Ким К. И., Ким К. К., Иванов С. Н.
K. I. Kim, K. K. Kim, S. N. Ivanov

ИССЛЕДОВАНИЕ ТОКОВ, ИНДУЦИРОВАННЫХ В ЖИДКОСТИ С ТЕНЗОРНОЙ ПРОВОДИМОСТЬЮ БЕГУЩИМ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

INVESTIGATION OF THE CURRENTS INDUCED IN A FLUID WITH TENSOR CONDUCTIVITY BY A RUNNING MAGNETIC FIELD

Ким Константин Иванович – доктор технических наук, профессор кафедры «Теоретические основы электротехники» Ленинградского института инженеров железнодорожного транспорта (Россия, Санкт-Петербург); Россия, 190031, Санкт-Петербург, Московский пр., д. 9, тел. 8(903)096-57-70. E-mail: kimkk@inbox.ru.
Konstantin I. Kim – Dr. Sc., Professor, Theoretical Electrical Engineering Department, Sankt-Petersburg State Transport University (Russia, Sankt-Petersburg); house 9, Moskovsky Av., Sankt-Petersburg, Russia; tel. 8(903)096-57-70. E-mail: kimkk@inbox.ru.

Ким Константин Константинович – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой электротехники и теплоэнергетики Петербургского государственного университета путей сообщения (Россия, Санкт-Петербург); Россия, 190031, Московский пр., д. 9; тел. 8(903)096-57-70. E-mail: kimkk@inbox.ru.
Konstantin K. Kim – Dr. Sc., Professor, Trinity College, Cambridge University, Great Britain, Professor, Dr.habil.ing.; Member of IEEE, NYAS, EANS Head of Theoretical Electrical Engineering Department, Sankt-Petersburg State Transport University (Russia, Sankt-Petersburg); house 9, Moskovsky Av., Sankt-Petersburg, Russia; tel. 8(903)096-57-70. E-mail: kimkk@inbox.ru.

Иванов Сергей Николаевич – доктор технических наук, профессор кафедры электромеханики Комсомольского-на-Амуре государственного университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре); 681013, Хабаровский край, г. Комсомольск-на-Амуре, пр. Ленина, 27. E-mail: ivanov.sn@email.knastu.ru.
Sergey N. Ivanov – Doctor of Technical Sciences, Professor, Electrical Engineering Department, Komsomolsk-na-Amure State University (Russia, Komsomolsk-on-Amur); 681013, Khabarovsk territory, Komsomolsk-on-Amur, 27 Lenin str. E-mail: ivanov.sn@email.knastu.ru.

Аннотация. На основе уравнения движения электронного компонента и полученного ранее решения краевой задачи о распределении электромагнитного поля в анизотропно электропроводящей жидкости, текущей в бегущем магнитном поле по каналу прямоугольного сечения конечной ширины либо по каналу коаксиальной конфигурации, проанализирован характер холловских явлений. С помощью численных оценок показана относительная роль токов нулевой и двойной частоты, обуславливающих отличие распределения токов в жидкости от обычного, имеющего место при отсутствии анизотропии проводимости. В плоском канале токи двойной частоты могут отсутствовать при наличии идеально проводящих боковых стенок; в этом случае ток нулевой частоты, протекающий вдоль канала, достигает некоторого предельного значения, а токи основной частоты меньше, чем при изотропной проводимости. В канале коаксиальной конфигурации холловский ток отсутствует, но вдоль канала действует продольная ЭДС Холла.

Summary. We analyze the nature of the Hall phenomena with using the equation of motion of the electronic component and the previously obtained solution of the boundary problem of the electromagnetic field distribution in an anisotropically electrically conducting fluid flowing through a channel of a rectangular cross-section of finite width or through a channel of a coaxial configuration under action of the running magnetic field. We show the relative role of zero and double frequency currents with the help of numerical estimates. These currents are the cause of the difference in the distribution of currents in a fluid from the usual one which occurs in the absence of anisotropy of conductivity. In a flat channel double-frequency currents may be absent in the presence of perfectly conducting side walls. In this case the zero-frequency current flowing along the channel reaches a certain limit value and the main frequency currents are less than at isotropic conductivity. There is no Hall current in the channel of the coaxial configuration but a longitudinal Hall EMF acts along the channel

Ключевые слова: анизотропно электропроводящая жидкость, бегущее магнитное поле, канал, ток нулевой частоты, ток двойной частоты, эффект Холла.

Key words: anisotropically conducting fluid, running magnetic field, channel, zero frequency current, double frequency current, Hall effect.

УДК 538.3:538.4

Введение. Особенности электромагнитных процессов в жидкости с тензорной проводимостью в бегущем магнитном поле были рассмотрены в [1]. В этой работе на основе рассмотрения движения жидкости по каналу прямоугольного сечения с непроводящими боковыми стенками были установлены основные факты, связанные с тензорным характером проводимости, в случае бегущего магнитного поля. Было показано, что в жидкости, кроме токов основной частоты, соответствующей частоте внешнего магнитного поля, индуктируются токи нулевой и кратных частот, нарушающие обычный для изотропной среды характер протекания электромагнитных процессов. Ниже приводятся некоторые дополнительные соображения.

Исследование токов, индуцированных в жидкости. Уравнение импульсов для электронной компоненты электропроводящей жидкости имеет вид

$$nm\frac{d\mathbf{v}_e}{dt} = -ne\mathbf{E} - ne\left[\mathbf{v}_e\mathbf{B}\right] - \nabla p_e - nm\left[\nu_{ea}\left(\nu_e - \nu_a\right) + \nu_{ei}\left(\nu_e - \nu_i\right)\right], \qquad (1)$$

где n – концентрация электронов; m и e – масса и заряд электрона; $\mathbf{v}_e$, $\mathbf{v}_i$ и $\mathbf{v}_a$ – направленные скорости электронов, ионов и атомов соответственно; ν_{ea} и ν_{ei} – усреднённые частоты столкновений между соответствующими частицами; p_e – давление электронного газа, $p_e = nkT_e$, здесь k – постоянная Больцмана; T_e – электронная температура [3–5].

Если не учитывать время релаксации электронов ($d\mathbf{v}_e/dt = 0$) и ввести обозначения $\mathbf{v}_e - \mathbf{v}_a = \mathbf{v}_{ea}$, $\nu_{ea} + \nu_{ei} = \nu_e$, можно получить для пространственных компонент скорости (x – продольная ось канала, y – его поперечная ось) следующие соотношения:

$$\nu_{eax} = -b_e\frac{E_x - \omega_e\tau_e\left(E_y - u_1B_z\right)}{1+\left(\omega_e\tau_e\right)^2}, \qquad \nu_{eay} = -b_e\frac{E_y - u_1B_z + \omega_e\tau_eE_x}{1+\left(\omega_e\tau_e\right)^2},$$

где $b_e = m/\nu_e$ – подвижность электронов; $\omega_e = eB_z/m$ – циклотронная частота электронов; B_z – вертикальная компонента индукции; τ_e – время релаксации, $\tau_e = \nu_e^{-1}$; u_1 – скорость движения жидкости (т.е. атомов, $\mathbf{v}_1 = \mathbf{v}_a = \mathbf{e_x}u_1$).

По приведённым формулам и информации на рис. 1 и рис. 2 можно определить поле направленных скоростей электронов в плоскости xy и по нему – контуры индуктированных токов ($\mathbf{j} = -ne\,\mathbf{v}_{ea}$).

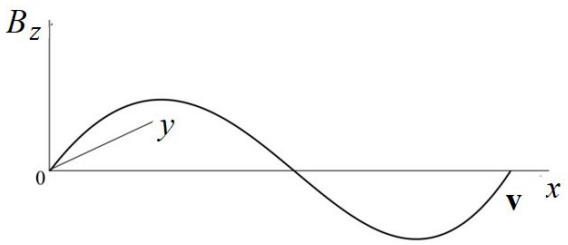

Рис. 1. Распределение вертикальной компоненты индукции по длине канала

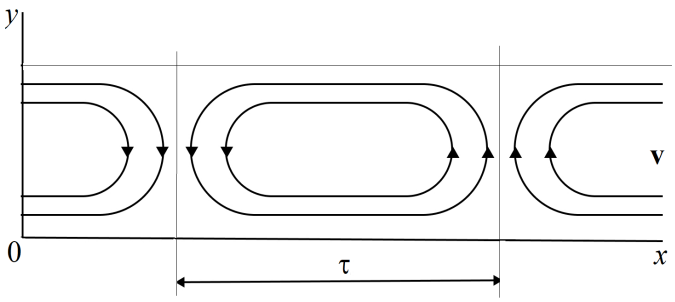

Рис. 2. Контуры токов основной частоты

Прежде всего зафиксируем линии равных скоростей, совпадающих с контурами токов основной частоты (см. рис. 2). Далее в соответствии с рис. 1 и рис. 2 можно видеть, что поперечный дрейф электронов, обусловленный лоренцевой силой j_xB_z, на участке канала длиной 2τ четыре раза изменит своё направление, разбивая этот участок на четыре области. В каждой из этих областей скорости электронов, находящихся по одну и другую сторону от оси канала ($y = d^0/2$, где d^0 – ширина канала), будут направлены встречно. Лоренцева сила j_yB_z индуктирует периодически распределённую вдоль оси x продольную скорость, направленную против движения жидкости. Таким образом, кроме уже указанных линий равных скоростей, соответствующих рис. 2, можно выделить, по крайней мере, ещё два типа линий: линии, проходящие вдоль всего канала, замыкающиеся через его концевые зоны, и линии, целиком укладывающиеся на участке канала длиной $\tau/2$. Поэтому вместе с токами основной частоты с распределением согласно рис. 2 будут существовать токи двойной (см. рис. 3) и нулевой частот (см. рис. 4). Для численной оценки этих токов необходимо решить краевую задачу.

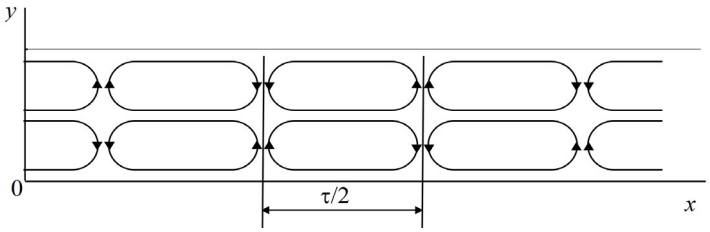

Рис. 3. Контуры токов двойной частоты

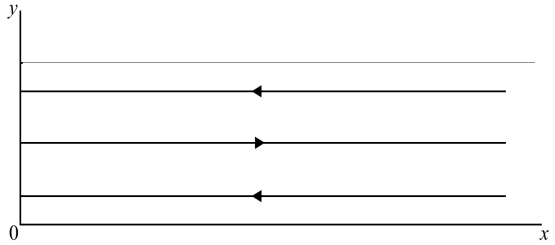

Рис. 4. Линии токов нулевой частоты

Для случая движения электропроводящей жидкости по плоскому каналу с непроводящими боковыми стенками можно получить [1]

$$h_1 = \varepsilon h \sin\frac{\pi y}{d}\cos(\omega t - \alpha x),$$

$$h_0 = -\frac{4}{3}\frac{\beta}{z_{20}}\varepsilon h \sin\frac{2\pi y}{d},$$

$$h_2 = -\frac{4}{3}\frac{\beta}{z_{22}}\varepsilon h \sin\frac{2\pi y}{d}\cos 2(\omega t - \alpha x),$$

где $\varepsilon = \dfrac{\sigma_0\mu_0\omega}{\alpha^2}$, $\quad h = -\dfrac{4s}{\pi z}$, $\quad s = \dfrac{\omega_1 - \omega}{\omega}$, $\quad z = z_{11} + \left(\dfrac{4}{3}\beta\right)^2\left(\dfrac{2}{z_{20}} + \dfrac{1}{z_{22}}\right)$,

$$z_{mn} = \left(\frac{m\pi}{d}\right)^2 + n^2, \quad \beta = \frac{\beta_m}{d}, \quad \beta_m = \frac{eB_{m1}}{m}\tau_e, \quad d = \alpha d^0, \quad \alpha = \frac{\pi}{\tau}, \quad \sigma_0 = \frac{ne^2}{m}\tau_e,$$

здесь h_1, h_0, h_2 – напряжённости магнитных полей, обусловленных индуктированными в жидкости токами основной, нулевой и двойной частот, отнесённые к амплитудному значению напряжённости внешнего поля; ω – частота внешнего поля; ω_1 – частота, соответствующая скорости движения жидкости; B_{m1} – амплитуда индукции внешнего поля; σ_0 – скалярная электропроводность жидкости.

Найдём соотношение между магнитными полями в жидкости при тензорной (h) и скалярной проводимости (h_c), для этого h_c определим следующим образом:

$$h_c = -\frac{4s}{\pi}\frac{d^2}{\pi^2 + d^2},$$

при этом составляющая индуктированного поля в условиях скалярной электропроводности будет равна

$$h_{1c} = \varepsilon h_c \sin\frac{\pi y}{d}\cos(\omega t - \alpha x).$$

Следовательно, $h/h_c = a_1$ представляет отношение токов основной частоты для случаев тензорной и скалярной проводимостей. Его значения приведены на рис. 5. Таким образом, из-за тензорного характера проводимости наблюдается уменьшение токов основной частоты. Это уменьшение тем значительнее, чем больше отношение ширины канала к полюсному делению $d = \pi d^0/\tau$. С увеличением d величина a_1 асимптотически приближается к пределу, равному

$$\left[1 + \frac{8}{9}\left(\frac{\beta_m}{\pi}\right)^2\right]^{-1}.$$

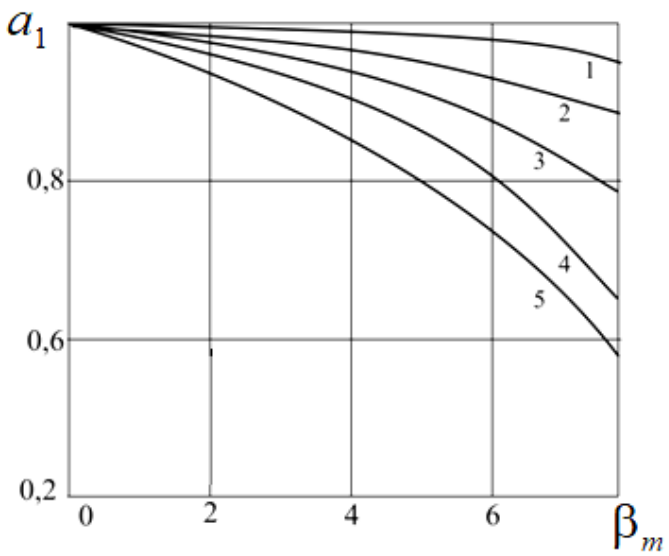

Рис. 5. Зависимости отношения токов основной частоты от β_m:
кривая 1 – d = 0,2; кривая 2 – d = 0,4; кривая 3 – d = 0,6;
кривая 4 – d = 0,8; кривая 5 – d = 1,0

Оценка токов нулевой и двойной частоты. Выполним аналогичную оценку токов нулевой и двойной частот. Максимальное значение плотности постоянного тока имеем при значениях $y = 0\ldots d^0/2$; $d^0 = \frac{8}{3}\frac{\pi\beta}{dz_{20}}\varepsilon h$:

$$\frac{2\pi}{3sd}\frac{\beta}{z_{20}}h = \frac{8}{3d}\frac{\beta}{zz_{20}} = a_0.$$

Соответствующая оценка максимума x-составлящей плотности тока двойной частоты даётся выражением

$$\frac{2\pi}{3sd}\frac{\beta}{z_{22}}h = \frac{8}{3d}\frac{\beta}{zz_{22}} = a_2.$$

На рис. 6 представлены графики для величин a_0 и a_2. Наблюдаемое увеличение токов нулевой и двойной частот с ростом d происходит до определённого значения d. В дальнейшем плотность постоянного тока стремится к пределу

$$\frac{2\beta_m}{3\pi^2}\left[1+\frac{8}{9}\left(\frac{\beta_m}{\pi}\right)^2\right]^{-1},$$

а токи двойной частоты при $d \to \infty$ исчезают совсем.

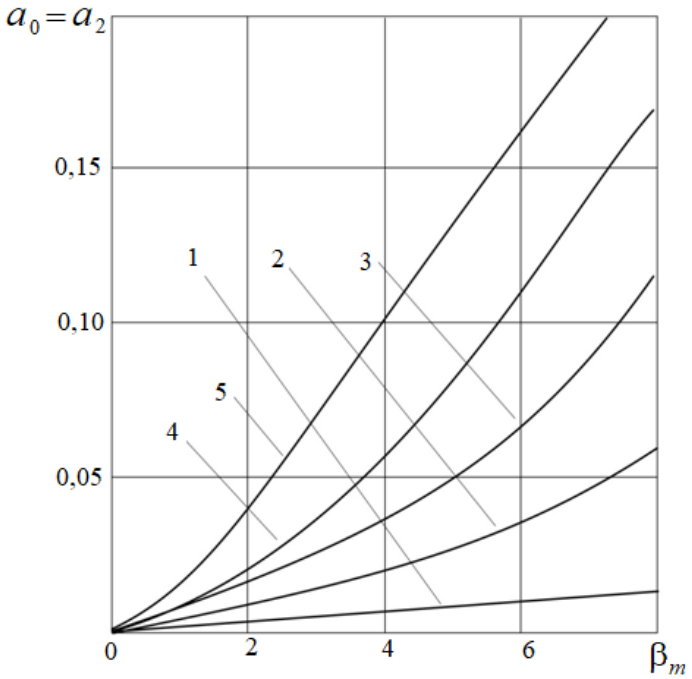

Рис. 6. Зависимости отношения токов нулевой и двойной частоты от β_m:
кривая 1 – d = 0,2; кривая 2 – d = 0,4; кривая 3 – d = 0,6; кривая 4 – d = 0,8; кривая 5 – d = 1,0

В электромагнитном отношении предельный переход $d \to \infty$ соответствует случаю движения жидкости по каналу с идеально проводящими боковыми стенками. Таким образом, в канале этого типа тензорность проводимости обуславливает уменьшение токов основной частоты и появление постоянного тока.

Рассмотрим теперь конфигурацию, обладающую осевой симметрией, т. е. случай потока анизотропно проводящей жидкости в коаксиальных каналах при воздействии бегущего магнитного поля.

При такой конфигурации и относительно малой высоте канала, когда осевая составляющая внешнего магнитного поля пренебрежимо мала по сравнению с радиальной, поэтому последнюю можно считать неизменной по высоте канала, осевого тока нет. Отсутствие тока означает, что в продольном направлении индуктируется электрическое поле E_z, которое полностью подавляет действие лоренцевых сил, обусловленных радиальным магнитным и азимутальным электрическим полями [6–15].

Найдём продольную ЭДС для такого случая.

Из уравнения (1) при принятых ранее допущениях для продольной и азимутальной скоростей электронов соответственно следует

$$v_{ez} = -b_e \frac{E_z - \omega_e \tau_e \left(E_\varphi - u_1 B_\rho\right)}{1+\left(\omega_e \tau_e\right)^2}, \qquad v_{e\varphi} = -b_e \frac{E_\varphi - u_1 B_\rho + \omega_e \tau_e E_z}{1+\left(\omega_e \tau_e\right)^2},$$

где E_z и E_φ – напряжённости осевого и азимутального электрических полей; $B_\rho = B_{m1}\sin(\omega t - \alpha x)$ – основная волна индукции радиального магнитного поля, $\omega_e = eB_\rho / m = \beta_m \tau_e^{-1}(\omega t - \alpha x)$. Так как $v_{ez} = 0$, то

$$E_z = \omega_e \tau_e \left(E_\varphi - u_1 B_\rho\right), \quad v_{e\varphi} = -b_e\left(E_\varphi - u_1 B_\rho\right).$$

Можно записать

$$E_\varphi - u_1 B_\rho = \left(u - u_1\right)B_\rho = \left(u - u_1\right)B_{m1}\sin(\omega t - \alpha x),$$

где u – фазовая скорость бегущей волны внешнего поля. Тогда

$$E_z = \beta_{эф}\left(u - u_1\right)B_{эф}\left[1 - \cos 2\left(\omega t - \alpha x\right)\right],$$

где $\beta_{эф} = \beta_m / \sqrt{2}$, $B_{эф} = B_{m1}/\sqrt{2}$. Продольная ЭДС на длине канала $l = 2p\tau$ будет равна

$$e_z = 2p\int_0^\tau E_z dz = -\beta_{эф} u_1 s B_{эф} l, \quad s = \frac{u_1 - u}{u},$$

где p – число волн внешнего магнитного поля по длине канала.

Таким образом, в данном случае, когда холловский ток запрещён, между входным и выходным сечениями канала в осевом направлении действует стационарная ЭДС Холла.

Заключение. В плоском канале токи двойной частоты могут отсутствовать при наличии идеально проводящих боковых стенок; в этом случае ток нулевой частоты, протекающий вдоль канала, достигает некоторого предельного значения, а токи основной частоты меньше, чем при изотропной проводимости.

В канале коаксиальной конфигурации холловский ток отсутствует, но вдоль канала действует продольная ЭДС Холла.

ЛИТЕРАТУРА

1. Электромагнитные процессы в анизотропно электропроводной жидкости в бегущем магнитном поле / К. И. Ким, К. К. Ким, А. Ю. Панычев, Л. С. Блажко // Бюллетень результатов научных исследований. – 2021. – Вып. 2. – С. 7-14.
2. Ким, К. К. МГД-генераторы на поршневых потоках (MHD-generators on piston flows) / К. К. Ким, К. И. Ким. – М.: Маршрут, 2005. – 300 с.
3. Ким, К. И. Экспертное исследование влияния магнитного поля на неустойчивость Релея-Тейлора / К. И. Ким, К. К. Ким, С. Н. Иванов // Учёные записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. Науки о природе и технике. – 2020. – № VII-1 (47). – С. 70-74.
4. Gavrish S. V. Processes of Development and Relaxation of Plasma Channel in the Pulse-Periodic Cesium–Mercury–Xenon Discharge // Plasma physics reports. 2021. – Vol. 47. – P. 96-99. DOI.org/10.1134/S1063780X21010074.
5. Goudarzi S. and Babaee H. Results of the Preliminary Experiments with a Miniaturized Plasma Focus Device // Plasma physics reports. – 2020. – Vol. 46. – № 1. – P. 103-195. DOI.org/10.1134/S1063780X20010080.
6. Alekseev A. I., Vaulin D. N., Deshko K. I. and Chernikov V. A. Study of the Possibility to Use a Magnetoplasma Compressor for Plasma-Assisted Combustion in a High-Speed Flow // Plasma physics reports. – 2018. – Vol. 44. – № 8. – P. 766-774. DOI.org/10.1134/S1063780X18080019.
7. Jie Mao, Mingliang Jin and Chao Xu. Numerical simulation of magnetohydrodynamic laminar flow in an electrically conducting circular pipe with V-shaped strips // Plasma physics reports. – 2021. – Vol. 57. – № 1. – P. 3-16. DOI.org/10.22364/mhd.57.1.1.
8. Zhao Y., Tao J., Hong W. and Hollerbach R. Intermittency in magnetohydrodynamic Taylor-Couette flow with the free-slip top and bottom walls // Plasma physics reports. – 2020. – Vol. 56. – № 4. – P. 393-402. DOI.org/10.22364/mhd.56.4.4.

9. Guseva R. Hollerbach, Willis A. P. and Avila M. Azimuthal magnetorotational instability at low and high magnetic Prandtl numbers // Magneto hydrodynamics. – 2017. – Vol. 53. – № 1. – P. 25-34. DOI.org/10.22364/mhd.53.1.4.
10. Pyatnitskaya N. Yu., Sviridov E. V. and Razuvanov N. G. Experimental study of liquid metal heat transfer in a vertical heated channel affected by a coplanar magnetic field // Magneto hydrodynamics. – 2016. – Vol. 52. – № 1/2. – P. 171-180. DOI.org/10.22364/mhd.52.1.20.
11. Kim K. K., Karpova I. M. A magnetogasdynamic model of a welding arc // Russ. Electr. Engin. – 2016. – № 87. – P. 46-50. DOI.org/10.3103/S1068371216010053.
12. Kim K. K., Spichkin G. L., Chistov E. K., Groshev G. M., Kotenko A. G., Kostrominov A. M. A plasma device for increasing the hydrophilicity of paper products // Russ. Electr. Engin. – 2017. – T. 88. – № 10. – P. 657-660. DOI.org/10.3103/S106837121710008X.
13. Kim K. K., Ivanov S. N. Formation and study of coatings from composite material for special electrical devices. 14th International Conference on Films and Coatings IOP Conf. Series // Journal of Physics: Conf. Series. – 2019. – Vol. 1281. – 012034, IOP Publishing. DOI.org/10.1088/1742-6596/1281/1/012034.
14. Ivanov S. N., Pashenko F. F., Amosov O. S. The synthesis of the control system of electromechanical converters // Sensors & Systems. – 2006. – № 8. – P. 18-24.
15. Кузнецов, А. А. Об определении показателей достоверности и возможностей контроля количественного состава материалов (About determining the reliability indicators and the possibilities of controlling the quantitative composition of materials) / А. А. Кузнецов, О. Б. Мешкова // Омский научный вестник. – 2009. – № 2. – С. 180-184.