

Х. Уламбаяр, Дмитриева Т. Л.
Kh. Ulambayar, T. L. Dmitrieva

**АВТОМАТИЗИРОВАННОЕ ПРОЕКТИРОВАНИЕ КАРКАСНЫХ КОНСТРУКЦИЙ
С ОПТИМАЛЬНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРОГРАММНОГО
КОМПЛЕКСА «ОКАГЭ»**

**AUTOMATED DESIGN OF FRAME STRUCTURES WITH OPTIMAL PARAMETERS USING
«ОКАГЭ» SOFTWARE PACKAGE**

Хухуудэй Уламбаяр – преподаватель кафедры строительных конструкций Института строительства и архитектуры Монгольского Университета Науки и Технологии (Монголия, Улан-Батор); Бага тойруу 34, г. Улаанбаатар, проспект Сухэ-Батор. E-mail: Ulambayar_kh@yahoo.com.

Khukhuudei Ulambayar – Lecturer, of Civil Engineering, School of Civil Engineering and Architecture Department, Mongolian University of Science and Technology (Mongolia, Ulaanbaatar); Baga toiruu 34, Sukhbaatar district, Ulaanbaatar. E-mail: Ulambayar_kh@yahoo.com.

Дмитриева Татьяна Львовна – доктор технических наук, заведующий кафедрой «Механика и сопротивления материалов» Иркутского национального исследовательского технического университета (Россия, Иркутск). E-mail: dmital@ex.istu.edu.

Tatiana L. Dmitrieva – D. Sc. in Engineering, Head of Mechanics and Strength of Materials Department, Irkutsk National Research Technical University (Russia, Irkutsk). E-mail: dmital@ex.istu.edu.

Аннотация. Представлены алгоритмы и программный комплекс «ОКАГЭ», предназначенные для решения задачи оптимального проектирования металлических каркасов. Программный комплекс позволяет рассчитать геометрию конструкций с использованием типовых сечений стальных каркасов из условия минимального веса. Включает в себя полный набор проверок, рассматриваемых в российских нормах по расчёту стальных конструкций. Программный комплекс имеет графический интерфейс для обеспечения удобной коммуникации с пользователем. Представлен пример, поясняющий возможности данного ПК.

Summary. Algorithms and the «ОКАГЭ» software package designed to solve the problem of optimal design of metal frames are presented. The software package allows you to calculate the geometry of structures using standard sections of steel frames from the condition of minimum weight (material consumption). Includes a full set of checks considered in the Russian code for the calculation of steel structures. The software package has a graphical interface for easy communication with the user. An example is provided to explain the capabilities of this PC.

Ключевые слова: оптимизация, нелинейное программирование, ограничение по прочности, итерационный алгоритм, стальной каркас.

Key words: optimization, nonlinear programming, strength constraints, iterative algorithm, space steel frames.

УДК 519.85

Введение. Задачи, связанные с оптимальным проектированием геометрических параметров металлоконструкций, исследовались на протяжении многих лет [1–4].

1970-80-е годы прошлого столетия были отмечены множеством разработок, где сравнивались различные вычислительные подходы к решению задач оптимизации и осуществлялся поиск наиболее эффективных и надёжных алгоритмов. В 1979 г. издана монография американских учёных Edward J. Haug и Jasbir S. Arora [5], в которой было систематизировано множество прикладных примеров оптимизации механических систем.

Теперь ясно, что единый алгоритм общего типа не может быть эффективным для всех вариантов проблемы оптимального проектирования. Тем не менее возможен поиск наиболее надёжных алгоритмов в рамках определённых классов. Так, в последние десятилетия увеличилось

использование методов и алгоритмов оптимизации на основе стохастических подходов для оптимизации объектов того или иного типа, было опубликовано несколько полноценных обзорных статей [6–8].

Очевидно, что решение задач оптимизации конструкций связано с автоматизацией алгоритмов и выполняется на основе программных комплексов. До второй половины XX в. методы оптимизации не имели широкого применения именно потому, что практическое их использование требовало огромной вычислительной работы, которую без ЭВМ реализовать практически невозможно. На 60-е годы прошлого века приходится начало многочисленных программных разработок, которые смогли реализовать достаточно сложные задачи синтеза несущих элементов зданий и сооружений. Описанию программ оптимизации стальных конструкций посвящены публикации отечественных и зарубежных авторов [9–12]. В этом ряду можно отметить российские программные разработки по оптимальному проектированию плоских стальных рам [13; 14], стальных пространственных каркасов [15; 16; 17] и ферм [18; 19].

С ростом вычислительных мощностей ЭВМ стало возможно оптимизировать большемерные строительные объекты со значительным числом варьируемых параметров и их сложными взаимосвязями между собой. Отметим лишь некоторых из них [20; 21; 23; 24].

В последнее время всё более пристальное внимание уделяется связыванию автоматизации в построении модели проектной задачи и автоматической настройке на методы численной оптимизации как способу преодоления препятствий, затрудняющих использование этих методов в практике проектирования. Инструментарий описанного в этой статье программного комплекса (ПК) «ОКАГЭ» направлен именно на такой подход. Целью статьи является иллюстрация эффективности этого ПК путём решения известного тестового примера оптимизации 72-стержневой четырёхэтажной каркасной конструкции.

Постановка задачи оптимального проектирования конструкций. Поставим проблему оптимизации как задачу поиска минимума расхода материала проектируемых конструкций с учётом всех нормативных требований по прочности и жёсткости. Её постановка в форме задачи нелинейного программирования следующая:

найти

$$\min f(x), \quad x \in E^{nx}, \quad (1)$$

при ограничениях

$$g_j(x) \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, m, \quad (2)$$

$$x_i^L \leq x_i \leq x_i^U, \quad i = 1, 2, \dots, nx, \quad (3)$$

где $f(x)$ – функция цели от параметров x , которая минимизирует объём (вес) конструкции. Функции ограничений $g_j(x)$ включают ограничения на состояние конструкции. Параметрические ограничения $\{x^L\}$, $\{x^U\}$ определяют интервал поиска.

Задача (1) – (3) решается на основе методов, использующих функцию Лагранжа F_L и две её модификации F_P и F_M :

$$F_L = f(x) + \{Y\}^T [\delta] \{g\}, \quad (4)$$

$$F_P = k_f F_L + 0,5 \{g\}^T [\delta] [k] \{g\} + 0,5 k_f \{Y\}^T ([\delta] - [I]) \{\Delta Z\}, \quad (5)$$

$$F_M = k_f F_L (1 - \tau) - 0,5 \tau \left\{ \frac{\partial F_L}{\partial x} \right\}^T \left\{ \frac{\partial F_L}{\partial x} \right\}, \quad (6)$$

где $\{Y\}$ – вектор двойственных параметров. В выражения входят коэффициенты k_f , k , τ , оказывающие влияние на сходимость алгоритмов, ΔZ – величина сдвига экстремума функции F_P относительно границы допустимой области. Описание этих функций можно найти в работе [21].

Метод прямого поиска. Метод основан на итерационном алгоритме решения задачи (1) – (3), где использована только функция $F_P(x, y)$. Экстремум этой функции по x совпадает с

экстремальной точкой функции Лагранжа F_L . Нахождение оптимальных параметров сводится к задаче на максимум:

$$\max_{y \in E^m} \min_{x \in E^n} F_p(x, y).$$

Наиболее устойчивым является вариант этого алгоритма, когда прямые переменные на итерации t определяются из условия минимизации функции F_p :

$$\begin{aligned} \{X\} &\in \text{Arg min } F_p(X^t, Y^t); \\ \{X^L\} &\leq \{X\} \leq \{X^U\}, \end{aligned} \quad (7)$$

а двойственные – из равенства условия стационарности по X функции Лагранжа F_L (4) и функции F_p (5):

$$y_j^{t+1} = \max \left(y_j^t + \frac{k_{jj}^t}{k_f^t} g(x^{t+1}) \right).$$

Метод обозначен авторами как «прямой», поскольку основное время поиска экстремума на итерации t здесь связано с решением задачи (7) по определению прямых переменных X .

Комбинированный метод поиска. В качестве альтернативного предложен алгоритм, где используются функции (5) и (6).

Вектор $\{X^{t+1}\}$ определяется также по выражению (5), а переменные Y находятся максимизацией функции F_M :

$$\begin{aligned} \{Y^{t+1}\} &\in \text{Arg max } F_M(X^t, Y^t); \\ Y &\in E^m. \end{aligned} \quad (8)$$

После подстановки в выражение (8) функции Лагранжа F_L приравняем нулю производную этого выражения по Y , в результате чего придём в системе линейных алгебраических уравнений относительно вектора Y :

$$[W]\{\bar{Y}\} = \{P\},$$

где $[W]$ – квадратная матрица размером $(m^* \times m^*)$, здесь m^* – число потенциально активных ограничений (обозначены с надчерком). Таким образом, $\{\bar{Y}\}$ – редуцированный до размерности m^* искомый вектор двойственных переменных.

Матрица $[W]$ и вектор правых частей формируются через производные от функций ограничений и целевой функции по x :

$$\begin{aligned} W_{ij} &= \left\{ \frac{\partial \bar{g}_i}{\partial X} \right\}^T \left\{ \frac{\partial \bar{g}_j}{\partial X} \right\}, \\ P_i &= -k_f \left\{ \frac{\partial \bar{g}_i}{\partial x} \right\}^T \left\{ \frac{\partial f}{\partial x} \right\} + \frac{(1-\tau)}{\tau} g_i. \end{aligned}$$

Метод может быть хорошо встроен в поисковый алгоритм НЛП для случаев, когда решение в прямых переменных X выходит за пределы допустимой области и может быть «сдвинуто» на границу этой области. Определение двойственных переменных на двух соседних итерациях при этом не является взаимозависимым, как в прямом методе.

Программный комплекс «ОКАГЭ». На основе вышеизложенных алгоритмов авторами разработан программный комплекс «ОКАГЭ» (зарегистрирован в Реестре программ для электронных вычислительных машин в 2020 г). Он позволяет решать задачи оптимизации

стальных каркасов (в том числе содержащих гофроэлементы [22]), а также исследовать НДС этих конструкций в статической постановке.

Структура программного комплекса. ПК имеет простой, удобный, интуитивно понятный интерфейс, который состоит из главного окна, где реализованы вкладки «Данные», «Параметры» и «Назначить», а также дополнительного окна для модуля «Применить».

В структуре программного комплекса предусмотрено выполнение следующих трёх основных функций (см. рис. 1 и 2): «Функция 1» – ввод исходных данных; «Функция 2» – обработка данных и расчёт (программа); «Функция 3» – вывод результатов.

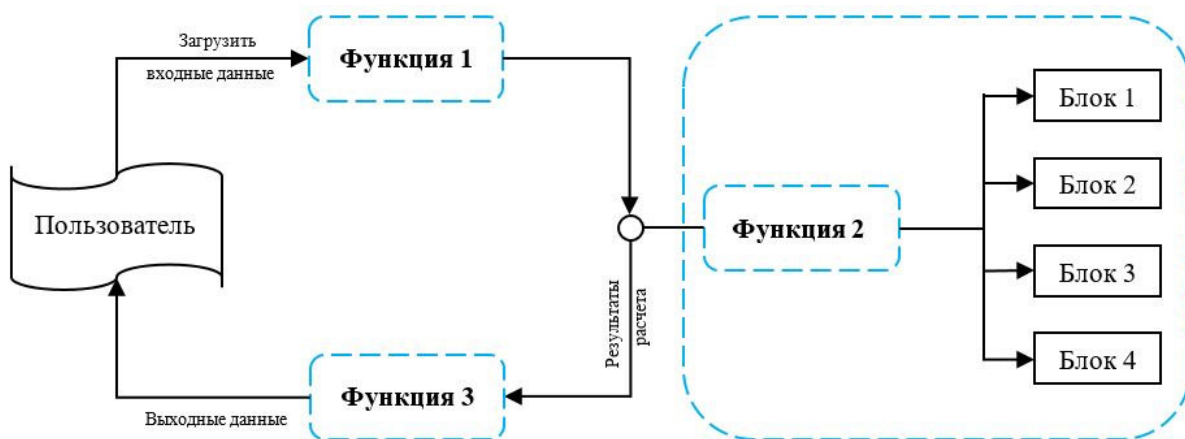


Рис. 1. Общая структура ПК «ОКАГЭ»

На рис. 3 показано окно ввода данных ПК «ОКАГЭ». Разработаны редакторы ввода, где задаются физические и геометрические параметры конструкции. Результаты представлены как текстовые и графические и выводятся в специальные файлы.

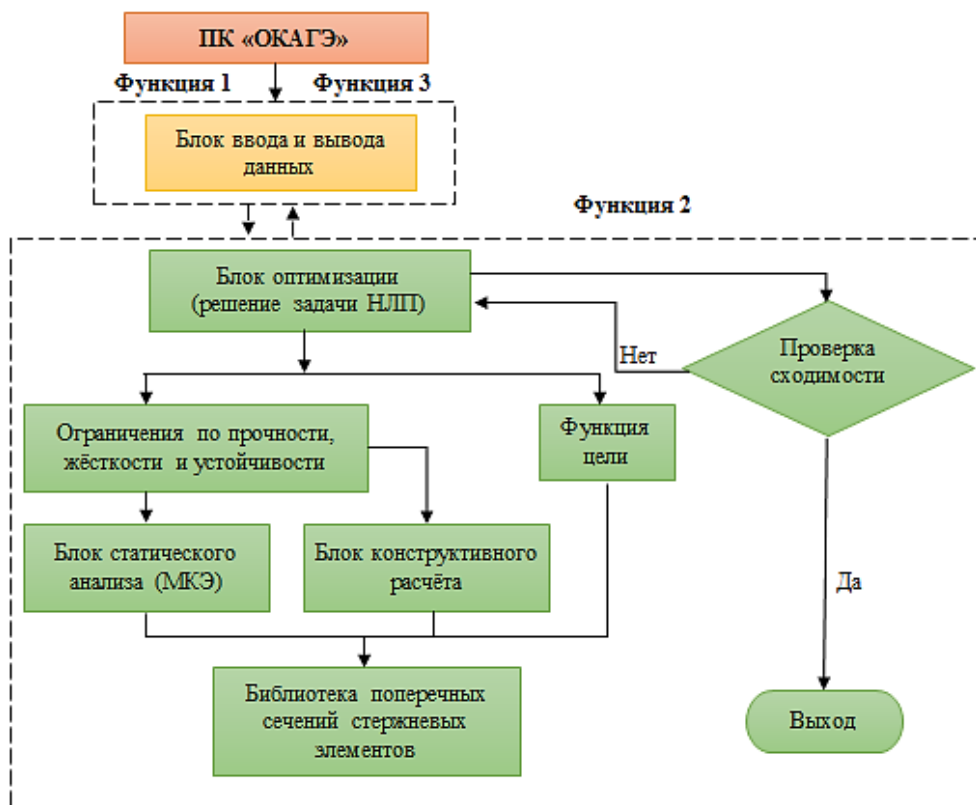


Рис. 2. Взаимосвязь основных функций программы «ОКАГЭ»

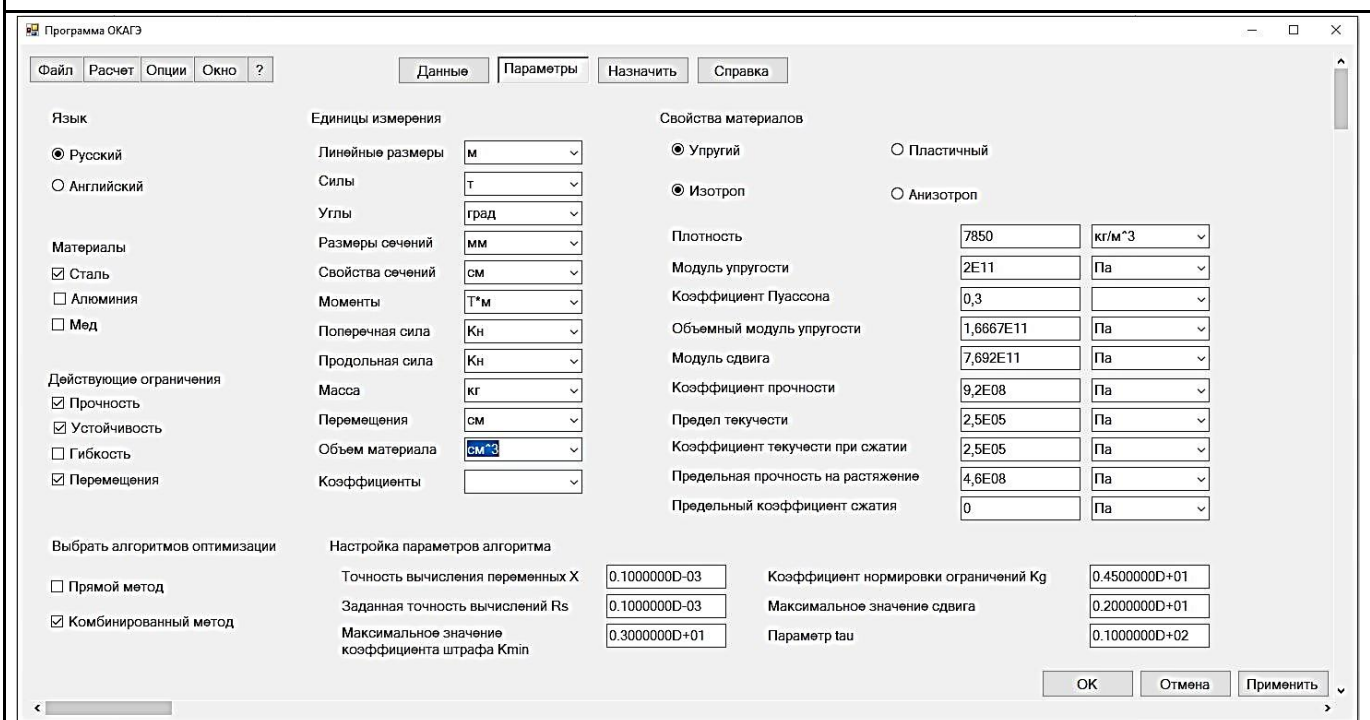


Рис. 3. Окно выбора параметров расчёта для программы «ОКАГЭ»

На функциональность программ существенное влияние оказывает задание некоторых параметров, регламентирующих кривизну функций (5), (6), и их настройка имеет большое значение. В данном ПК эти параметры задаются по умолчанию, но возможно их редактирование на диапазонах, которые предлагаются пользователю согласно инструкции.

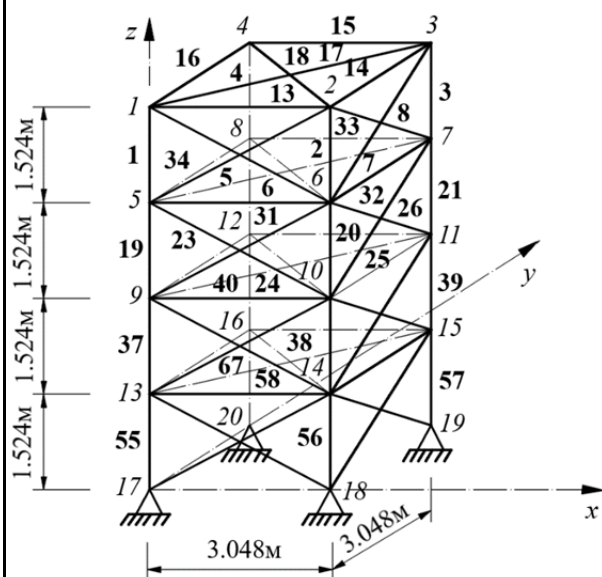


Рис. 4. Расчётная схема стержневой четырёхэтажной каркасной конструкции

элементов; A_k , l_k – соответственно площадь поперечного сечения и длина k -го элемента; ρ – плотность материала.

Функции ограничений представлены в следующем виде:

1. Проверка на прочность i -й группы конструкции:

Апробация и эффективность ПК «ОКАГЭ». ПК «ОКАГЭ», описанный выше, был верифицирован путём решения тестовой задачи оптимизации 72-стержневой конструкции (см. рис. 4) [23; 24].

Исходные данные: $E = 6897.1 \text{ кН/см}^2$; $\rho = 0.2768 \cdot 10^{-4} \text{ кН/см}^3$; $\mu = 0.33$.

Приняты 2 случая загрузки:

– первый: $P_1 = 22.25 \text{ кН}$ в положительном направлении x и y и отрицательном направлении z в узле 1;

– второй: $P_2 = 22.25 \text{ кН}$ в отрицательном направлении по оси z в узлах 1, 2, 3 и 4.

Назначено 16 групп поперечных сечений. Варьировались площади поперечных сечений в каждой группе, т.е. всего 16 варьируемых параметров, приведённых в табл. 1.

Целевая функция $f(x)$ представляет собой вес конструкции: $f = \sum_{k=1}^m \rho A_k l_k$, где $m = 72$ – число

$$g_j(x) = \frac{|N_i^{ip}|}{[\sigma]x_i} - 1 \leq 0, \quad i = 1, 2, \dots, 16; \quad ip = 1, 2; \quad j = i \cdot ip,$$

где x_i – варьируемый параметр (площадь элементов в i -й группе); $N_i^{ip}(x)$ – расчётное продольное усилие для элементов i -й группы; ip – номер загрузки; $[\sigma] = 172.4$ МПа – допустимые напряжения. В качестве расчётного принималось усилие для наиболее нагруженного (базового) элемента в каждой группе.

Таблица 1

Искомые параметры варьирования

1	2	3	4	5	6	7	8
A ₁ :A ₄	A ₅ :A ₁₂	A ₁₃ :A ₁₆	A ₁₇ :A ₁₈	A ₁₉ :A ₂₂	A ₂₃ :A ₃₀	A ₃₁ :A ₃₄	A ₃₅ :A ₃₆
9	10	11	12	13	14	15	16
A ₃₇ :A ₄₀	A ₄₁ :A ₄₈	A ₄₉ :A ₅₂	A ₅₃ :A ₅₄	A ₅₅ :A ₅₈	A ₅₉ :A ₆₆	A ₆₇ :A ₇₀	A ₇₁ :A ₇₂

2. Проверка на смещение узлов 1, 2, 3 и 4 по направлению осей x, y :

$$g_{iu}(x) = \frac{u_i^{ip}(x)}{[\Delta]} - 1 \leq 0, \quad i = 1, 2, 3, 4; \quad ip = 1, 2; \quad iu = 32 + i \cdot ip;$$

$$g_{iv}(x) = \frac{v_i^{ip}(x)}{[\Delta]} - 1 \leq 0, \quad i = 1, 2, 3, 4; \quad ip = 1, 2; \quad iv = 40 + i \cdot ip,$$

где u_i^{ip}, v_i^{ip} – смещение узла i по оси x, y в результате загрузки ip . Предельная величина смещения $[\Delta] = \pm 6.35$ мм. Число ограничений этого вида равно 16.

Всего в задаче получено 48 ограничений.

Нижнее параметрическое ограничение на площади элементов – 0.64516 см^2 .

Требуется подобрать площади сечений четырёхэтажной каркасной конструкции на заданном непрерывном интервале путём минимизации её объёма при условии выполнения требований по прочности и жёсткости.

Построение исходной модели. Координаты узлов и топология конструкции считывались из Excel-файла с учётом регулярной структуры конструкции по этажам.

Исходные значения площадей элементов каждой группы (X_0) приняты 4 см^2 .

На основании анализа начального проекта конструкции взяты следующие базовые (наиболее нагруженные) элементы для каждой группы, приведённые в табл. 2.

Таблица 2

Перечень базовых элементов для каждой группы

№ группы	1	2	3	4	5	6	7	8
Элемент	1	6	13	17	21	23	31	36
№ группы	9	10	11	12	13	14	15	16
Элемент	39	44	50	54	57	59	68	72

Задача решена с использованием двух описанных выше прямого и комбинированного методов модифицированных функций Лагранжа. Оптимальное решение считалось достигнутым при выполнении следующих условий: а) разность в значениях искомых параметров на двух соседних итерациях не превышала заданного допуска; б) значения ограничительных функций получены в пределах заданных погрешностей.

Результаты расчёта. Активными были: ограничение $g_{17} = -0.581637 \cdot 10^{-3}$ по прочности в элементе 1 при втором случае загрузки; ограничения $g_{33} = g_{34} = -0.282414 \cdot 10^{-3}$ на перемещение узла 1 в направлении осей x и y в первом случае загрузки.

Расчёт прямым и комбинированным методами дал близкие значения. Чуть лучшую сходимость по времени счёта показал комбинированный метод, хотя значение целевой функции здесь на 1,8 % больше, чем в прямом методе. Для сравнительного анализа приведём график сходимости целевой функции на итерациях с разных начальных точек (см. рис. 5).

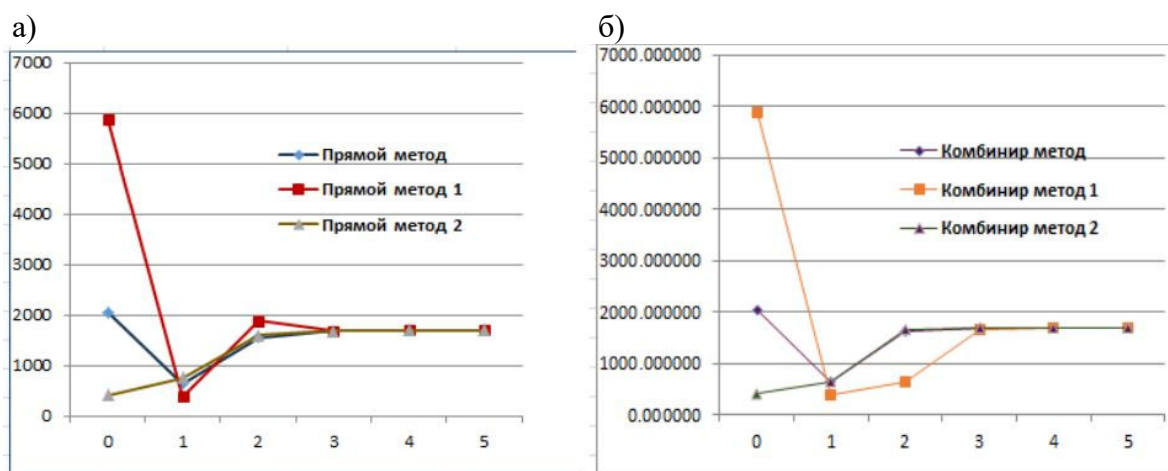


Рис. 5. Графики сходимости на итерациях: а – метод прямого поиска; б – комбинированный метод

Покажем таблицу, где даётся сравнение с результатами других авторов (см. табл. 3).

Таблица 3

Сравнение полученных результатов оптимизации

Группы элементов	Площади элементов, входящих в группу	Длины элементов, м	Оптимальная площадь поперечного сечения элементов группы, см ²			
			CONAP [23]	GAOS [24]	ОКАГЭ	
					Прямой метод	Комбинированный метод
1	A ₁ :A ₄	1.5240	1.0110	1.000	1.009 546 970 4	1.010 268 66
2	A ₅ :A ₁₂	3.4078	3.4654	3.5352	3.521 152 880 8	3.522 094 77
3	A ₁₃ :A ₁₆	3.0480	2.6808	3.0976	2.648 765 901 6	2.649 461 08
4	A ₁₇ :A ₁₈	4.3105	3.6822	3.3557	3.676 894 286	3.678 083 65
5	A ₁₉ :A ₂₂	1.5240	3.4122	2.9679	3.379 412 695 8	3.380 509 93
6	A ₂₃ :A ₃₀	3.4078	3.3066	3.4196	3.337 245 600 3	3.338 309 05
7	A ₃₁ :A ₃₄	3.0480	0.645 16	0.7752	0.645 16	0.645 16
8	A ₃₅ :A ₃₆	4.3105	0.645 16	1.0646	0.645 16	0.645 16
9	A ₃₇ :A ₄₀	1.5240	8.1818	7.4521	8.185 712 131 4	8.188 504 24
10	A ₄₁ :A ₄₈	3.4078	3.2983	3.7751	3.302 064 087 7	3.303 069 7
11	A ₄₉ :A ₅₂	3.0480	0.645 16	0.645 16	0.645 16	0.645 16
12	A ₅₃ :A ₅₄	4.3105	0.645 16	0.645 16	0.645 16	0.645 16
13	A ₅₅ :A ₅₈	1.5240	12.4304	11.3239	12.173 044 623	12.177 055 81
14	A ₅₉ :A ₆₆	3.4078	3.3124	3.2583	3.306 293 90	3.307 270 45
15	A ₆₇ :A ₇₀	3.0480	0.645 16	0.6775	0.645 16	0.645 16
16	A ₇₁ :A ₇₂	4.3105	0.645 16	1.0007	0.645 16	0.645 16
Число итераций			22	14	5	5
Число обращений к целевой функции			-	-	50 546	47 410
Оптимальный вес, Н			1858.657 (100 %)	1923.760 (103.5 %)	1689.1328 (90.88 %)	1689.62 (90.9 %)
Время счёта			-	-	340 с	305 с

При сравнении с двумя другими источниками получены лучшие результаты по весу оптимальной конструкции и по числу итераций, что говорит об эффективности предложенных алгоритмов и работы ПК «ОКАГЭ» в целом.

Основные выводы:

1. ПК «ОКАГЭ» позволяет решать задачи оптимизации стальных каркасов с подбором типов и размеров сечений при минимизации расхода материала.

2. Модуль «Подготовка данных» позволяет проверить геометрические и физические параметры конструкции перед сохранением в текстовый файл. В блоке статического КЭ-анализа реализован расчёт стальных рам и каркасов в статической постановке.

3. Существенное влияние на сходимость алгоритмов, заложенных в расчёте, оказывают параметры оптимизации, которые задаются пользователем согласно инструкции через модуль настройки либо принимаются по умолчанию.

4. Верификация разработанного ПК, проведённая на основе решения тестовой задачи, позволила говорить о высокой точности и достоверности результатов расчёта, а также о хорошей функциональности алгоритмов оптимизации, заложенных в данный ПК.

ЛИТЕРАТУРА

1. Sobiesczanski-Sobieski J. Multilevel structural optimization. Computer aided optimal design, NATO/ASI seminar. Vol. 3, 1986, p. 7-28.
2. Herna'ndez S. Applications of design optimization in steel and concrete industry. In: Belegundu AD, Mistree F, editors. Optimization in industry. New York: ASME; 1998. p. 81-88.
3. Свентиков, А. А. Параметрическая оптимизация висячих конструкций / А. А. Свентиков // Современные методы статического и динамического расчёта сооружений и конструкций: сборник статей. – Воронеж: ВГАСУ, 1994. – Вып. 3. – С. 46-55.
4. Долганов, А. И. К вопросу об оптимизации строительных систем по критерию надёжности / А. И. Долганов, Э. Р. Даниелов // Проблемы оптимального проектирования сооружений: сб. докладов III Всерос. семинара. В 2 т. Т. 1. – Новосибирск: НГАСУ, 2000. – С. 69-75.
5. Edward, J. H. Applied optimal design: mechanical and structural systems / J. Haug. Edward, S. A. Jasbir // Michigan: A Wiley-Interscience. – 1979. – 506 p.
6. Arora, J. S. Methods for optimization variables: a review / J. S. Arora and M. W. Huang, C. C. Hsieh // Structural Optimization. – 1994. – no. 8. – P. 69-85.
7. Алексейцев, А. В. Метод структурно-параметрической оптимизации конструктивных систем на основе эволюционного моделирования: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.17 / Алексейцев Анатолий Викторович. – Брянск, 2006. – 173 с.
8. Maute, K. An interactive method for the selection of design criteria and the formulation of optimization problems in computer aided optimal design / K. Maute, M. Rauli // C & S. – V. 82. № 1. 2004. – P. 71-79.
9. Комаров, В. А. Система тестов для программ оптимизации конструкций / В. А. Комаров, А. В. Болдырев, В. А. Зарубин // Экстремальные задачи и их приложение: тезисы докладов межгосударственной науч. конф. – Нижний Новгород: ННГУ, 1992. – С. 60-67.
10. Методы расчёта и оптимизации строительных конструкций на ЭВМ // Труды ЦНИИСК им. Кучеренко / под. ред. Н. Н. Складнева. – М.: ЦНИИСК, 1990. – 210 с.
11. Herna'ndez, S. Design optimization of steel portal frames / Santiago Herna'ndez, Arturo N. Fonta'n, Juan C. Perezza'n, Pablo Loscos // Advances in Engineering Software. – 2005. – Vol. 36. – P. 626-633.
12. Pramod, T. K. Optimization of steel portal frames using python programming / T. K. Pramod, K. K. Kiran // International Research Journal of Engineering and Technology. – 2019. – Vol. 06, issue. 02. – P. 564-569.
13. Тухфатуллин, Б. А. Оптимизация плоских стальных рам с учётом требований норм проектирования / Б. А. Тухфатуллин, Л. Е. Путьева // Вестник ТГАСУ. – 2008. – № 3. – С. 171-174.
14. Ахмадалиев, М. Алгоритм расчёта статически неопределимых ферм на ЭЦВМ методом нелинейного программирования / М. Ахмадалиев // Известия АН. – 1967. – № 1. – С. 1-8.
15. Геммерлинг, Г. А. Система автоматизированного проектирования стальных конструкций / Г. А. Геммерлинг. – М.: Стройиздат, 1987. – 210 с.
16. Ольков, Я. И. Автоматизированное оптимальное проектирование пространственных металлических стержневых конструкций (ПМСК) с использованием алгоритмов структурной оптимизации / Я. И. Ольков, А. В. Андронников // Известия вузов. Строительство. – 2003. – № 12. – С. 8-13.

17. Алехин, В. Н. Оптимальное проектирование элементов стального каркаса зданий на основе генетического алгоритма / В. Н. Алехин, А. Б. Ханина // Проблемы оптимального проектирования сооружений: Всерос. конф. – Новосибирск: НГАСУ, 2008. – С. 26-31.
18. Духовный, М. А. Применение линейного программирования к решению одной задачи строительной механики / М. А. Духовный, Г. М. Михайличенко // Строительная механика и расчёт сооружений. – 1966. – № 2. – С. 12-20.
19. Алпатов, В. Ю. Оптимальное проектирование металлических структур: дис. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / Алпатов Вадим Юрьевич. – Самара, 2002. – 260 с.
20. Математическая модель процесса деформирования элементов, изготовленных из конструкционных материалов с использованием машинного обучения / Я. Ю. Григорьев [и др.] // Учёные записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. Науки о природе и технике. – 2022. – № I-1 (57). – С. 15-23.
21. Дмитриева, Т. Л. Разработка и тестирование численных алгоритмов решения условно экстремальных задач / Т. Л. Дмитриева, Х. Уламбаяр // Учёные записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. Науки о природе и технике. – 2020. – № I-1 (41). – С. 59-72.
22. Дмитриева, Т. Л. Использование балок с гофростенкой в современном проектировании / Т. Л. Дмитриева, Х. Уламбаяр // Известия вузов. Инвестиции. Строительство. Недвижимость. – 2015. – № 4 (15). – С. 132-139.
23. Habibi AliReza. New Approximation Method for Structural Optimization // Journal of Computing in Civil Engineering. – 2012, Vol. 26, No. 2, March 1, p. 236-247.
24. Lee K. S. A new structural optimization method based on the harmony search algorithm / K. S Lee, Z. W. Geem // Computers and Structures 82(2004). P. 781-798.