and others] // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. Vol. 643. Issue 1.
6. Веников, В. А. Теория подобия и моделирования: Применительно к задачам электроэнергетики / В. А. Веников, Г. В. Веников. – 4-е изд. – М.: URSS, 2014. – 440 с.
7. Ким, К. К. Преимущества применения устройств транспортирования и нагрева жидких рабочих сред в различных отраслях промышленности / К. К. Ким, С. Н. Иванов, М. И. Хисматулин // Известия Петербургского университета путей сообщения. – 2019. – Т. 16, вып. 4. – С. 573-583.
8. Ivanov S., Kim K. K. The efficiency of the use of composite materials in electrotechnical equipment // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. Volume 313 012001. P. 1-7.
9. Ivanov, S., Kim, K. K. Formation and study of coatings from composite material for special electrical devices (2018) / IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series. 14th International Conference on Films and Coatings. P. 1-4.
10. Kim K. K., Karpova I. M., Anisimov G. N., Burkov A. T., Kiselev I. G., Urushev S. V. Using Inductive Heating in Biogas Production (2020) / Russian Electrical Engineering, 91 (10), p. 609-612.
11. Kim K. K., Ivanov S. N., Gorbunov A. V. Synthesis of the control device of the electromechanical drive of the main valve (2020) / Proceedings 2020 International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing, ICIEAM 2020, № 9112086.
12. Kim K. K., Panychev A. Y., Blazhko L. S. Magnetic Sweep of a Relativistic Electron Beam into a Rectangular Raster (2018) / Russian Electrical Engineering, 89 (10). P. 559-565.
13. Kim K. I., Kim K. K. A Study of the Operation Mode of a Synchronous Compensator with Two Excitation Windings (2018) / Russian Electrical Engineering, 89 (10). P. 598-606.
14. Kim K. K., Ivanov S. N. Raising of Reliability of Heat-Generating Electromechanical Devices (2019) / International Multi-Conference on Industrial Engineering and Modern Technologies, FarEastCon 2019, № 8934080.
15. D'Alessio S. D., Ogden K. A., Pascal J. P., Jasmine H. A. Film flow over heated wavy inclined surfaces (2010) / J. Fluid Mech. Vol. 665. P. 418-456.
16. Takagi D., Huppert H. E. Flow and instability of thin films on a cylinder and sphere (2010) / J. Fluid Mech. Vol. 647. P. 221-238.
17. Langer U., Steinbach O. Coupled finite and boundary element domain decomposition methods (2007) / Boundary element analysis. Springer, 2007. P. 61-95.
18. D. Bertolotto, R. Chawla (Dir.). Coupling a System Code with Computational Fluid Dynamics for the Simulation of Complex Coolant Reactivity Effects (2011). Vol. 5227. EPFL, 278 p.
19. N. Malleron, F. Zaoui, N. Goutal, T. Morel. On the use of a high-performance framework for efficient model coupling in hydroinformatics (2011) / Environmental Modelling & Software. Vol. 26 (12). P. 1747-1758.
20. Wei Zhang, Shujie Lyu, Yuliang Zhu and Xiaowen Chen. A Coupled Model of the 1D River Network and 3D E stuary Based on Hydrodynamics and Suspended Sediment Simulation (2014) / Journal of Applied Mathematics.
21. Akhlaghi H., Rangrazi A., Roohi E. Study of Physical Aspects of Rarefied Gas Flow Through Micro/Nano Scale Channels Using DSMC (2014) / Arab J Sci Eng. Vol. 39. P. 2331-2338.
22. Wang K., Vafai K., Wang D. Analytical characterization of gaseous slip flow and heat transport through a parallel-plate microchannel with a centered porous substrate (2016) / International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow. Vol. 26 (3-4). P. 854-878.
23. Barichello L. B., Kamphorst C. H., Rodrigues P. A closed-form solution of a kinetic integral equation for rarefied gas flow in a cylindrical duct (2014) / Applied Mathematics. Vol. 5. P. 1516-1527.
24. Taheri P., Struchtrup H. Poiseuille flow of moderately rarefied gases in annular channels (2012) / International Journal of Heat and Mass Transfer. V. 55. P. 1291-1303.
25. Yamaguchi, H. Mass flow rate measurement of thermal creep flow from transitional to slip flow regime (2016) / H. Yamaguchi et al. // J. Fluid Mech. Vol. 795. P. 690-707.