

Канашин И. В., Григорьева А. Л., Хромов А. И., Григорьев Я. Ю., Машевский В. А.
I. V. Kanashin, A. L. Grigorieva, A. I. Khromov, Ya. Yu. Grigoriev, V. A. Mashevsky

**РАСТЯЖЕНИЕ СЖИМАЕМОЙ ПОЛОСЫ С НЕПРЕРЫВНЫМ ПОЛЕМ СКОРОСТЕЙ
ПЕРЕМЕЩЕНИЙ В УСЛОВИЯХ ПЛОСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ**

**COMPRESSIBLE MATERIAL BAR STRETCHING WITH CONTINUOUS FIELD
OF MOTION VELOCITIES UNDER PLANE STRAIN CONDITIONS**

Канашин Илья Валерьевич – аспирант Комсомольского-на-Амуре государственного университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре).

Иуа V. Kanashin – Post-Graduate Student, Komsomolsk-na-Amure State University (Russia, Komsomolsk-on-Amur).

Григорьева Анна Леонидовна – кандидат физико-математических наук, доцент, заведующая кафедрой «Прикладная математика» Комсомольского-на-Амуре государственного университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре).

Anna L. Grigorieva – PhD in Physics and Mathematics, Associate Professor, Head of the Applied Mathematics Department, Komsomolsk-na-Amure State University (Russia, Komsomolsk-on-Amur).

Хромов Александр Игоревич – доктор физико-математических наук, профессор кафедры «Прикладная математика» Комсомольского-на-Амуре государственного университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре).

Alexander I. Khromov – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Applied Mathematics Department, Komsomolsk-na-Amure State University (Russia, Komsomolsk-on-Amur).

Григорьев Ян Юрьевич – кандидат физико-математических наук, доцент, декан факультета компьютерных технологий Комсомольского-на-Амуре государственного университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре).

Yan Yu. Grigoriev – PhD in Physics and Mathematics, Associate Professor, Dean of the Faculty of Computer Technologies, Komsomolsk-na-Amure State University (Russia, Komsomolsk-on-Amur).

Машевский Владимир Антонович – студент Комсомольского-на-Амуре государственного университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре).

Vladimir A. Mashevsky – Student, Komsomolsk-na-Amure State University (Russia, Komsomolsk-on-Amur).

Аннотация. Данная работа посвящена исследованию процесса растяжения полосы из сжимаемого материала с непрерывным полем скоростей перемещений в условиях плоской деформации. Была получена система уравнений для определения поля скоростей. В полученной системе учитывается изменение плотности материала в процессе деформирования.

Summary. This work is devoted to the investigation of theory of compressible material bar stretching with continuous field of motion velocities under conditions of plane strain. Equations system for velocities field finding was obtained. Material density change is taken into account in this system.

Ключевые слова: растяжение, поле скоростей перемещений, плотность, сжимаемое тело, плоская деформация.

Key words: stretching, field of motion velocities, density, compressible material, plane strain.

УДК 621.9:519.8

Для задачи о растяжении полосы с непрерывным полем скоростей существует решение, результатом которого являются выражения главных значений тензора Альманси в виде

$$E_1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2(\bar{\epsilon} + 1)^2}, \quad E_2 = -\frac{1}{2}\bar{\epsilon}^2 - \bar{\epsilon},$$

где $\bar{\epsilon}$ – относительное удлинение образца.

В соответствии с данным решением, а также определяющим поверхность деформационных состояний для пластически сжимаемых жёсткопластических тел уравнением

$$(1 - 2E_1)(1 - 2E_2)(1 - 2E_3) = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^2,$$

вид которого связан с формулировкой закона сохранения массы в виде уравнения неразрывности

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho V_{k,k} = 0 \text{ или } V_{k,k} = -\frac{d}{dt} [\ln \rho],$$

была поставлена задача о растяжении сжимаемой полосы с непрерывным полем скоростей перемещений.

Как и в задаче о растяжении несжимаемой полосы с непрерывным полем скоростей перемещений, граничные условия для напряжений имеют вид при $x_2 = 1$ $\sigma_{22} = 2k$, при $x_2 = -1$ $\sigma_{22} = 2k$, на боковой поверхности образца напряжения отсутствуют.

При предположении, что весь образец находится в пластическом состоянии, данные граничные условия приводят к однородному напряжённому состоянию вида

$$\sigma_{22} = 2k, \sigma_{11} = \sigma_{12} = 0$$

и прямолинейному полю линий скольжения, наклонённых к оси x_1 под углом $\varphi = \pi/4$.

Определение поля скоростей при плоской деформации сводится к интегрированию уравнений

$$\frac{\partial V_1}{\partial x_1} + \frac{\partial V_2}{\partial x_2} = -\frac{d}{dt} [\ln \rho], \quad \frac{\partial V_1}{\partial x_2} + \frac{\partial V_2}{\partial x_1} = \left(\frac{\partial V_1}{\partial x_1} - \frac{\partial V_2}{\partial x_2}\right) (-\text{ctg} 2\varphi). \quad (1)$$

При $\varphi = \pi/4$ система уравнений (1) примет вид

$$\begin{aligned} \text{(I)} \quad \frac{\partial V_1}{\partial x_1} + \frac{\partial V_2}{\partial x_2} &= -\frac{d}{dt} [\ln \rho], \\ \text{(II)} \quad \frac{\partial V_1}{\partial x_2} + \frac{\partial V_2}{\partial x_1} &= 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Преобразование (2) по законам

$$\frac{\partial}{\partial x_1} \text{(I)} - \frac{\partial}{\partial x_2} \text{(II)} \text{ и } \frac{\partial}{\partial x_2} \text{(I)} - \frac{\partial}{\partial x_1} \text{(II)}$$

приводит к системе уравнений

$$\begin{aligned} 2 \frac{\partial \rho}{\partial x_1} \frac{\partial V_1}{\partial x_1} + \rho \frac{\partial^2 V_1}{\partial x_1^2} + \frac{\partial \rho}{\partial x_1} \frac{\partial V_2}{\partial x_2} + \frac{\partial^2 \rho}{\partial t \partial x_1} + V_1 \frac{\partial^2 \rho}{\partial x_1^2} + V_2 \frac{\partial^2 \rho}{\partial x_2^2} - \frac{\partial \rho}{\partial x_2} \frac{\partial V_1}{\partial x_2} - \rho \frac{\partial^2 V_1}{\partial x_2^2} &= 0, \\ 2 \frac{\partial \rho}{\partial x_2} \frac{\partial V_2}{\partial x_2} + \frac{\partial \rho}{\partial x_2} \frac{\partial V_1}{\partial x_1} + \rho \frac{\partial^2 V_2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 \rho}{\partial t \partial x_2} + V_1 \frac{\partial^2 \rho}{\partial x_1 \partial x_2} + V_2 \frac{\partial^2 \rho}{\partial x_2^2} - \frac{\partial \rho}{\partial x_1} \frac{\partial V_2}{\partial x_1} - \rho \frac{\partial^2 V_2}{\partial x_1^2} &= 0. \end{aligned}$$

Результатом решения полученной системы должны стать функции $V_1(x_1, x_2)$ и $V_2(x_1, x_2)$, позволяющие найти компоненты скоростей деформаций и в дальнейшем главные значения тензора Альманси E_1 и E_2 , выраженные с использованием относительного удлинения образца $\bar{\epsilon}$, а также выражения для определения изменения ширины полосы, а с течением времени и необходимого для растяжения полосы усилия P .

Аналогичные исследования были сделаны по плоскому напряжённому состоянию в работах [1; 2; 3; 6; 9].

ЛИТЕРАТУРА

1. Григорьева, А. Л. Одноосное растяжение полосы при плоском напряжённом состоянии / А. Л. Григорьева, И. В. Слабожанина, А. И. Хромов // Актуальные проблемы математики и механики: материалы и доклады Всероссийской научной конференции, посвящённой 75-летию со дня рождения доктора физико-математических наук, профессора Г. И. Быковцева. – Самара: Самарский университет, 2013. – С. 57-58.
2. Григорьева, А. Л. Одноосное растяжение жёсткопластической полосы в условиях плоского напряжённого состояния при однородном поле скоростей деформаций / А. Л. Григорьева, А. И. Хромов // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И. Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. – 2015. – № 4 (26). – С. 198-205.
3. Канашин, И. В. Математическое моделирование процессов деформационного изменения полей тензоров деформаций / И. В. Канашин, А. И. Хромов, А. Л. Григорьева // Молодёжь и наука: актуальные проблемы фундаментальных и прикладных исследований: материалы II Всероссийской национальной научной конференции студентов, аспирантов и молодых учёных. – Комсомольск-на-Амуре: ФГБОУ ВО «КнАГУ», 2019. – С. 300-302.
4. Качанов, Л. М. Основы теории пластичности / Л. М. Качанов. – М.: Наука, 1969. – 420 с.
5. Лошманов, А. Ю. Пластические константы разрушения / А. Ю. Лошманов, А. А. Сиротин, А. И. Хромов // Учёные записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. Науки о природе и технике. – 2018. – № III-1 (35). – С. 109-113.
6. Деформирование плоского образца при разрывном поле скоростей перемещений в условиях плоского напряжённого состояния / А. И. Хромов, Я. Ю. Григорьев, А. Л. Григорьева, Е. П. Жарикова // Современные наукоёмкие технологии. – 2019. – № 10. – С. 73-77.
7. Хромов, А. И. Деформация и разрушение жёсткопластических тел / А. И. Хромов. – Владивосток: Дальнаука, 1996. – 183 с.
8. Хромов, А. И. Разрушение жёсткопластических тел. Константы разрушения / А. И. Хромов, О. В. Козлова. – Владивосток: Дальнаука, 2005. – 159 с.
9. Grigorieva A. L., Grigoriev Y. Y., Khromov A. I. The strain of a plane sample at the homogeneous field of the strain rates under the plane strain conditions // Materials Science Forum. 2018. T. 945 MSF. P. 857-865.