Ким К. И., Ким К. К., Иванов С. Н.
K. I. Kim, K. K. Kim, S. N. Ivanov

КРИТЕРИИ УСТОЙЧИВОСТИ РЕЖИМА САМОВОЗБУЖДЕНИЯ АСИНХРОННОГО ЖИДКОМЕТАЛЛИЧЕСКОГО МАГНИТОГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО ГЕНЕРАТОРА

CRITERIA FOR THE STABILITY OF THE SELF-EXCITATION REGIME OF A LIQUID-METAL ASYNCHRONOUS MAGNETIC HYDRODYNAMIC GENERATOR

Ким Константин Иванович – доктор технических наук, профессор кафедры «Теоретические основы электротехники» Ленинградского института инженеров железнодорожного транспорта (Россия, Санкт-Петербург); Россия, 190031, Санкт-Петербург, Московский пр., д. 9; тел. 8(903)096-57-70. E-mail: kimkk@inbox.ru.
Konstantin I. Kim – Dr. Sc., Professor, Theoretical Electrical Engineering Department, Sankt-Petersburg State Transport University (Russia, Sankt-Petersburg); house 9, Moskovsky Av., Sankt-Petersburg, Russia; tel. 8(903)096-57-70. E-mail: kimkk@inbox.ru.

Ким Константин Константинович – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой электротехники и теплоэнергетики Петербургского государственного университета путей сообщения (Россия, Санкт-Петербург); Россия, 190031, Московский пр., д. 9; тел. 8(903)096-57-70. E-mail: kimkk@inbox.ru.
Konstantin K. Kim – Dr. Sc., Professor, Trinity College, Cambridge University, Great Britain. Proffesor, Dr.habil.ing.; member of IEEE, NYAS, EANS Head of Theoretical Electrical Engineering Department, Sankt-Petersburg State Transport University (Russia, Sankt-Petersburg); house 9, Moskovsky Av., Sankt-Petersburg, Russia; tel. 8(903)096-57-70. E-mail: kimkk@inbox.ru.

Иванов Сергей Николаевич – доктор технических наук, профессор кафедры электромеханики Комсомольского-на-Амуре государственного университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре); 681013, Хабаровский край, г. Комсомольск-на-Амуре, пр. Ленина, 27. E-mail: ivanov.sn@email.knastu.ru.
Sergey N. Ivanov – Doctor of Technical Sciences, Professor, Electrical Engineering Department, Komsomolsk-na-Amure State University (Russia, Komsomolsk-on-Amur); 681013, Khabarovsk territory, Komsomolsk-on-Amur, 27 Lenin str. E-mail: ivanov.sn@email.knastu.ru.

Аннотация. Рассматривается режим работы асинхронного жидкометаллического МГД-генератора (АМГДГ) на нагрузку при отсутствии источника опережающей реактивной мощности, когда его вводы зашунтированы конденсаторной батареей. Излагаются аспекты расчёта установившегося режима асинхронного самовозбуждения для двух случаев: при работе генератора на активную постоянную нагрузку и на асинхронный привод. При условии пренебрежения переходными процессами в АМГДГ (правомерность этого обусловлена малостью постоянных времени по сравнению с механической постоянной времени, обусловленной инерцией потока жидкого металла) для указанных случаев выводятся критерии устойчивости самовозбуждения по отношению к малым возмущениям.

Summary. We consider the operation regime of an asynchronous liquid metal MHD-generator (AMHDG) to the load at the absence of a source of advanced reactive power when its inputs are shunted by a capacitive bank. The aspects of calculating the steady regime of asynchronous self-excitation for two cases are described: when the generator is operating to the active constant load and to the asynchronous drive. Under the condition that we neglect the transients in the AMHDG (the validity of this condition is due to the smallness of the time constants compared to the mechanical time constant due to the inertia of the liquid metal flow) the criteria for the stability of self-excitation to small perturbations are derived for these cases.

Ключевые слова: асинхронный жидкометаллический МГД-генератор, асинхронное самовозбуждение, критерии устойчивости самовозбуждения, малые возмущения.

Key words: asynchronous liquid metal MHD generator, asynchronous self-excitation, self-excitation stability criteria, small perturbations.

УДК 621.313.12

Рассмотрим случай работы асинхронного жидкометаллического МГД-генератора (АМГДГ) на нагрузку при отсутствии источника опережающей реактивной мощности, когда его вводы зашунтированы конденсаторной батареей. Известно, что в этом случае при определённых значениях параметров данной системы и скорости жидкого металла возможен установившийся режим самовозбуждения генератора.

С позиций понятий теории электрических машин [1; 2] самовозбуждение АМГДГ следует рассматривать как асинхронное, так как бегущее магнитное поле статора, обусловленное полем его остаточного намагничивания, имеет меньшую скорость (которая определяется параметрами системы), чем жидкометаллический поток. В связи с этим по отношению к указанному полю наблюдается генераторный режим, при котором кинетическая энергия жидкометаллического потока преобразуется в электрическую, которая и потребляется активными элементами системы. Если эта потребляемая энергия полностью покрывается за счёт генерируемой электрической энергии, то такой режим считается режимом самовозбуждения. При таком режиме амплитуда и частота тока статора не меняются с течением времени. Данный режим характеризует границу области самовозбуждения – области неустойчивой работы системы по отношению к малым возмущениям.

Рассмотрим два случая. В первом случае активное сопротивление нагрузки предполагается постоянным, а в другом – является функцией частоты тока статора и его напряжения (асинхронная нагрузка).

Установившийся режим самовозбуждения АМГДГ можно рассмотреть, используя эквивалентную схему генератора, показанную рис. 1 [4]. На рисунке использованы следующие обозначения: r_l и x_l – активное и реактивное сопротивления активной стороны витка статорной обмотки; x_m – реактанс взаимоиндукции между статорной обмоткой и жидким металлом; r_Δ – приведённое значение сопротивления фазы статорной обмотки, эквивалентной проводящему слою (толщиной Δ) стенки канала МГД-генератора; r_2 – приведённое значение фазы для жидкого металла; x_2 – реактанс рассеяния жидкого металла; s – скольжение.

Эквивалентное сопротивление в соответствии с рис. 1 равно

$$z_\text{Г} = R_\text{Г} + jX_\text{Г},$$

$$R_\text{Г} = r_l + x_m^2 r_\Delta \frac{x_2{}^2 - (r_\Delta - r_2/s)r_2/s}{(x_m x_2 + r_\Delta r_2/s)^2 + (r_\Delta X_2 - x_m r_2/s)^2},$$

$$X_\text{Г} = x_l + x_m r_\Delta{}^2 \frac{x_2 X_2 + (r_2/s)^2}{(x_m x_2 + r_\Delta r_2/s)^2 + (r_\Delta X_2 - x_m r_2/s)^2},$$

где $X_2 = x_m + x_2$; $s = u_1/(u-1)$, здесь u_1 – скорость жидкого металла; u – скорость бегущего поля.

Тогда электрическая схема рассматриваемой системы получает вид, показанный на рис. 2. На этой схеме X_C – сопротивление конденсаторной батареи, $z_\text{н} = R_\text{н} + jX_\text{н}$ – сопротивление нагрузки.

Установившийся режим самовозбуждения соответствует резонансу в схеме рис. 2.

Отсюда следуют два уравнения, которыми определяется указанный режим:

$$R_\text{Н}\,|z_\text{Г}|^2 + R_\text{Г}\,|z_\text{Н}|^2 = 0, \tag{1}$$

$$\frac{X_\text{Н}\,|z_\text{Г}|^2 + X_\text{Г}\,|z_\text{Н}|^2}{(R_\text{Г}+R_\text{Н})^2 + (X_\text{Г}+X_\text{Н})^2} - X_0 = 0, \tag{2}$$

где

$$|z_\text{Г}|^2 = R_\text{Г}{}^2 + X_\text{Г}{}^2, \quad |z_\text{Н}|^2 = R_\text{Н}{}^2 + X_\text{Н}{}^2.$$

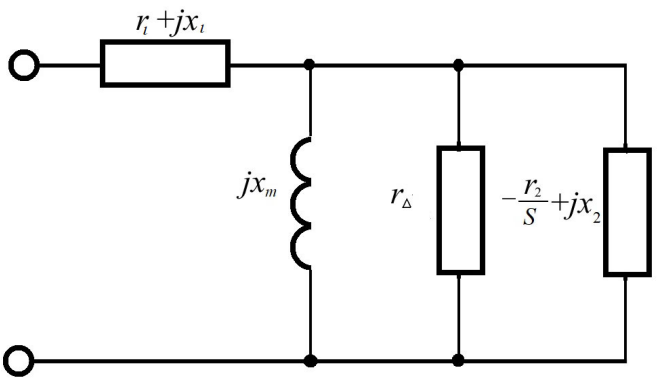

Рис. 1. Эквивалентная схема генератора в установившемся режиме самовозбуждения

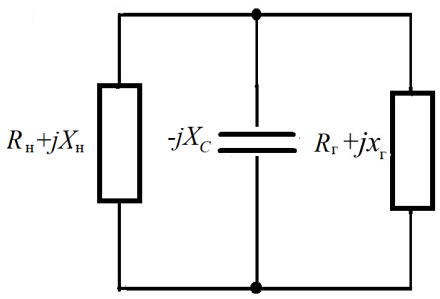

Рис. 2. Схема замещения

Выражения (1) и (2) нужно дополнить уравнением импульсов, действующих на жидкий металл. Данное уравнение можно записать следующим образом:

$$m\frac{du_1}{dt} = F_+ + F_- , \tag{3}$$

где m – масса жидкого металла в объёме канала; F_+ – сила, соответствующая полной гидравлической мощности МГД канала, F_- – тормозящая сила в канале. Сила F_+ выражается через давление $p_Н$ и $p_К$ в начале и конце канала и его поперечное сечение S:

$$F_+ = (p_Н - p_К)S .$$

Данную силу выразим следующим образом:

$$F_+ = F_0(1 - k'_0 u_1) , \quad F_0 = \text{const} , \quad k'_0 = \text{const} .$$

Сила F_- равна

$$F_- = F_+ + F_э , \; F_Т = F_+ + F_- ,$$

где $F_Т$ – сумма сил трения жидкого металла о стенки канала и об изоляционные перегородки в концевых зонах, $F_Т = -k'_Т u_1^2$, здесь $k'_Т$ – коэффициент, определяемый по известным формулам гидравлики; $F_э$ – электромагнитная сила, отвечающая электромагнитной мощности и мощности джоулевых потерь в канале без эффекта ограниченности его ширины,

$$F_э = -\frac{3}{2}\frac{x_m^2 \alpha s}{r_2[(x_m r_\Delta^{-1} - x_m r_2^{-1} s)^2 + 1]\omega}\frac{U_m^2}{|z_Г|^2} , \quad \alpha = \frac{\pi}{\tau} ,$$

где τ – полюсное деление; ω – циклическая частота напряжения статора.

Уравнение (3) запишем в виде уравнения моментов, для этого его умножим на $1/\alpha = \tau/\pi$. Имеем

$$J_1\frac{d\omega_1}{dt} = M_0(1 - k_0\omega_1) - k_t\omega_1^2 - M_Г , \tag{4}$$

где J_1 – момент инерции; $M_0 = F_0/\alpha$; $k_0 = k'_0/\alpha$; $k_t = k'/\alpha^2$; $M_Г = F_э/\alpha$. Параметры в (1), (2) и (4) требуется привести к некоторой фиксированной частоте ω_0, в качестве которой можно взять синхронную частоту. Также введём следующие обозначения:

$$v_i = \omega_1/\omega_0 , \quad v = \omega/\omega_0 , \quad x = x^{(0)}v , \quad s = (v_1 - v)/v ,$$

где $x^{(0)} = \text{const}$ – индуктивное сопротивление при частоте ω_0^*. Тогда (1), (2) и (4) можно записать следующим образом:

$$R_{\text{Н}} \mid z_{\Gamma}(v_1, v)|^2 + R_{\Gamma}(v_1 v) \mid z_{\text{Н}}|^2 = 0, \tag{5}$$

$$\frac{X_{\text{Н}} \mid z_{\Gamma}(v_1 v) \mid^2 + X_{\Gamma}(v_1 v) \mid z_{\text{Н}} \mid^2}{[R_{\Gamma}(v_1, v) + R_{\text{Н}}]^2 + [X_{\Gamma}(v_1, v) + X_{\text{Н}}]^2} - X_c^{(0)}(v) = 0, \tag{6}$$

$$J_1^{(0)} \frac{dv_1}{dt} = M_0(1 - k_0^{(0)} v_1) - k_{\text{Т}}^{(0)} v_1^2 - M_{\Gamma}(v_1, v, U_m), \tag{7}$$

$$J_1^{(0)} = J_1 \omega_0, \;\; k_0^{(0)} = k_0 \omega_0, \;\; k_{\text{Т}}^{(0)} = k_{\text{Т}} \omega_0^2.$$

Рассмотрим установившийся режим самовозбуждения АМГДГ при $R_{\text{Н}} = \text{const}$, $X_{\text{Н}} = 0$. В этом случае в уравнениях (5) – (7) необходимо предположить $J_1^{(0)} = 0$. Величины v_1 v и U_m являются неизвестными, если считать заданным ёмкостное сопротивление $X_c^{(0)}$. Но в действительности $X_c^{(0)}$ необходимо выбирать. Это требует наличия ограничения, которое будет заключаться в требовании незначительности скольжения генератора в установившемся режиме и самовозбуждения, т.е. из потенциально возможных значений скольжения необходимо выбирать наименьшее. Это позволяет допустить $r_{\Delta} = \text{const}$, т. к. r_{Δ} зависит от $(1+s)^2$ [5].

Связь между частотами v_1 и v даётся уравнением (5). Понятно, что данные величины будут вещественными и положительными. Зависимостей $v_1 = \varphi_v(v)$, при которых удовлетворяется (5), может быть несколько. Например, как показано на рис. 3, четыре кривых (1 – 4) $v_1 = \varphi_v(v)$ соответствуют случаю: $x_m^{(0)} = 0{,}475$ Ом, $x_l^{(0)} = 0{,}113$ Ом, $r_2 = 0{,}0211$ Ом, $r_{\Delta} = 1$ Ом, $R_{\text{Н}} = 0{,}02$ Ом. Верхний индекс (0) означает, что параметр приведён к частоте ω_0.

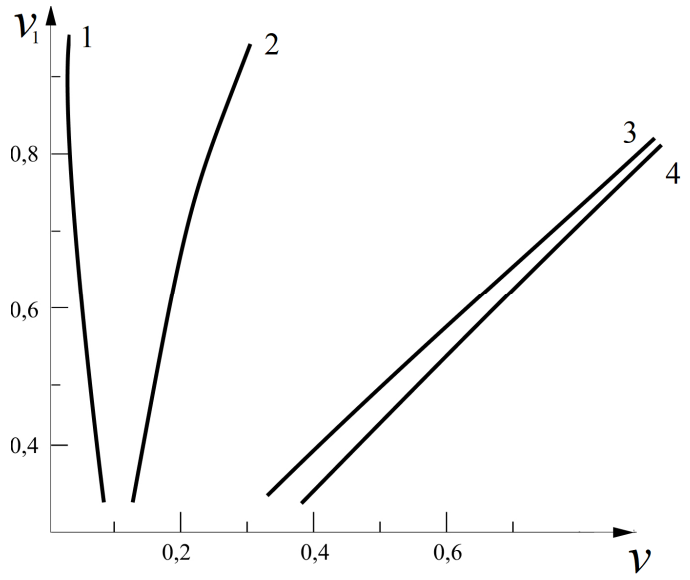

Рис. 3. Зависимость между частотами v_1 и v

Если изменить значение $R_{\text{Н}}$, оставляя неизменными остальные параметры генератора, то количество этих зависимостей тоже изменится. Особо отметим, что типов кривых $v_1 = \varphi_v(v)$ может быть два в зависимости от знака dv_1 / dv.

Вполне конкретное значение $X_c^{(0)}$ соответствует каждой паре ν_1 и ν, относящихся к одной и той же кривой $\nu_1 = \varphi_\nu(\nu)$. По уравнению (6) можно определить $X_c^{(0)}$, значения которого приведены на рис. 4. Нумерация кривых совпадает с рис. 3. Разрывам между отдельными кривыми соответствует $X_c^{(0)}$, при которых и указанных выше параметрах системы режим установившегося самовозбуждения принципиально невозможен.

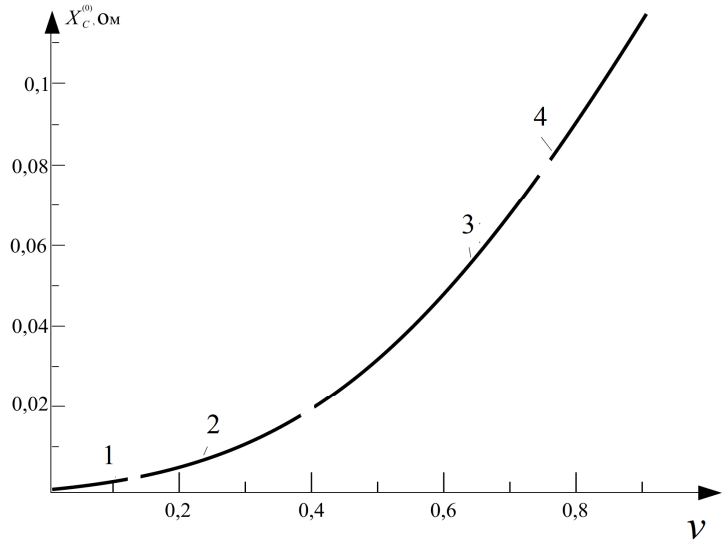

Рис. 4. График для нахождения $X_c^{(0)}$

Напряжение генератора рассчитывается по уравнению (7).

На рис. 5 приведены значения напряжения, соответствующие кривым на рис. 3 и 4. Отметим, что знак у производной $dU_m / d\nu$ *может быть как положительным, так и отрицательным.*

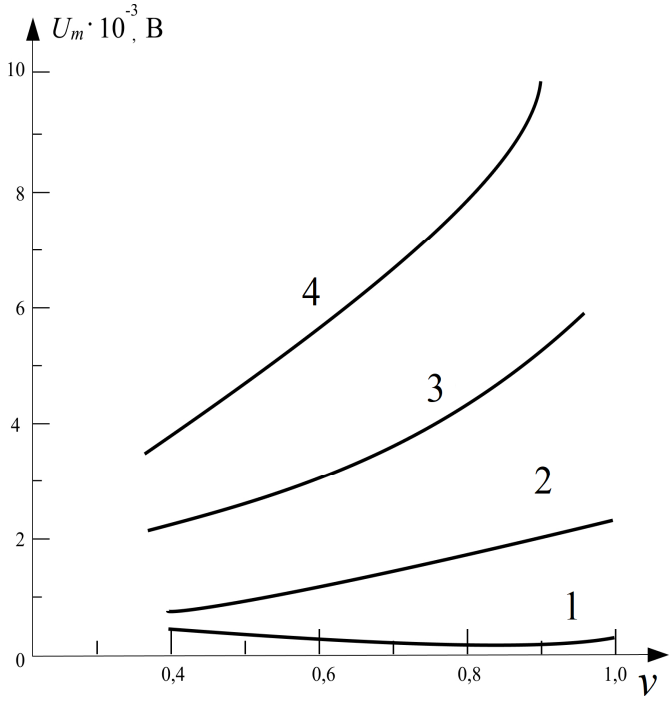

Рис. 5. Зависимость напряжения от частоты

Вероятные режимы самовозбуждения описываются уравнениями (5) – (7), которые требуется проверить на устойчивость к малым возмущениям. При исследовании этого вопроса в целях упрощения будем пренебрегать переходными электромагнитными процессами в генераторе. Это стало возможным из-за предположения, что постоянные времени данных процессов можно считать малыми по сравнению с механической постоянной времени, обусловленной инерционными свойствами жидкометаллического потока.

Допустим, что нижеперечисленные величины получили малые возмущения (Δv_1, Δ_v, ΔU_m), тогда

$$v_i = v_{10} + \Delta_{vi}, \quad v = v_0 + \Delta v, \quad U_m = U_{m0} + \Delta U_m, \tag{8}$$

где v_{10}, v_0, U_{m0} – невозмущённые значения.

Если подставить (8) в (7), можно получить следующие соотношения:

$$J_1^{(0)} \frac{d}{dt}\Delta_{v1} = -(M_0 k_0^{(0)} + 2k_{\text{Т}}^{(0)} v_{10})\Delta_{v1} - \Delta M_{\Gamma},$$

$$\Delta M_{\Gamma} = \frac{\partial M_{\Gamma}}{\partial U_m}\Delta U_m + \frac{\partial M_{\Gamma}}{\partial v_1}\Delta v_1 + \frac{\partial M_{\Gamma}}{\partial v}\Delta v. \tag{9}$$

Здесь значения производных от M_{Γ} берутся в точке, соответствующей невозмущённым значениям.

Чтобы выявить связь между величинами Δv и Δv_1, ΔU_m и Δv_1, требуется исследовать зависимости $v_1 = \varphi_v(v)$, $U_m = \varphi_U(v_1)$, рассчитанные по уравнениям (5) – (7) при $J_1^{(0)} = 0$, в окрестности точки невозмущённого режима. В результате получим $\Delta U_m = k'_U \Delta v_1$, $\Delta v = k'_v \Delta_{v1}$.

Из рис. 3 и 5 видно, что коэффициенты k'_U и k'_v могут быть как положительными, так и отрицательными.

Формулу (9) можно переписать следующим образом: $\Delta M_{\Gamma} = k'_M \Delta_{v1}$, где $k'_M = \frac{\partial M_{\Gamma}}{\partial U_m} k'_U + \frac{\partial M_{\Gamma}}{\partial v_1} + \frac{\partial M_{\Gamma}}{\partial v} k'_v$. Учитывая это, можем сформулировать критерий устойчивости режима самовозбуждения в виде

$$M_0 k_0^{(0)} + 2k_{\text{Т}}^{(0)} v_{10} + k'_M > 0. \tag{10}$$

Предположим, что к АМГДГ подсоединена переменная нагрузка, например, асинхронная. То есть АМГДГ работает на асинхронный двигатель, на валу которого действует некоторый переменный момент сопротивления $M_{\text{С}}$. Тогда параметры нагрузки и относительную частоту вращения ротора асинхронного двигателя в (5) и (6) можно выразить следующим образом: $R_{\text{Н}} = R_{\text{Н}}(v, v_2)$, $X_{\text{Н}} = X_{\text{Н}}(v, v_2)$, $v_2 = \omega_2 / \omega_0$, где ω_2 – частота вращения ротора асинхронного двигателя.

Уравнение вращательного движения ротора асинхронного двигателя выглядит следующим образом:

$$J_2^{(0)} \frac{dv_2}{dt} = M_{\text{Д}} - M_{\text{С}}, \tag{11}$$

где $J_2^{(0)} = J_2 \omega_0$ (J_2 – момент инерции привода); $M_{\text{Д}}$ – электромагнитный момент двигателя, $M_{\text{Д}} = M_{\text{Д}}(v, v_2, U_m)$.

Таким образом, уравнениями (5) – (7) и (11) (при $J_1^{(0)} = J_2^{(0)} = 0$) описывается установившийся режим самовозбуждения генератора, при котором $v_1 > v > v_2$, $U_m > 0$, v_2 – неотрицательное число.

Первый критерий устойчивости (10) остаётся в силе, а второй критерий необходимо сформулировать.

Если уравнение (11) записать для значений возмущённых величин, получим

$$J_2^{(0)} \frac{d}{dt} \Delta v_2 = \Delta M_{\text{Д}} - \Delta M_{\text{С}},$$

где $\Delta M_{\text{Д}} = \frac{\partial M_{\text{Д}}}{\partial U_m} \Delta U_m + \frac{\partial M_{\text{Д}}}{\partial v} \Delta v + \frac{\partial M_{\text{Д}}}{\partial v_2} \Delta v_2$, $\Delta M_{\text{С}} = \frac{\partial M_{\text{С}}}{\partial v_2} \Delta v_2$.

Если обозначить $\Delta M_{\text{Д}} = k''_M \Delta v_2$ и допустить, что в точке, соответствующей невозмущённым величинам (v_{10}, v_0, v_{20}, U_{m0}), $\Delta U_m = k''_U \Delta v_2$, $\Delta v = k''_v \Delta v_2$, можно найти второй критерий устойчивости:

$$k''_M - \frac{\partial M_{\text{С}}}{\partial v_2} < 0. \qquad (12)$$

Таким образом, устойчивость режима самовозбуждения определяется выполнением критериев (11) и (12).

ЛИТЕРАТУРА

1. Важнов, А. И. Основы теории переходных процессов синхронной машины / А. И. Важнов. – М.-Л.: Госэнергоиздат, 1960. – 312 с.
2. Вольдек, А. А. Индукционные магнитогидродинамические машины с жидкометаллическим рабочим телом / А. А. Вольдек. – Л.: Энергия, 1970. – 272 с.
3. Ким, К. И. Экспертное исследование влияния магнитного поля на неустойчивость Релея-Тейлора / К. И. Ким, К. К. Ким, С. Н. Иванов // Учёные записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. Науки о природе и технике. – 2020. – № VII-1 (47). – С. 70-74.
4. Ким, К. К. Групповое свойство уравнений индукции для сплошной среды с нелинейной электропроводностью МГД-генератора / К. К. Ким // Вестник инж. электромехаников ж.-д. трансп. Самар. гос. акад. путей сообщ. – 2003. – № 1. – С. 433-443.
5. Ким, К. К Расчёт мощности устройства формирования поршневых потоков жидкого металла МГД-генератора / К. К. Ким // Вестник Петербургского государственного университета путей сообщения. – 2003. – Вып. 1. – С. 110-113.