

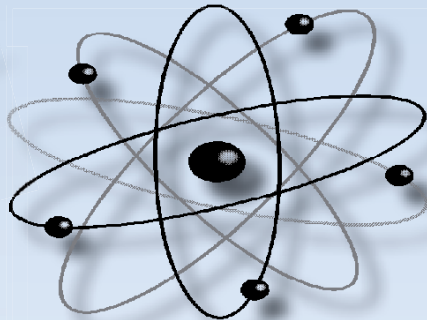
Учёные записки

ISSN 2076-4359

№ V (61)

2022

Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета



Науки о природе и технике

16+



Рукописи проходят обязательное рецензирование.
Редакция не возвращает рукописи авторам.

Журнал включен в перечень ведущих рецензируемых периодических изданий ВАК РФ

Зарегистрировано Федеральной службой по надзору за соблюдением законодательства в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций России. Свидетельство ПИ № ФС7738212 от 30.11.2009.

ISSN 2076-4359 = Učēnye zapiski Komsomol'skogo-na-Amure gosudarstvennogo tehničeskogo universiteta

Уважаемые авторы, пожалуйста, присылайте свои материалы на адрес электронной почты: journal@knastu.ru

Правила оформления материалов размещены на странице журнала «Учёные записки КНАГУ», находящейся на сайте <http://www.knastu.ru>

Материалы, оформленные с нарушением данных правил, к рассмотрению не принимаются.

Адрес учредителя и издателя:
681013, г. Комсомольск-на-Амуре,
пр. Ленина, д. 27
Телефон для справок:
+7 (4217) 24-13-48

Адрес редакции: 681013,
г. Комсомольск-на-Амуре,
ул. Комсомольская, д. 50, ауд.508
Телефон для справок:
+7 (4217) 24-13-48
Индекс журнала
в каталоге Роспечать: 66090.
Цена свободная.

© Все права на опубликованные материалы принадлежат учредителю журнала – ФГБОУ ВО «КНАГУ», при их цитировании ссылка на журнал обязательна.

Учредитель:
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Комсомольский-на-Амуре государственный университет»

Журнал основан в 2010 году

Редакционная коллегия:

Главный редактор журнала:	Алексей Иванович Евстигнеев , д-р техн. наук, проф.
Заместитель главного редактора, ответственный секретарь серии «Науки о природе и технике»:	Сергей Николаевич Иванов , д-р техн. наук, доц.
Заместитель главного редактора, ответственный секретарь серии «Науки о человеке, обществе и культуре»:	Галина Алексеевна Шушарина , канд. филол. наук, доц.
Технический редактор:	Татьяна Николаевна Карпова
Дизайн и верстка:	Оксана Вадимовна Приходченко , канд. техн. наук
Менеджер информационных ресурсов:	Иван Константинович Андрианов , канд. техн. наук

Серия: «Науки о природе и технике»

Отделы:

1. Авиационная и ракетно-космическая техника (**Сергей Иванович Феоктистов**, д-р техн. наук, проф.);
2. Энергетика (**Вячеслав Алексеевич Соловьев**, д-р техн. наук, проф.);
3. Управление, вычислительная техника и информатика (**Вячеслав Алексеевич Соловьев**, д-р техн. наук, проф., **Сергей Иванович Феоктистов**, д-р техн. наук, проф., **Сергей Николаевич Иванов**, д-р техн. наук, доц., **Николай Алексеевич Тарануха**, д-р техн. наук, проф., **Анатолий Александрович Буренин**, д-р физ.-мат. наук, член-корреспондент РАН);
4. Математика и механика (**Анатолий Александрович Буренин**, д-р физ.-мат. наук, член-корреспондент РАН);
5. Машиностроение (**Михаил Юрьевич Сарилов**, д-р техн. наук, доц., **Борис Николаевич Марьин**, д-р техн. наук, проф., **Борис Яковлевич Мокрицкий**, д-р техн. наук, доц., **Сергей Иванович Феоктистов**, д-р техн. наук, проф., **Анатолий Александрович Буренин**, д-р физ.-мат. наук, член-корреспондент РАН);
6. Металлургия и металловедение (**Владимир Алексеевич Ким**, д-р техн. наук, проф., **Олег Викторович Башков**, д-р техн. наук, доц.);
7. Флот и кораблестроение (**Николай Алексеевич Тарануха**, д-р техн. наук, проф., **Виктор Михалович Козин**, д-р техн. наук, проф.);
8. Науки о земле и безопасности жизнедеятельности человека (**Ирина Павловна Степанова**, д-р техн. наук, проф.);
9. Строительство и архитектура (**Николай Петрович Крадин**, д-р архитектуры, проф., член-корреспондент РААСН, **Олег Евгеньевич Сысоев**, д-р техн. наук, доц.).

Серия: «Науки о человеке, обществе и культуре»

Отделы:

1. Философия, социология и культурология (**Татьяна Алексеевна Чабанюк**, д-р культурологии, проф., **Виктория Юрьевна Прокофьева**, д-р филол. наук, проф., **Вера Ивановна Юдина**, д-р культурологии, доц., **Надежда Юрьевна Костюрина**, д-р культурологии, доц., **Илья Игоревич Докучаев**, д-р филос. наук, проф., **Александр Георгиевич Никитин**, д-р филос. наук, проф.);
2. Филология и искусствознание (**Олег Александрович Бузуев**, д-р филос. наук, проф.);
3. Психология и педагогика (**Татьяна Евгеньевна Наливайко**, д-р пед. наук, проф.);
4. Политология и право (**Владимир Александрович Смоляков**, д-р полит. наук);
5. История (**Жанна Валерьяновна Петрунина**, д-р ист. наук, проф.);
6. Экономика (**Геннадий Иванович Усанов**, д-р экон. наук, проф., **Елена Витальевна Кизиль**, д-р экон. наук, доц.).

Периодичность: два раза в квартал (один номер каждой серии в квартал)

**МЕЖДУНАРОДНЫЙ РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ ЖУРНАЛА
«УЧЁНЫЕ ЗАПИСКИ КОМСОМЛЬСКОГО-НА-АМУРЕ ГОСУДАРСТВЕННОГО ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА»**

СЕРИЯ: «НАУКИ О ПРИРОДЕ И ТЕХНИКЕ»

АВИАЦИОННАЯ И РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКАЯ ТЕХНИКА

ВЯЧЕСЛАВ ИВАНОВИЧ ШПОРТ, доктор технических наук

ЦУЙ СЮЙ, профессор Шеньянского аэрокосмического университета (КНР)

ЭНЕРГЕТИКА

АЛЕКСАНДР ЛООС, доктор философии, профессор Академии Грюндига в Нюрнберге (Германия)

ИШТВАН ВАЙДА, доктор технических наук, профессор, директор Института автоматики Будапештского университета технологии и экономики (Венгрия)

ШАНДОР ХАЛАС, доктор технических наук, профессор Будапештского университета технологии и экономики (Венгрия)

УПРАВЛЕНИЕ, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И ИНФОРМАТИКА

ЮРИЙ НИКОЛАЕВИЧ КУЛЬЧИН, академик РАН, доктор физико-математических наук, директор Института автоматики и процессов управления ДВО РАН

ТАКАО ИТО, доктор технических наук, профессор факультета бизнес-управления Университета Миякизи (Япония)

МАТЕМАТИКА И МЕХАНИКА

НИКИТА ФЁДОРОВИЧ МОРОЗОВ, академик РАН, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой теории упругости Санкт-Петербургского государственного университета

ВЛАДИМИР АЛЕКСЕЕВИЧ ЛЕВИН, академик РАН, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий отделом математического моделирования, механики и мониторинга природных процессов Института автоматики и процессов управления ДВО РАН

БОРИС ДМИТРИЕВИЧ АННИН, академик РАН, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий отделом механики деформируемого твёрдого тела Института гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН

МАШИНОСТРОЕНИЕ

ЭДУАРД СТЕПАНОВИЧ ГОРКУНОВ, академик РАН, доктор технических наук, профессор, директор Института машиноведения УрО РАН

АНАТОЛИЙ ИВАНОВИЧ ХОЛЬКИН, академик РАН, доктор химических наук, профессор, главный научный сотрудник Института общей и неорганической химии им. Н. С. Курнакова

СЕРГЕЙ НИКОЛАЕВИЧ ГРИГОРЬЕВ, доктор технических наук, профессор, ректор Московского государственного технологического университета «Станкин»

МЕТАЛЛУРГИЯ И МЕТАЛЛОВЕДЕНИЕ

ЕВГЕНИЙ НИКОЛАЕВИЧ КАБЛОВ, академик РАН, доктор технических наук, профессор, директор Всероссийского института авиационных материалов

КОНСТАНТИН ВСЕВОЛОДОВИЧ ГРИГОРОВИЧ, член-корреспондент РАН, доктор технических наук, профессор, заведующий лабораторией диагностики материалов Института металлургии и материаловедения им. А. А. Байкова РАН

ФЛОТ И КОРАБЛЕСТРОЕНИЕ

ЛЕОНИД АНАТОЛЬЕВИЧ НАУМОВ, член-корреспондент РАН, доктор технических наук, профессор, директор Института проблем морских технологий ДВО РАН

НАУКИ О ЗЕМЛЕ И БЕЗОПАСНОСТИ ЖИЗНЕДЕЯТЕЛЬНОСТИ

ЕВГЕНИЙ ПЕТРОВИЧ КИСЕЛЕВ, академик РАСХН, доктор сельскохозяйственных наук, профессор, ведущий научный сотрудник Дальневосточного ордена Трудового Красного Знамени научно-исследовательского института сельского хозяйства РАСХН

СТРОИТЕЛЬСТВО И АРХИТЕКТУРА

ШИ ТИЕМАО, доктор философии, профессор, проректор Шеньянского архитектурно-строительного университета (КНР)

СЕРИЯ: «НАУКИ О ЧЕЛОВЕКЕ, ОБЩЕСТВЕ И КУЛЬТУРЕ»

ФИЛОСОФИЯ, СОЦИОЛОГИЯ И КУЛЬТУРОЛОГИЯ

ДАВИД ИЗРАИЛЕВИЧ ДУБРОВСКИЙ, доктор философских наук, профессор, ведущий научный сотрудник Института философии РАН

ЮРИЙ МИХАЙЛОВИЧ СЕРДЮКОВ, доктор философских наук, профессор, профессор кафедры философии, социологии и права Дальневосточного государственного университета путей сообщения

ФИЛОЛОГИЯ И ИСКУССТВОВЕДЕНИЕ

СВЕТЛАНА ГРИГОРЬЕВНА ТЕР-МИНАСОВА, доктор филологических наук, профессор, президент факультета иностранных языков и регионоведения Московского государственного университета

ВАН ЦЗИНЬЛИН, доктор философии, профессор, директор Института международного образования Чанчуньского университета (КНР)

ПСИХОЛОГИЯ И ПЕДАГОГИКА

ЕКАТЕРИНА ИОСИФОВНА АРТАМОНОВА, доктор педагогических наук, профессор кафедры педагогики высшей школы Московского педагогического государственного университета им. В. И. Ленина

ПОЛИТОЛОГИЯ И ПРАВО

НИКОЛАЙ ЕВГЕНЬЕВИЧ МЕРЕЦКИЙ, доктор юридических наук, профессор, заведующий кафедрой уголовно-правовых дисциплин Дальневосточного государственного университета путей сообщения

ИСТОРИЯ

АЛЕКСАНДР МАНУЭЛЬЕВИЧ РОДРИГЕС-ФЕРНАНДЕС, доктор исторических наук, профессор, заведующий кафедрой новой и новейшей истории Московского педагогического государственного университета им. В. И. Ленина

ЭКОНОМИКА

АЛЕКСАНДР ЕВСТРАТЬЕВИЧ ЗУБАРЕВ, доктор экономических наук, профессор, первый проректор по стратегическому развитию и международному сотрудничеству Тихоокеанского государственного университета

Выпуск создан по материалам докладов **6-й Дальневосточной конференции с международным участием «ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ И ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ МЕХАНИКИ ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЁРДОГО ТЕЛА И ПРОГРЕССИВНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В МЕТАЛЛУРГИИ И МАШИНОСТРОЕНИИ»**, приуроченной к 75-летию члена-корреспондента РАН Анатолия Александровича Буренина.

Конференция организована Хабаровским Федеральным исследовательским центром Дальневосточного отделения Российской академии наук совместно с Комсомольским-на-Амуре государственным университетом.

**Дата и место проведения конференции:
5-7 октября 2022 г., г. Комсомольск-на-Амуре**



Буренин Анатолий Александрович

Комаров О. Н., Жилин С. Г.
ВЫДАЮЩИЙСЯ УЧЁНЫЙ-МЕХАНИК БУРЕНИН АНАТОЛИЙ АЛЕКСАНДРОВИЧ
(К 75-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ)

Комаров О. Н., Жилин С. Г.
O. N. Komarov, S. G. Zhilin

ВЫДАЮЩИЙСЯ УЧЁНЫЙ-МЕХАНИК БУРЕНИН АНАТОЛИЙ АЛЕКСАНДРОВИЧ
(К 75-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ)

OUTSTANDING MECHANICAL SCIENTIST BURENIN ANATOLIY ALEKSANDROVICH
(ON THE 75th ANNIVERSARY OF HIS BIRTH)

Комаров Олег Николаевич – кандидат технических наук, доцент, директор Института машиноведения и металлургии Дальневосточного отделения Российской академии наук (Россия, Комсомольск-на-Амуре). E-mail: olegnikolaevitsch@rambler.ru.

Oleg N. Komarov – PhD in Engineering, Associate Professor, Director of Institute of Machinery and Metallurgy, Far-Eastern Branch of Russian Academy of Sciences (Russia, Komsomolsk-on-Amur). E-mail: olegnikolaevitsch@rambler.ru.

Жилин Сергей Геннадьевич – кандидат технических наук, доцент, ведущий научный сотрудник Института машиноведения и металлургии Дальневосточного отделения Российской академии наук (Россия, Комсомольск-на-Амуре). E-mail: sergeyzhilin1@rambler.ru.

Sergey G. Zhilin – PhD in Engineering, Leading Researcher, Institute of Machinery and Metallurgy, Far-Eastern Branch of Russian Academy of Sciences (Russia, Komsomolsk-on-Amur). E-mail: sergeyzhilin1@rambler.ru.

Аннотация. 20 августа 2022 года Анатолию Александровичу Буренину исполняется 75 лет со дня рождения. Замечательный учёный, член-корреспондент и эксперт Российской академии наук, на протяжении нескольких десятилетий он является одним из лидеров отечественного направления исследований в области механики деформируемых твёрдых тел. С именем А. А. Буренина связано развитие теории больших упругопластических деформаций на Дальнем Востоке. Анатолий Александрович является автором более 200 научных работ, опубликованных в ведущих мировых изданиях по механике и прикладной математике, в том числе трёх монографий. В настоящей работе отражены основные вехи пути становления учёного, достижения, актуальность и высокая востребованность результатов научных исследований для развития отечественной науки и машиностроения.

Summary. On August 20, 2022 Anatoly Alexandrovich Burenin will be 75 years old. A. A. Burenin is a remarkable scientist, corresponding member and expert of the Russian Academy of Sciences. For decades, he has been one of the leaders of the national research in the field of mechanics of deformable solids. The name of A. A. Burenin is connected with development of the theory of large elastic-plastic deformations in the Far East. Anatoly Alexandrovich is the author of more than 200 scientific papers published in the world leading journals on mechanics and applied mathematics, including three monographs. This work reflects the main milestones of the scholar's development, achievements, relevance and high demand for the results of scientific research for the development of domestic science and engineering industry.

Ключевые слова: механика деформируемых твёрдых тел, Российская академия наук, упругость, пластичность, ударные волны, автомодельные задачи, математическое моделирование.

Key words: mechanics of deformable solids, Russian Academy of Sciences, elasticity, plasticity, shock waves, self-similar problems, mathematical modeling.

УДК 51-72

Работа выполнена в рамках государственного задания ХФИЦ ДВО РАН.

Анатолий Александрович Буренин родился 20 августа 1947 года в селе Подгорное Уваровского района Тамбовской области в простой крестьянской семье. В сложное послевоенное время на плечах подрастающего поколения сельских мальчишек лежала задача получения базовых зна-



ний, необходимых для освоения профессиональных навыков, требующихся в первую очередь для нужд села. Однако после успешного окончания в 1965 году общей средней школы посёлка Уварово (ныне город Уварово) Анатолий Александрович не остался в родном посёлке, а решил продолжить обучение на математико-механическом факультете Воронежского государственного университета имени Ленинского комсомола (ВГУ). Полученный в 1970 году диплом этого университета открыл дорогу для молодого специалиста в мир науки. Анатолий Александрович начал свою трудовую деятельность сразу после защиты диплома в качестве младшего научного сотрудника НИИ математики ВГУ и проработал в этом статусе до начала 1974 года с перерывом для прохождения службы в рядах Советской Армии.

Защита диссертации на соискание степени кандидата физико-математических наук по теме «Некоторые динамические задачи теории упругости при плоской конечной деформации» позволила А. А. Буренину, помимо научной деятельности, реализовать себя в качестве преподавателя. С этой целью в 1975 году он перешёл на педагогическую работу в Воронежский инженерно-строительный институт, где до 1987 года занимал должности старшего преподавателя, доцента, заведующего кафедрой теоретической механики и заместителя декана автодорожного факультета. Круг научных интересов этого периода деятельности во многом сопряжён с продолжением исследований в области решения задач о распространении ударных волн в упругой среде при плоской конечной деформации и публикацией ряда работ в изданиях родного вуза и журнале «Прикладная математика и механика». Ряд работ, связанных с волновыми процессами деформации при ударном нагружении упругого полупространства, опубликован в журнале «Известия АН СССР. Механика твёрдого тела» [1-5]. Заслуги Анатолия Александровича в научной деятельности в 1975 году были отмечены Почётной грамотой администрации Воронежского инженерно-строительного института.

Результативная научно-исследовательская деятельность молодого учёного не осталась незамеченной, и в 1987 году А. А. Буренин по приглашению своего учителя, известного в СССР учёного в области механики Геннадия Ивановича Быковцева, переезжает во Владивосток в качестве старшего научного сотрудника лаборатории № 93 – лаборатории механики деформируемого тела Тихоокеанского океанологического института ДВО АН СССР. Во многом благодаря инициативе академиков В. И. Ильичёва, Е. В. Золотова и В. П. Мясникова, собравших для работы в столице Приморья достаточно много известных и перспективных учёных, в 1988 году распоряжением Президиума ДВО АН СССР в Институт автоматики и процессов управления ДВО АН СССР (ИАПУ) была переведена вся лаборатория механики деформируемого твёрдого тела, которую несколько позже (в 1990 году) возглавил Анатолий Александрович.

С этого момента творчество Анатолия Александровича тесно связано с развитием на Дальнем Востоке научной школы, основанной Г. И. Быковцевым и В. П. Мясниковым, главным направлением которой является изучение процессов механики деформируемых твёрдых тел. В 1991 году А. А. Буренин в совете ИАПУ успешно защитил докторскую диссертацию на тему «Динамика упругих сред при ударных воздействиях», а в период с 1992 по 2000 год по совместительству заведовал базовой кафедрой математического моделирования и информатики Дальневосточного государственного технического университета, размещённой в стенах ИАПУ Дальневосточного отделения Российской академии наук (ДВО РАН). Руководство кафедрой в немалой степени способствовало развитию физико-математических и технических направлений наук на Дальнем Востоке. В сферу педагогических интересов А. А. Буренина входило обеспечение Дальневосточных университетов и исследовательских подразделений научными и преподавательскими кадрами, подготовленными в том числе при его непосредственном участии.

А. А. Бурениным предложено определение для обратимых и необратимых деформаций, когда для последних постулируются уравнения изменения (переноса) [6]. В рамках созданной им математической модели впервые были получены решения краевых задач теории, моделирующих технологические процессы и указывающих реологические механизмы, ответственные за упрочнение или за снижение усталостной прочности металлоконструкций [7; 8]. Практическое применение результатов исследований реализовано в технологиях обработки металлов давлением и упрочнения металлоизделий, к которым относится промышленная формовка тонкостенных круп-

ногабаритных панелей крыльев самолётов [9], обтяжка по жёсткому пуансону при изготовлении элементов фюзеляжей [10].

В период с 1995 по 2008 год Анатолий Александрович заведовал отделом механики твёрдого тела Института автоматики и процессов управления с вычислительным центром ДВО АН СССР (с декабря 1991 года – ДВО РАН). Под его руководством и при непосредственном участии проведён комплекс исследований условий существования и закономерности распространения ударных волн в деформируемых телах [11], изучены зависимости скоростей ударных волн от их интенсивности и предварительных деформаций. В результате исследований поставлены и решены автомобильные задачи динамики ударного деформирования (по соударению тел, о внедрении жёстких тел в деформируемые, о взаимодействии ударных волн между собой и с преградами), а для неавтомодельных задач были предложены приближённые методы решений.

Благодаря широкой палитре интересов А. А. Буренина появляются не только результаты исследований, связанных с моделированием различных процессов, но и описание непосредственно самих технологических операций. Так, в 2002 и 2006 годах А. А. Буренин стал одним из авторов двух патентов Российской Федерации на изобретения и патента на полезную модель [12; 13; 14], направленных на реализацию приоритетного направления развития науки, технологий и техники Российской Федерации. Предложенные способы разделки боеприпасов позволяют совместить технологии разрезания корпуса изделия и взрывчатого вещества, обеспечить безопасный режим работы, расширить номенклатуру расснаряжаемых боеприпасов по их габаритным размерам и по составу взрывчатых веществ.

Научная и педагогическая деятельность А. А. Буренина в Приморском научном центре отмечена благодарностью Президиума ДВО РАН (1997), благодарностью Президиума РАН (1999), Почётной грамотой администрации г. Владивостока (2001), Почётной грамотой РАН и профсоюза работников РАН и ДВО РАН (2007), Почётной грамотой Губернатора Приморского края (2007), благодарностью Президиума ДВО РАН (2011), Почётной грамотой ДВО РАН (2012), Премией Дальневосточного отделения Российской академии наук имени академика В. П. Мясникова.

В 2008 году А. А. Буренин был избран членом-корреспондентом РАН по специальности «Механика», в том же году – главным учёным секретарем ДВО РАН, а в декабре 2012 года – директором Института машиноведения и металлургии ДВО РАН (ИМиМ ДВО РАН) с последующим переездом в Комсомольск-на-Амуре.

Деятельность А. А. Буренина в промышленном центре Дальнего Востока ознаменована рядом задач, связанных со спецификой производства. В период с 2013 по 2017 год по инициативе А. А. Буренина в возглавляемом им институте сформированы и получили развитие новые направления исследований: математическое моделирование технологий производства изделий и элементов конструкций из специальных, в том числе труднодеформируемых материалов, допускающих большие деформации [15]; математическое моделирование температурных напряжений в условиях сборки упругопластических деталей [16]. Неподдельный интерес А. А. Буренина к подготовке научных и инженерных кадров способствовал его избранию заведующим кафедрой механики анализа конструкций и процессов Комсомольского-на-Амуре государственного университета. В рамках этой деятельности А. А. Буренин разрабатывает и читает основные и специальные курсы, руководит подготовкой аспирантов, выпускными работами бакалавров и магистров.

Оставив пост директора ИМиМ ДВО РАН, А. А. Буренин стал его главным научным сотрудником, сосредоточив внимание на научно-исследовательской работе. Осуществляя руководство одним из научных направлений института «Развитие механики деформирования в качестве фундаментального основания совершенствования технологий изготовления и упрочнения металлоизделий», А. А. Буренин совместно с учениками получил важные фундаментальные теоретические результаты, связанные с математическим моделированием. Этой группе учёных удалось решить ряд задач, направленных на определение температурных напряжений в упругопластических телах, ползучести и пластичности быстровращающихся цилиндрических тел [17; 18]. Практическая реализация результатов исследований сегодня видится в процессах сборки биметаллических труб способом горячей посадки, процессах получения неразъёмных соединений, процессах про-



филирования протяжённых элементов конструкций планеров самолётов из труднодеформируемых материалов со сложной конфигурацией. Актуальность и значимость проводимых А. А. Бурениным и его учениками исследований подтверждается регулярно поддерживаемыми проектами, подаваемыми на конкурсы фондов РФФИ и РФФИ. За свою успешную деятельность Анатолий Александрович награждён грамотой администрации Института машиноведения и металлургии ДВО РАН (2018) и Почётной грамотой Министерства образования и науки Хабаровского края (2018). После вхождения в 2019 году ИМиМ ДВО РАН в состав Хабаровского федерального исследовательского центра Дальневосточного отделения Российской академии наук он возглавил научное направление «Механика твёрдого тела в области машиностроения и металлургии», курируя и объединяя под своим началом все работы центра по проведению исследований в области механики.

Одну из главных задач для себя Анатолий Александрович видит в подготовке высококвалифицированных научных кадров, способных прийти на смену нынешнему поколению учёных. Начиная с 1975 года А. А. Бурениным подготовлено 26 кандидатов наук и 2 доктора наук. Один из его учеников в 2019 году избран членом-корреспондентом Российской академии наук.

А. А. Буренин является членом трёх объединённых диссертационных советов по механике, математическому моделированию и проектированию летательных аппаратов, входит в редакции таких академических журналов, как «Известия РАН. Механика твёрдого тела», «Вычислительная механика сплошных сред», «Дальневосточный математический журнал». Кроме того, А. А. Буренин является членом редакционных коллегий научных журналов «Информатика и процессы управления», «Механика предельного состояния», «Вестник Самарского технического университета», «Вестник инженерной школы ДВФУ», «Ученые записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета». А. А. Буренин входит в состав национального комитета Российской Федерации по теоретической и прикладной механике, является экспертом РАН.

Мимо внимания Анатолия Александровича не проходят конференции и съезды (как всероссийского, так и международного уровней), а также мероприятия, в целом популяризирующие результаты научно-исследовательской деятельности. В 2019 году А. А. Буренин принял участие в качестве члена организационного комитета и сопредседателя подсекции «Пластичность и ползучесть» на XI съезде по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (г. Уфа), а также в качестве члена программного комитета V Международной научно-практической конференции «Информационные технологии и высокопроизводительные вычисления» (г. Хабаровск); организовывал работу отмеченных мероприятий, участвовал в формировании программ, планировании пленарных выступлений, давал экспертную оценку представленным работам, заинтересовывал авторитетных учёных для участия в работе конференций. Накопленный опыт А. А. Буренина, его высокая квалификация и способность предвидеть развитие научной мысли способствовали повышению уровня проводимых научных мероприятий. При этом своевременная поддержка новых и оригинальных исследований в рамках его организационной деятельности оказывалась необходимой для продолжения научного поиска, выбора методов теоретических и экспериментальных разработок.

Коллеги и ученики поздравляют Анатолия Александровича Буренина с 75-летним юбилеем и выражают искреннюю признательность его творчеству.

ЛИТЕРАТУРА

1. Буренин, А. А. О распространении ударных волн при плоской конечной деформации / А. А. Буренин, Х.-Т. Нгуен, А. Д. Чернышов // Прикладная математика и механика. – 1973. – Т. 37. – № 5. – С. 900-904.
2. Буренин, А. А. Ударные волны в изотропном упругом пространстве / А. А. Буренин, А. Д. Чернышов // Прикладная математика и механика. – 1973. – Т. 42. – № 4. – С. 711-717.
3. Буренин, А. А. Автомодельная задача об ударном нагружении упругого полупространства / А. А. Буренин, В. В. Лапыгин // Прикладная математика и механика. – 1979. – Т. 43. – № 4. – С. 722-729.
4. Буренин, А. А. Одномерный переходный волновой процесс деформации при ударном нагружении упругого полупространства / А. А. Буренин, В. Н. Шаруда // Известия Академии наук СССР. Механика твёрдого тела. – 1984. – № 1. – С. 40-44.

5. Буренин, А. А. Косой удар по упругому полупространству / А. А. Буренин, В. Н. Шаруда // Известия Академии наук СССР. Механика твёрдого тела. – 1984. – № 6. – С. 172-177.
6. Буренин, А. А. Об одной простой модели для упругопластической среды при конечных деформациях / А. А. Буренин, Г. И. Быковцев, Л. В. Ковтанюк // Доклады Академии наук. – 1996. – Т. 347. – № 2. – С. 199-201.
7. Буренин, А. А. О распространении обратимых деформаций по среде с накопленными необратимыми деформациями / А. А. Буренин, О. В. Дудко, А. А. Манцыбора // Прикладная механика и техническая физика. – 2002. – Т. 43. – № 5 (255). – С. 162-170.
8. Буренин, А. А. К упрочнению материалов за счёт предварительной обработки интенсивным гидростатическим сжатием / А. А. Буренин, Л. В. Ковтанюк, Е. В. Мурашкин // Известия Российской академии наук. Механика твёрдого тела. – 2012. – № 6. – С. 80-86.
9. Буренин, А. А. Возможность повторного пластического течения при общей разгрузке упругопластической среды / А. А. Буренин, Л. В. Ковтанюк, М. В. Полоник // Доклады Академии наук. – 2000. – Т. 375. – № 6. – С. 767-769.
10. Буренин, А. А. О необратимом деформировании и последующей разгрузке сферического вязкоупругопластического слоя / А. А. Буренин, Л. В. Ковтанюк, И. А. Терлецкий // Известия Российской академии наук. Механика твёрдого тела. – 2014. – № 3. – С. 44-55.
11. Burenin A. A., Rossikhin Yu. A., Shitikova M. V. A ray method for solving boundary-value problems connected with the propagation of finite amplitude shock waves // 1993 International Symposium on Nonlinear Theory and its Applications. Proceedings. 1993. P. 1085-1088.
12. Патент № 2270976 Российская Федерация, МПК F42B 33/06 (2006.01), C06B 21/00 (2006.01). Способ разделки боеприпаса: № 2004126603/02: заявлено 01.09.2004: опубликовано 27.02.2006 / Корниенко В. М., Буренин А. А., Кончаков Е. И., Левин В. А., Макарова Н. В., Троицкий А. С. – 15 с.
13. Патент № 2189005 Российская Федерация, МПК F42B 33/06 (2006.01), B23H 3/00 (2006.01), B26F 3/00 (2006.01). Способ разделки боеприпаса: № 99102630/02: заявлено 04.02.1999: опубликовано 10.09.2002 / Корниенко В. М., Буренин А. А., Галкин Н. Г., Гичев Д. В., Гузев М. А., Зорин Ю. Н., Кончаков Е. И., Писарьков Е. Н., Троицкий А. С., Шевелев В. Е.; заявитель Институт автоматики и процессов управления Дальневосточного отделения РАН. – 8 с.
14. Патент № 23817 Российская Федерация, МПК B26F 3/08(2000.01). Устройство для нетепловой разрезки металла: № 2001133914/20; заявлено 14.12.2001: опубликовано: 20.07.2002 / Корниенко В. М., Буренин А. А., Ревенко Н. П., Скорбанов В. М., Супоня А. А.; заявитель Институт автоматики и процессов управления Дальневосточного отделения РАН. – 12 с.
15. Bazhin A. A., Burenin A. A., Murashkin E. V. Simulation of the process of the accumulation of large irreversible deformations under plastic flow and creep conditions // Journal of Applied Mathematics and Mechanics. 2016. Т. 80. № 2. P. 182-189.
16. Буренин, А. А. К расчёту неустановившихся температурных напряжений в упругопластических телах / А. А. Буренин, А. В. Ткачева, Г. А. Щербатюк // Вычислительная механика сплошных сред. – 2017. – Т. 10. – № 3. – С. 245-259.
17. Burenin A. A., Panchenko G. L., Kovtanyuk L. V. Deformation and heating of an elastoviscoplastic cylindrical layer moving owing to a varying pressure drop // Mechanics of Solids. – 2018. – Т. 53. – № 1. – P. 1-11.
18. Севастьянов, Г. О больших деформациях при кручении несжимаемого упругопластического цилиндра / Г. Севастьянов, А. А. Буренин // Доклады Академии наук. – 2018. – Т. 482. – № 3. – С. 285-287.

Ковтанюк Л. В., Панченко Г. Л.
L. V. Kovtanyuk, G. L. Panchenko

НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ ПЛОСКОГО СЛОЯ В УСЛОВИЯХ ПОЛЗУЧЕСТИ И ПЛАСТИЧЕСКОГО ТЕЧЕНИЯ

NONISOTHERMAL DEFORMATION OF A FLAT LAYER UNDER CREEP AND PLASTIC FLOW

Ковтанюк Лариса Валентиновна – доктор физико-математических наук, зав. лабораторией механики необратимого деформирования Института автоматизации и процессов управления ДВО РАН, член-корреспондент Российской академии наук, профессор Российской академии наук (Россия, Владивосток). E-mail: lk@iacp.dvo.ru.

Larisa V. Kovtanyuk – Doctor of Physics and Mathematics, Head of the Laboratory of Irreversible Deformation Mechanics, Institute of Automation and Control Processes of FEB RAS, Corresponding Member of Russian Academy of Sciences, Professor of Russian Academy of Sciences (Russia, Vladivostok). E-mail: lk@iacp.dvo.ru.

Панченко Галина Леонидовна – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Института автоматизации и процессов управления ДВО РАН (Россия, Владивосток). E-mail: panchenko@iacp.dvo.ru.

Galina L. Panchenko – PhD in Physics and Mathematics, Senior Researcher, Institute of Automation and Control Processes of FEB RAS (Russia, Vladivostok). E-mail: panchenko@iacp.dvo.ru.

Аннотация. В работе приводятся решения связанных краевых задач теории больших деформаций о деформировании в условиях ползучести и пластического течения материала плоского тяжёлого слоя, расположенного на наклонной плоскости. Контакт материала слоя с наклонной плоскостью полагается жёстким. Рассматривается деформирование в двух случаях: в первом случае свободная граница слоя нагревается, во втором, помимо нагрева, к ней прилагается механическая нагрузка. Рассчитываются деформации, напряжения и температура в каждый момент времени процесса деформирования. Указываются условия возникновения вязкопластического течения и закономерности продвижения упругопластических границ.

Summary. The paper presents solutions to the related boundary value problems of the theory of large strains on deformation under creep and plastic flow conditions of the material of a flat heavy layer located on an inclined plane. The contact of the layer material with the inclined plane is assumed to be rigid. Deformation is considered in two cases: in the first case, the free boundary of the layer is heated, in the second case, in addition to heating, a mechanical load is applied to it. Strains, stresses and temperature are calculated at each moment of the deformation process. The conditions for the occurrence of a viscoplastic flow and the patterns of advancement of elastoplastic boundaries are indicated.

Ключевые слова: упругость, ползучесть, вязкость, пластичность, большие деформации, теплопроводность.

Key words: elasticity, creep, viscosity, plasticity, large strains, thermal conductivity.

УДК 539.37+539.214

Введение. Прямолинейные движения жестковязкопластических сред изучены достаточно подробно [1–3]. Учёт упругих свойств деформируемых материалов приводит к необходимости постановок соответствующих краевых задач в рамках теории больших упруговязкопластических деформаций. В областях вязкопластического течения деформации полагать малыми нельзя, а в областях упругого деформирования они существенно зависят от параметров вязкопластического течения. Такие краевые задачи теории рассматривались ранее в работах [4–7].

Одним из требований современной технологической практики [8] является учёт в застойных зонах и продвигающихся ядрах не только упругих (обратимых) деформаций, но и деформаций ползучести (необратимых). Развивающиеся вязкопластические области от таких зон отделяет движущаяся граница, на которой механизм производства необратимых деформаций меняется с

вязкого (ползучесть) на пластический (течение) при активном деформировании и наоборот при разгрузке. Постановки и решения таких задач с использованием теории больших деформаций рассматривались в работах [9–11].

Производство тепла за счёт необратимого деформирования и трения материала об ограничивающие его шероховатые поверхности в прямолинейных движениях упруговязкопластических сред (связанные краевые задачи теории больших деформаций) рассматривалось в работах [12–16].

Здесь рассмотрим связанные задачи термомеханического деформирования материала слоя с упругими, вязкими и пластическими свойствами, нижняя граница которого закреплена на наклонной плоскости. Параметры в выбранных определяющих законах ползучести и пластического течения зависят от температуры.

Будем использовать математическую модель упруговязкопластического деформирования [17; 18], в которой обратимые и необратимые деформации определяются дифференциальными уравнениями переноса [19; 20]. Отметим, что большинство численно-аналитических, включая точные, решений краевых задач теории больших упругопластических или упруговязкопластических деформаций было получено с использованием такой модели.

Основные модельные соотношения. Для рассматриваемого далее несжимаемого материала в прямоугольной декартовой системе координат, согласно [17; 18], справедливы соотношения

$$\begin{aligned} \frac{Dm_{ij}}{Dt} &= \varepsilon_{ij} - \gamma_{ij} - \frac{1}{2}((\varepsilon_{ik} - \gamma_{ij} + z_{ik})m_{kj} + m_{ik}(\varepsilon_{kj} - \gamma_{ij} - z_{kj})), \\ \frac{Dp_{ij}}{Dt} &= \gamma_{ij} - p_{ik}\gamma_{ij} - \gamma_{ij}p_{kj}, \quad m_{ij} = e_{ij} + \alpha(T - T_0)\delta_{ij}, \\ d_{ij} &= m_{ij} + p_{ij} - m_{ik}m_{kj}/2 - m_{ik}p_{kj} - p_{ik}m_{kj} + m_{ik}p_{ks}m_{sj}, \\ \sigma_{ij} &= -P\delta_{ij} + \frac{1}{1 + 3\alpha(T - T_0)} \frac{\partial W}{\partial m_{ik}} (\delta_{kj} - m_{kj}), \\ \varepsilon_{ij} &= \frac{1}{2}(v_{i,j} + v_{j,i}), \quad v_i = \frac{du_i}{dt} = \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_{i,j}v_j, \quad u_{i,j} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j}, \\ r_{ij} &= \frac{1}{2}(v_{i,j} - v_{j,i}) + z_{ij}(\varepsilon_{sk}, m_{sk}), \quad \frac{Dn_{ij}}{Dt} = \frac{dn_{ij}}{dt} - r_{ik}n_{kj} + n_{ik}r_{kj}, \end{aligned} \quad (1)$$

где u_i , v_i – соответственно компоненты векторов перемещений и скоростей точек среды; γ_{ij} – компоненты тензора скоростей необратимых деформаций p_{ij} ; m_{ij} – компоненты обратимой составляющей тензора полных деформаций Альманси d_{ij} ; α – коэффициент линейного расширения; σ_{ij} – компоненты тензора напряжений; P – добавочное гидростатическое давление.

Объективная производная по времени в (1) записана для произвольного симметричного тензора с компонентами n_{ij} . Кососимметричный тензор z_{ij} в [17; 18] выписан полностью. Для изотропного материала упругий потенциал W задаётся в форме

$$\begin{aligned} W &= -2\mu J_1 - \mu J_2 + bJ_1^2 + (b - \mu)J_1J_2 - \chi J_1^3 + v_1J_1\theta + v_2\theta^2 - v_3J_1\theta^2 - v_4J_1^2\theta - v_5J_2\theta - v_6\theta^3 + \dots, \\ J_1 &= c_{kk}, \quad J_2 = c_{ik}c_{ki}, \quad c_{ij} = m_{ij} - 0,5m_{ik}m_{kj}, \end{aligned} \quad (2)$$

где μ – модуль сдвига; b , χ , v_s ($s = 1, 2, \dots, 6$) – термомеханические постоянные.

Определяющий накопление необратимых деформаций диссипативный механизм деформирования связан с пластическими и реологическими свойствами материалов. Чтобы его конкретизировать, нужно задать зависимость между компонентами тензора скоростей необратимых деформаций γ_{ij} и напряжениями в среде. Будем учитывать вязкие свойства среды на всех этапах процесса деформирования. Необратимые деформации p_{ij} накапливаются в материале непосредственно с начала процесса деформирования и могут быть и деформациями ползучести, и пластическими

деформациями. Таким образом, в уравнениях переноса необратимые деформации не разделяются на свои составляющие, а их различие связано с разными механизмами накопления. В областях, где напряжённое состояние ещё не достигло поверхности нагружения, полагаем, что скорости изменения необратимых деформаций равны скоростям деформаций ползучести: $\gamma_{ij} = \varepsilon_{ij}^v$.

Чтобы задать такое диссипативное деформирование, выберем степенной закон ползучести Нортон:

$$V(\sigma_{ij}) = B \Sigma^n (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3), \quad \Sigma = \Sigma = \max |\sigma_i - \sigma_j|, \quad \gamma_{ij} = \varepsilon_{ij}^v = \frac{\partial V}{\partial \sigma_{ij}}, \quad (3)$$

где постоянные B и n – параметры ползучести материала; σ_i – главные напряжения.

В случае достижения напряжённым состоянием поверхности нагружения диссипативный механизм деформирования меняется и появляется область пластического течения. В таком случае примем, что $\gamma_{ij} = \varepsilon_{ij}^p$. Связь скоростей пластических деформаций ε_{ij}^p с напряжениями, согласно принципу максимума Мизеса, устанавливается ассоциированным законом пластического течения:

$$\alpha_{ij} = \xi \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}, \quad f(\sigma_{ij}, \alpha_{ij}) = 0, \quad \xi > 0, \quad \alpha_{ij} = \varepsilon_{ij}^p - \varepsilon_{ij}^{v_0}, \quad (4)$$

где $\varepsilon_{ij}^{v_0}$ – компоненты тензора скоростей деформаций ползучести в момент начала пластического течения.

В качестве условия пластичности выберем следующее обобщение функции нагружения Треска:

$$f(\sigma_{ij}, \alpha_{ij}) = \max |\sigma_i - \sigma_j| - 2k + 2\eta \max |\alpha_k| = 0, \quad (5)$$

где k – предел текучести; η – коэффициент вязкости; α_k – главные значения тензора α_{ij} .

Не разделяя необратимые деформации на составляющие, считаем, что накопленные к моменту начала пластического течения необратимые деформации ползучести (3) являются начальными значениями для накапливающихся далее в области течения пластических деформаций. При таком подходе также требуется совпадение скоростей необратимых деформаций при изменении механизма деформирования с (3) на (4).

Для зависящих от температуры параметров ползучести B и n , предела текучести k и коэффициента вязкости η примем следующие зависимости [21; 22]:

$$B = \frac{c_1}{\sigma_0^{n-1}} \exp\left(-\frac{Q}{RT_0(1+\theta)}\right), \quad n = b_1 + \frac{b_2}{T_0(1+\theta)}, \quad k = k_0 \left(1 - \frac{\theta}{\theta_m}\right)^2, \quad \eta = \eta_0 \exp(-v T_0 \theta), \quad (6)$$

где c_1 , σ_0 , b_1 и b_2 – параметры материала; Q – энергия активации; R – универсальная газовая постоянная; k_0 , η_0 – соответственно предел текучести и вязкость при комнатной температуре; θ_m – температура плавления материала; v – экспоненциальная скорость.

Если принять закон теплопроводности Фурье, то из уравнения баланса энтропии следует уравнение теплопроводности:

$$\left(1 + \frac{\beta_1}{v_2} \theta + \frac{\beta_2}{v_2} c_{ij}\right) \frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\beta_3}{v_2} (\varepsilon_{ji} - \gamma_{ji}) c_{ij} = q \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_j \partial x_j} - \frac{\sigma_{ij} \gamma_{ij}}{2v_2}, \quad (7)$$

$$\beta_1 = v_2(1 - 3\alpha T_0) - 3v_6, \quad \beta_2 = -v_3, \quad \beta_3 = -v_1 - v_5,$$

где q – коэффициент температуропроводности.

Необратимое деформирование плоского тяжёлого слоя на наклонной плоскости при его нагреве. Пусть тяжёлый слой высоты h несжимаемого упруговязкопластического материала расположен на наклонной плоскости (см. рис. 1) и его верхняя граница $x_2 = h$ подвергается нагреву. Полагаем, что в промежуток времени $0 < t < t_0$, пока пластическое течение отсутствует, краевые условия задачи имеют вид

$$u|_{x_2=0} = 0, \quad \theta|_{x_2=h} = G(t), \quad \left. \frac{\partial \theta}{\partial x_2} \right|_{x_2=0} = 0, \quad (8)$$

$$\sigma_{22}|_{x_2=h} = 0, \quad \sigma_{12}|_{x_2=h} = 0. \quad (9)$$

В условиях (8) $u = u_1(x_2)$ – единственная отличная от нуля компонента вектора перемещений; $G(t)$ – заданная функция.

В рассматриваемом случае ненулевыми компонентами тензора деформаций Альманси будут компоненты

$$d_{12} = \frac{1}{2} u_{,2}, \quad d_{22} = -\frac{1}{2} u_{,2}^2, \quad u_{,2} = \frac{\partial u}{\partial x_2}. \quad (10)$$

Для компонент напряжений из соотношений (1) и (2) с точностью до слагаемых первого порядка малости по m_{11} и m_{22} и второго – по m_{12} , найдём

$$\begin{aligned} \sigma_{33} &= -(P + 2\mu) - 2(\mu - (v_4 + 3b\beta)\theta)m_{12}^2 + 2(b - (v_4 + 3abT_0)\theta)(m_{11} + m_{22}) + (v_1 + 6\mu aT_0)\theta - \\ &\quad - (v_3 + 3av_1T_0 + 18a^2T_0^2)\theta^2 = -p(t), \quad \sigma_{12} = 2(\mu - l\theta)m_{12}, \quad l = v_1 + v_5 + 3\mu aT_0, \\ \sigma_{11} &= -p(t) + 2(\mu - l\theta)m_{11} + (3\mu + l\theta)m_{12}^2, \quad \sigma_{22} = -p(t) + 2(\mu - l\theta)m_{22} + (3\mu + l\theta)m_{12}^2. \end{aligned} \quad (11)$$

В рамках квазистатического подхода, интегрируя уравнения равновесия,

$$\frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_2} + \rho g_1 = 0, \quad \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial x_2} + \rho g_2 = 0, \quad g_1 = g \sin \varphi, \quad g_2 = -g \cos \varphi, \quad (12)$$

где ρ – плотность материала; g – ускорение свободного падения; φ – угол наклона плоскости, с использованием условий (9) и соотношений (10), получим распределение напряжений в слое:

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= \rho g_2(h - x_2) - f_1(t) + 2(\mu - l\theta)(m_{11} - m_{22}), \\ \sigma_{12} &= \rho g_1(h - x_2) + f_2(t), \quad \sigma_{22} = \rho g_2(h - x_2) - f_1(t), \\ \sigma_{33} &= -p_1(t) = \rho g_2(h - x_2) - f_1(t) - 2(\mu - l\theta)m_{22} - \frac{(3\mu + l\theta)(\rho g_1(h - x_2) + f_2(t))^2}{4(\mu - l\theta)^2}. \end{aligned} \quad (13)$$

В соотношениях (13) и далее в соотношениях этого пункта $f_1(t) = 0$, $f_2(t) = 0$.

Считаем, что необратимые деформации первоначально накапливаются за счёт медленного процесса ползучести. Из (3) и (13), ограничиваясь слагаемыми до порядка n по напряжениям, получим отличные от нуля скорости деформаций ползучести:

$$\varepsilon_{12}^v = 2^{n-1} B n (\rho g_1(h - x_2) + f_2(t))^{n-1}, \quad \varepsilon_{11}^v = -\varepsilon_{22}^v = \frac{\varepsilon_{12}^v}{2} \frac{m_{11} - m_{22}}{m_{12}}. \quad (14)$$

Уравнение теплопроводности (7) с учётом соотношений (10), (13) и (14) примет вид

$$\left(1 + \beta_1 \theta + \frac{\beta_3}{2} \frac{\rho^2 g_1^2 l (h - x_2)^2}{(\mu - l\theta)^3} \right) \frac{\partial \theta}{\partial t} = q \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_2^2} + f_3(x_2, t), \quad f_3(x_2, t) = -\frac{2^{n-1} B n}{v_1} \rho^n g_1^n (h - x_2)^n. \quad (15)$$

Уравнение теплопроводности (15) при краевых условиях (8), начальном условии $\theta|_{t=0} = 0$ и с учётом зависимостей (6) решается численно. При расчётах функция $G(t)$ полагалась линейной: $G(t) = \gamma_1 t$, где γ_1 – заданная постоянная.

Кинематика среды в рассматриваемом случае задаётся соотношениями

$$\begin{aligned} \varepsilon_{12} = \frac{dd_{12}}{dt} = \frac{\partial d_{12}}{\partial t} = \frac{1}{2} v' = \varepsilon_{12}^e + \gamma_{12} = \frac{\partial m_{12}}{\partial t} + \frac{\partial p_{12}}{\partial t}, \quad r_{21} = -r_{12} = \frac{2\varepsilon_{12}(1-m_{22})}{m_{11}+m_{22}-2}, \\ \gamma_{11} = \frac{dp_{11}}{dt} + 2p_{12}(r_{12} + \varepsilon_{12}^p), \quad \gamma_{22} = \frac{dp_{22}}{dt} + 2p_{12}(r_{12} + \gamma_{12}), \quad \gamma_{11} = -\gamma_{22} = \frac{\gamma_{12}}{2} \frac{m_{11}-m_{22}}{m_{12}}, \end{aligned} \quad (16)$$

в которых скорости необратимых деформаций равны скоростям деформаций ползучести: $\gamma_{11} = \varepsilon_{11}^v$, $\gamma_{12} = \varepsilon_{12}^v$ и $\gamma_{22} = \varepsilon_{22}^v$. Используя соотношения (11), (13) и (16), найдём компоненты обратимых и необратимых деформаций m_{12} и p_{12} и перемещения точек слоя:

$$m_{12} = \frac{\rho g_1(h-x_2) + f_2(t)}{2(\mu - l\theta)}, \quad p_{12} = \int_0^t \gamma_{12} dy, \quad u_{,2} = 2(m_{12} + p_{12}). \quad (17)$$

Неизвестные компоненты обратимых деформаций m_{11} , m_{22} и необратимых деформаций p_{11} , p_{22} связаны системой уравнений

$$\begin{aligned} \frac{\partial p_{11}}{\partial t} = \gamma_{12} \left(m_{12} - \frac{p_{11}}{m_{12}} \right) + \frac{4(\varepsilon_{12}^e + \gamma_{12})p_{12}}{2 + m_{12}^2} \left(1 + p_{11} - \frac{m_{12}^2}{2} - 2m_{12}p_{12} \right), \\ p_{22} = -p_{11} - 2p_{12}^2, \quad m_{22} = p_{11} - 3m_{12}^2/2 - 2m_{12}p_{12}, \quad m_{11} = -m_{22} - m_{12}^2 \end{aligned} \quad (18)$$

при $\gamma_{12} = \varepsilon_{12}^v$.

Согласно (5), условие пластичности впервые выполнится на нижней границе слоя $x_2 = 0$ в форме $\sigma_{12}|_{x_2=0} = k(t_0)$. Из данного условия следует уравнение

$$\rho g_1 h = k_0 (1 - \theta(0, t_0) \theta_m^{-1})^2$$

для определения момента начала вязкопластического течения t_0 .

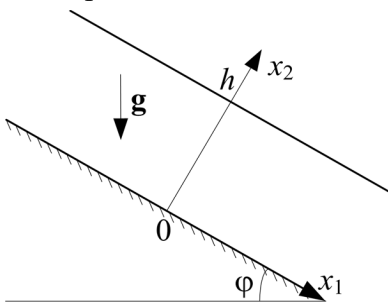


Рис. 1. Тяжёлый слой на наклонной плоскости

С момента времени t_0 от нижней границы $x_2 = 0$ развивается область течения, занимающая слой $0 \leq x_2 \leq r(t)$, а в слое $r(t) \leq x_2 \leq h$ материал деформируется вязкоупруго. Таким образом $x_2 = r(t)$ – движущаяся граница области вязкопластического течения.

Из уравнений равновесия (12) и условий непрерывности напряжений на упругопластической границе $x_2 = r(t)$ следует, что напряжения как в области $r(t) \leq x_2 \leq h$, так и в области течения $0 \leq x_2 \leq r(t)$ определяются из зависимостей (13). Уравнение теплопроводности (14) теперь справедливо в области $r(t) \leq x_2 \leq h$.

Из условий (4), (5) и соотношений (13) найдём компоненту скорости пластической деформации ε_{12}^p :

$$\varepsilon_{12}^p = \eta^{-1} (\rho g_1(h-x_2) + f_2(t) - k_0(1 - \theta \theta_m^{-1})^2) + \varepsilon_{12}^{v_0}. \quad (19)$$

Учитывая, что $\varepsilon_{12}^p = \varepsilon_{12}^{v_0}$ на границе $x_2 = r(t)$, из (19) получим уравнение для определения положения этой границы:

$$\rho g_1(h - r(t)) = k_0 \left(1 - \theta(r(t), t) \theta_m^{-1}\right)^2. \quad (20)$$

Уравнение теплопроводности (7) в области течения с учётом соотношений (13) и (19) принимает форму (15) с функцией

$$f_3(x_2, t) = -\frac{\rho g_1(h - x_2)}{v_1 \eta} \left(\rho g_1(h - x_2) - k_0 \left(1 - \frac{\theta}{\theta_m}\right)^2 \right) - \frac{\rho g_1(h - x_2)}{v_1} \varepsilon_{12}^{v_0}.$$

Для температуры θ выполняются граничные условия (8). Также примем, что непрерывна искомая функция θ и её производная $\partial\theta/\partial x_2$ на упругопластической границе $x_2 = r(t)$ и непрерывна температура в момент начала пластического течения t_0 . Уравнения (15) и (20) решались конечно-разностным методом. В области вязкопластического течения справедливы соотношения (16)-(18) при $\gamma_{11} = \varepsilon_{11}^p$, $\gamma_{12} = \varepsilon_{12}^p$ и $\gamma_{22} = \varepsilon_{22}^p$.

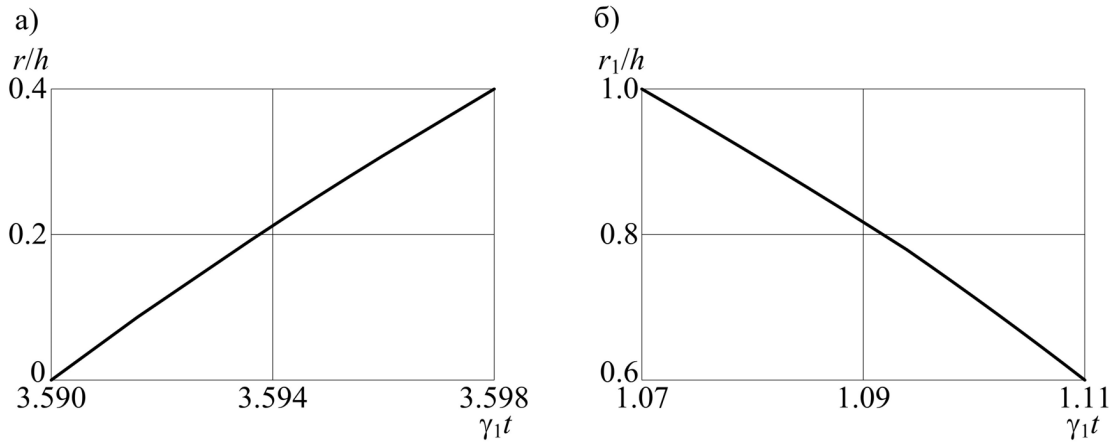


Рис. 2. Графики упругопластических границ

На рис. 2, а показана зависимость упругопластической границы $r(t)/h$ от безразмерного времени $\gamma_1 t$.

Необратимое деформирование плоского тяжёлого слоя на наклонной плоскости при его нагреве и нагружении. Пусть теперь к тяжёлому слою (см. рис. 1), помимо тепловой нагрузки (8), прилагается ещё и механическая:

$$\sigma_{22}|_{x_2=h} = -f_1(t), \quad \sigma_{12}|_{x_2=h} = f_2(t), \quad (21)$$

где $f_1(t)$, $f_2(t)$ – заданные возрастающие функции сжимающей и сдвиговой нагрузки соответственно.

Интегрируя уравнения равновесия (12) с использованием условий (21) и соотношений (11), получим, что напряжения в слое в рассматриваемом случае удовлетворяют зависимостям (13) с заданными функциями $f_1(t)$ и $f_2(t)$. Для скоростей деформаций ползучести выполняются соотношения (14).

Уравнение теплопроводности (7) в этом случае принимает форму

$$\left(1 + \beta_1 \theta + \frac{\beta_3 l}{2} \frac{(\rho g_1(h - x_2) + f_2(t))^2}{(\mu - l\theta)^3}\right) \frac{\partial \theta}{\partial t} = q \frac{\partial^2 \theta}{\partial x_2^2} - \frac{\beta_3}{2} \frac{\dot{f}_2(t)(\rho g_1(h - x_2) + f_2(t))}{(\mu - l\theta)^2} + f_4(x_2, t), \quad (22)$$

$$f_4(x_2, t) = -\frac{2^{n-1} B n}{v_2} (\rho g_1(h - x_2) + f_2(t))^n.$$

Для компонент тензоров обратимых и необратимых деформаций m_{12} и p_{12} , а также для градиента перемещений точек слоя выполняются зависимости (17). Перемещения точек материала находятся интегрированием последнего уравнения (17) с использованием первого краевого условия (8). Компоненты обратимых деформаций m_{11} , m_{22} и необратимых деформаций p_{11} , p_{22} связаны системой уравнений (18), в которой $\gamma_{12} = \varepsilon_{12}^v$.

Из соотношения (5) следует, что в некоторый момент времени $t = t_1$ условие пластичности впервые выполнится на верхней границе слоя $x_2 = h$ в форме $\sigma_{12}|_{x_2=h} = k(t_0)$. Из данного условия получим уравнение для определения момента начала вязкопластического течения t_1 :

$$f_2(t_1) = k_0(1 - \theta(h, t_1)\theta_m^{-1})^2.$$

С этого момента времени от верхней границы слоя $x_2 = h$ начинает развиваться область вязкопластического течения $r_1(t) \leq x_2 \leq h$. При этом в области $0 \leq x_2 \leq r_1(t)$ материал продолжает деформироваться вязкоупруго. Движущаяся граница $x_2 = r_1(t)$ отделяет область течения от области, в которой необратимые деформации продолжают накапливаться за счёт процесса ползучести.

Из уравнений равновесия (12), а также условий непрерывности компонент напряжений на упругопластической границе $x_2 = r_1(t)$ следует, что напряжения в областях $r_1(t) \leq x_2 \leq h$ и $0 \leq x_2 \leq r_1(t)$ определяются зависимостями (13).

Соотношение для компоненты ε_{12}^p тензора скоростей пластических деформаций имеет вид (19). Учитывая, что на границе области вязкопластического течения $x_2 = r_1(t)$ скорость пластических деформаций ε_{12}^p совпадает со скоростью деформаций ползучести ε_{12}^v , из (19) получим уравнение для определения положения этой границы:

$$\rho g_1(h - r_1(t)) + f_2(t) = k_0(1 - \theta(r_1(t), t)\theta_m^{-1})^2. \quad (23)$$

Уравнение теплопроводности (22) продолжает выполняться в области $0 \leq x_2 \leq r_1(t)$. А в области течения $r_1(t) \leq x_2 \leq h$ уравнение теплопроводности (7) с учётом соотношений (13) и (19) принимает вид (22) с функцией

$$f_4(x_2, t) = -\frac{(\rho g_1(h - x_2) + f_2(t))}{v_2} \left(\frac{1}{\eta} \left(\rho g_1(h - x_2) + f_2(t) - k_0 \left(1 - \frac{\theta}{\theta_m} \right)^2 \right) + \varepsilon_{12}^{v_0} \right).$$

Уравнения (22) и (23) также решались конечно-разностным методом. В области течения $r_1(t) \leq x_2 \leq h$ остаются верными зависимости (16)-(18) при $\gamma_{11} = \varepsilon_{11}^p$, $\gamma_{12} = \varepsilon_{12}^p$ и $\gamma_{22} = \varepsilon_{22}^p$.

Рис. 2, б иллюстрирует зависимость упругопластической границы $r_1(t)/h$ от безразмерного времени $\gamma_1 t$.

Заключение. В данной работе получены решения неизо термических краевых задач о ползучести и вязкопластическом течении в материале плоского тяжёлого слоя на наклонной плоскости. В первом случае рассматривается задача только при нагревании верхней границы тяжёлого слоя. Во второй задаче, помимо тепловой нагрузки, к верхней границе слоя прилагается ещё и сдвиговая и сжимающая нагрузки. В первой задаче вязкопластическое течение в материале возникает и развивается в окрестности нижней границы слоя, в то время как во второй – в окрестности верхней границы слоя. То есть приложение механической нагрузки, помимо тепловой, существенно изменяет деформационную картину.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мясников, В. П. Некоторые точные решения для прямолинейных движений вязкопластической среды / В. П. Мясников // Прикладная механика и техническая физика. – 1961. – № 2. – С. 79-86.
2. Мосолов, П. П. Механика жёсткопластических сред / П. П. Мосолов, В. П. Мясников. – М.: Наука, 1981. – 208 с.
3. Быковцев, Г. И. О вязкопластическом течении в некруговых цилиндрах при наличии перепада давления / Г. И. Быковцев, А. Д. Чернышов // Прикладная механика и техническая физика. – 1964. – № 4. – С. 94-96.
4. Ковтанюк, Л. В. О продавливании упруговязкопластического материала через жёсткую круговую цилиндрическую матрицу / Л. В. Ковтанюк // Доклады Академии наук. – 2005. – Т. 400. – № 6. – С. 764-766.
5. Буренин, А. А. Развитие и торможение прямолинейного осесимметричного вязкопластического течения и упругое последствие после его остановки / А. А. Буренин, Л. В. Ковтанюк, А. Л. Мазелис // Прикладная механика и техническая физика. – 2010. – Т. 51. – № 2. – С. 140-147.
6. Буренин, А. А. Об упругих деформациях и вязкопластическом течении в тяжёлом слое, помещённом на наклонной плоскости / А. А. Буренин, Л. В. Ковтанюк // Известия РАН. Механика твёрдого тела. – 2010. – № 2. – С. 158-170.
7. Буренин, А. А. Переходный процесс торможения прямолинейного вязкопластического течения при мгновенном снятии нагружающих усилий / А. А. Буренин, Л. В. Ковтанюк, А. В. Лушпей // Прикладная математика и механика. – 2009. – Т. 73. – № 3. – С. 494-500.
8. Олейников, А. И. Интегрированное проектирование процессов изготовления монолитных панелей / А. И. Олейников, А. И. Пекарш. – М.: Эком, 2009. – 109 с.
9. Бегун, А. С. Большие необратимые деформации в условиях изменяющихся механизмов их производства и проблема задания пластических потенциалов / А. С. Бегун, А. А. Буренин, Л. В. Ковтанюк // Доклады Академии наук. – 2016. – Т. 470. – № 3. – С. 275-278.
10. Prokudin, A. N. Antiplane strain of hardening elastoviscoplastic medium / A. N. Prokudin, S. V. Firsov // Journal of Siberian Federal University. Mathematics & Physics. – 2018. – V. 11. – I. 4. – P. 399-410.
11. On the mechanisms of production of large irreversible strains in materials with elastic, viscous and plastic properties / A. S. Begun, A. A. Burenin, L. V. Kovtanyuk, A. O. Lemza // Archive of Applied Mechanics – 2020. – V. 90. – I. 4. – P. 829-845.
12. Буренин, А. А. Неизотермическое движение упруговязкопластической среды в трубе в условиях изменяющегося перепада давления / А. А. Буренин, Л. В. Ковтанюк, Г. Л. Панченко // Доклады Академии наук. – 2015. – Т. 464. – № 3. – С. 284-287.
13. Буренин, А. А. Развитие и торможение вязкопластического течения в слое при его нагреве за счёт трения о шероховатую плоскость / А. А. Буренин, Л. В. Ковтанюк, Г. Л. Панченко // Прикладная механика и техническая физика. – 2015. – Т. 56. – № 4 (332). – С. 101-111.
14. Буренин, А. А. Деформирование и разогрев упруговязкопластического цилиндрического слоя при его движении за счёт изменяющегося перепада давления / А. А. Буренин, Л. В. Ковтанюк, Г. Л. Панченко // Известия РАН. Механика твёрдого тела. – 2018. – № 1. – С. 6-18.
15. Буренин, А. А. Движение упруговязкопластической среды в круглой трубе при её нагреве за счёт пристеночного трения / А. А. Буренин, Л. В. Ковтанюк, Г. Л. Панченко // Прикладная математика и механика. – 2016. – Т. 80. – № 2. – С. 265-275.
16. Буренин, А. А. Об одной простой модели для упругопластической среды при конечных деформациях / А. А. Буренин, Г. И. Быковцев, Л. В. Ковтанюк // Доклады Академии наук. – 1996. – Т. 347. – № 2. – С. 199-201.
17. Буренин, А. А. Большие необратимые деформации и упругое последствие / А. А. Буренин, Л. В. Ковтанюк. – Владивосток: Дальнаука, 2013. – 312 с.
18. Буренин, А. А. Моделирование больших упруговязкопластических деформаций с учётом теплофизических эффектов / А. А. Буренин, Л. В. Ковтанюк, Г. Л. Панченко // Известия РАН. Механика твёрдого тела. – 2010. – № 4. – С. 107-120.
19. Быковцев, Г. И. Конечные деформации упругопластических сред / Г. И. Быковцев, А. В. Шитиков // Доклады Академии наук СССР. – 1990. – Т. 311. – № 1. – С. 59-62.
20. Мясников, В. П. Уравнения движения упругопластических материалов при больших деформациях / В. П. Мясников // Вестник ДВО РАН. – 1996. – № 4. – С. 8-13.
21. Alain, I. The correlation between the power-law coefficients in creep: the temperature dependence / I. Alain // Journal of Materials Science. – 1998. – I. 33. – P. 3201-3206.
22. Pla, F. Bifurcation phenomena in a convection problem with temperature dependent viscosity at low aspect ratio / F. Pla, A. M. Mancho, H. Herrero // PhysicaD : Nonlinear Phenomena. – 2009. – Vol. 238, Iss. 5. – P. 572-580.



Соловьев И. А., Шитикова М. В.

I. A. Solovyev, M. V. Shitikova

**ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРЁХТОЧЕЧНОГО ИЗГИБА
АДДИТИВНО ИЗГОТОВЛЕННЫХ ТРЁХСЛОЙНЫХ КОМПОЗИТНЫХ ПЛАСТИН
С ТЕТРАКИРАЛЬНЫМ ЗАПОЛНИТЕЛЕМ**

**EXPERIMENTAL SIMULATION OF THE THREE-POINT BENDING OF ADDITIVELY
MANUFACTURED THREE-LAYER COMPOSITE PLATES WITH A TETRACHIRAL CORE**

Соловьев Иван Алексеевич – аспирант Воронежского государственного технического университета (Россия, Воронеж). E-mail: ivansolovev3112@gmail.com.

Ivan A. Solovyev – Postgraduate Student, Voronezh State Technical University (Russia, Voronezh). E-mail: ivansolovev3112@gmail.com.

Шитикова Марина Вячеславовна – доктор физико-математических наук, профессор, научный руководитель Международного научного центра по фундаментальным исследованиям в области естественных и строительных наук им. Заслуженного деятеля науки РФ, профессора Ю. А. Россихина, Воронежский государственный технический университет (Россия, Воронеж); главный научный сотрудник Научно-исследовательского института строительной физики РААСН (Россия, Москва). E-mail: mvs@vgasu.vrn.ru.

Marina V. Shitikova – Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Leader of the International Scientific Center for Fundamental Research in the Field of Natural and Building Sciences named after Honored Scientist of the Russian Federation, Professor Yu. A. Rossikhin, Voronezh State Technical University (Russia, Voronezh); Leading Researcher of the Research Institute of Building Physics of the Russian Academy of Architecture and Construction Sciences (Russia, Moscow). E-mail: mvs@vgasu.vrn.ru.

Аннотация. В статье представлены результаты статических испытаний на трёхточечный изгиб композитных трёхслойных пластин со сплошными внешними слоями и сотовым заполнителем тетракирального типа. Пластины изготавливались с помощью 3D-печати (стереолитографическая печать). Были проведены испытания четырёх серий образцов, отличающихся между собой дискретизацией (количеством элементарных ячеек) заполнителя. Образцы одной серии отличаются толщиной тетракиральных сот, но при этом сохраняется объём их твёрдого тела. В результате испытаний были получены графики зависимости нагрузки от перемещений. Показано, что толщина сотового заполнителя существенно влияет на прочность композитов, несмотря на уменьшение толщины рёбер сотового заполнителя.

Summary. The article presents the results of static tests for the three-point bending of composite three-layer plates with continuous outer layers and a tetrachiral honeycomb core. The plates have been made using 3D printing (stereolithographic printing). Four series of samples have been tested, varying in the discretization (number of elementary cells) of the filler. Samples within the series differ in the thickness of tetrachiral honeycombs, in so doing the volume of their solid body remains the same. As a result of the tests, graphs of the displacement dependence of the load have been obtained. It has been shown that the thickness of the honeycomb core significantly affects the strength of the composites, despite the decrease in the thickness of the ribs of the honeycomb core.

Ключевые слова: стереолитографическая печать, тетракиральный сотовый заполнитель, композитные пластины, статические испытания.

Key words: stereolithographic printing, tetrachiral honeycomb core, composite plates, static testing.

УДК 539.374:620.174

Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства строительства и жилищно-коммунального хозяйства Российской Федерации, проект № 3.1.1.2 «Строительная механика и материаловедение 3D печатных композитов».

Исследования проводились в Центре коллективного пользования имени профессора Ю. М. Борисова на базе Воронежского государственного технического университета, дооснащение которого проводилось при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, соглашение № 075-15-2021-662.

Введение. В последнее время учёные во многих областях науки и техники стали уделять большое внимание ауксетикам (материалам с отрицательным коэффициентом Пуассона) [8; 11; 13]. Эти материалы обладают необычным механизмом деформации: они расширяются в направлении, перпендикулярном приложению силы, при растяжении и аналогично сжимаются при сжатии. О существовании натуральных материалов с данными свойствами известно давно [1; 5; 12; 16; 17], но изучение и создание искусственных материалов с ауксетическими свойствами были практически невозможны из-за сложности воспроизведения. В настоящее время, когда широкое развитие получили технологии 3D-печати, создание синтетического ауксетика больше не вызывает сложности.

На сегодняшний день внимание материаловедов привлекают методы повышения эксплуатационных характеристик традиционных материалов путём создания структур, обладающих существенно нелинейными и аномальными деформационными свойствами, вплоть до получения адаптивной механической реакции материалов на внешнее воздействие. К таким материалам и относятся ауксетики. В сравнении с классическими материалами ауксетики обладают рядом преимуществ: повышенное поглощение энергии, усиленное сопротивление к формированию и раскрытию трещин, лучшее сопротивление вдавливанию. Улучшение этих преимущественных свойств в материале постоянно интересует производителей различных конструкций. Зачастую данные механические свойства встречаются в композитах.

В данной работе рассмотрены методы исследований композитных пластин, материалы из которых их изготавливают, технология изготовления и проведения эксперимента по трёхточечному изгибу композитных пластин.

Так, в работе [2] рассматривали влияние толщины и количества слоёв заполнителя на механические свойства многослойной сэндвич-структуры из сотового заполнителя и облицовки при трёхточечном изгибе. По результатам экспериментов, которые согласуются с численными расчётами, был сделан вывод, что механические свойства многослойных пластин (в частности, модуль сдвига) возрастают с увеличением слоёв заполнителя и уменьшаются с увеличением толщины сотового заполнителя.

Низкоскоростное ударное воздействие на композитные сэндвич-панели с различными типами ауксетических и неауксетических призматических структур заполнителя исследовано в работе [15]. Для изготовления ауксетической сердцевины использовались технологии 3D-печати. По результатам испытаний по сбрасыванию бойка на образцы были сделаны выводы о том, что композиты с ауксетическим слоем обладают большей ударопрочностью, чем неауксетические заполнители. Композиты с ауксетиком лучше могут поглощать энергию и сильнее воспрепятствуют вдавливанию. Это означает, что для разрушения материала требуется удар с большей энергией.

В работе [6] проводили сравнительное исследование надёжности композитов с ауксетическими и неауксетическими заполнителями. Рассматриваемый образец состоял из двух внешних сплошных листов и полимерного заполнителя, напечатанного на 3D-принтере. По результатам исследования был сделан вывод о том, что слой с отрицательным коэффициентом Пуассона придаёт композитам большую надёжность и долговечность. Также при повторных воздействиях на композит было выявлено стабильное поведение пластин с ауксетическим заполнителем.

Возможность разработки вариантов устранения недостатков ауксетических конструкций (относительно низкая жёсткость и устойчивость) исследовалась в [18]. Решение данной проблемы предлагается путём заполнения ауксетических каркасов мягкими материалами. Ауксетический каркас кирального типа был изготовлен с применением технологий 3D-печати. Данные образцы испытывали на квазистатическое сжатие. Результаты показали, что наполнительная пена может снизить ауксетичность, при этом значительно увеличить жёсткость материала.

Поведение при изгибе и свободные колебания прямоугольной многослойной пластины с ауксетическим сотовым наполнителем изучались в работе [14]. Пластина представляет собой прямоугольную конструкцию из двух тонких сплошных плит и сотового наполнителя с шестиугольной элементарной ячейкой вида «песочные часы». В данной статье проводились только численные исследования, в которых рассматривались пластинки с различным углом наклона бокового ребра ячейки относительно вертикали. Показано, что угол наклона элементарной ячейки ауксетических сот оказывает существенное влияние на собственную частоту.

В работе [4] представлены результаты разработки простых и недорогих полимерных многослойных пластин с применением домашнего настольного 3D-принтера и дана оценка их свойств при изгибе. Основное внимание было уделено конфигурации из одного материала, в которой как внутреннее сотовое ядро, так и внешняя оболочка изготавливаются из PLA с помощью одного экструдера. Было испытано 5 образцов, 4 из которых показали идентичные результаты, кроме одного, так как в качестве поверхности приложения нагрузки была выбрана нижняя поверхность образца, в отличие от четырёх других, при этом из-за тепла, которое выделяет печатный пол, создавалось предварительное напряжение.

Влияние размера элементарной ячейки сотового наполнителя в виде правильного шестиугольника, а также влияние ширины трёхслойного слоистого композита на жесткостные характеристики композитной пластинки изучались в работе [7]. Сотовая структура изготовлена из кевлара, внешние слои – из углеродного волокна. Были произведены численные расчёты с помощью ANSYS и серии испытаний на трёхточечный изгиб. По результатам было замечено, что размер ячейки сотового наполнителя не оказывает существенного влияния на жесткостные свойства композитной сэндвич-панели. Анализ также показал, что с увеличением ширины панели значительно увеличивается жёсткость композитной панели. Результаты, полученные в данной работе, хорошо согласуются с произведёнными исследованиями в работе [9], в которой были разработаны численные модели композитных пластин с двумя полнотелыми лицевыми пластинами и сотовым наполнителем. Рассматривались сотовые структуры с различной степенью дискретизации (размером элементарной ячейки). Согласно проведённым расчётам, структуры с более низкой дискретностью показывают более высокую прочность по сравнению со структурами с более высокой дискретностью. Также при увеличении относительной плотности сот с 14 до 71 % разница между максимальными напряжениями в сотах с разной дискретностью имеет ярко выраженную область нарастания и последующего спада.

Численный анализ прочности слоистых композитных пластин со сплошными внешними слоями и сотовой прослойкой тетракирального типа в условиях статического изгиба проведён в работе [10]. В качестве материала пластин выбран алюминиевый сплав. У сотовых прослоек варьировались дискретизация (количество элементарных ячеек) и относительная плотность при постоянной толщине. Расчёты проводились при жёстком защемлении с торцов и при трёхточечном изгибе в рамках теории упругости методом конечных элементов. В процессе анализа прочности определялись значения нагрузки, при которых максимальные напряжения приравнивались к условному пределу упругости материала. Результаты численного расчёта показали, что тетракиральные соты с относительной плотностью сотовых наполнителей от 20 до 70 % обладают значительно большей прочностью по отношению к сплошным плитам при равном объёме твёрдого тела. Соты с большим размером элементарной ячейки прочнее по сравнению с сотами с меньшим размером элементарной ячейки при той же относительной плотности.

Исходя из краткого обзора, приведённого выше, можно сделать вывод, что изучение композитных пластин является актуальной темой. Целью данной работы является оценка прочностных характеристик трёхслойных композитных пластин, в которых средний слой, проявляющий ауксетические свойства, является ячеистой структурой тетракирального типа, для чего были изготовлены композитные образцы, разделённые на 4 серии, отличающиеся между собой степенью дискретизации. Внутри каждой серии пластинки отличаются друг от друга толщиной рёбер и ячеистого наполнителя за счёт сохранения постоянного объёма твёрдого тела на каждый элемент.

Производство сэндвичей с помощью LFS-технологии и тестовая установка. Исследования проводились для четырёх серий композитных пластин, в каждой серии по девять образцов. Серии образцов отличаются друг от друга размерами элементарной ячейки. Для анализа были взяты следующие параметры (см. рис. 1): $L_h = 1.6d_a$, где $d_a \in 1.0, 1.3, 1.6$ и 1.9 мм. Внутри серии толщина ячеистого заполнителя t_{cl} варьируется от 0.7 до 3.58 мм. На рис. 1 представлен вид сотовой структуры тетракирального типа.

Для изготовления всех образцов было разработано 36 3D-моделей сотовой структуры (под каждую дискретизацию и толщину стенки) и модель лицевой пластины.

Создание образцов включает в себя следующие этапы:

1. печать сотового заполнителя и лицевых пластин на 3D-принтере;
2. очистку напечатанных элементов в ультразвуковой ванне;
3. предварительное доотверждение в ультрафиолетовой камере;
4. доведение сотового заполнителя до требуемых размеров и ровности поверхности путём шлифования;
5. очистку отшлифованных элементов от пыли;
6. нанесение клеящего состава на лицевые пластинки;
7. склеивание элементов в единый образец в ультрафиолетовой камере.

Рассмотрим этапы более подробно.

1. Для печати элементов применялся 3D-принтер Formlabs Form 3 (см. рис. 2, а) с технологией печати LFS (Low Force Stereolithography). Данный принтер полностью погружает платформу для печати в смолу, после чего при помощи лазера послойно отверждает заданные элементы. Ячеистый заполнитель на платформе располагается так, чтобы в отверстиях не скапливались избытки смолы и была возможность свободной очистки после поднятия платформы из смолы. Лицевые пластины располагались так, чтобы слои были параллельны длинной стороне. Для изготовления данных образцов толщина слоя отверждения составляла 100 мкм.

2. После окончания работы принтера элементы изымаются из смолы. Так как они были погружены полностью, то для избавления от остатков смолы требуется мойка образцов изопропиловым спиртом в ультразвуковой ванне (см. рис. 2, б). Изопропиловый спирт разъедает неотверждённую смолу, а ультразвук способствует ускорению данного процесса и более качественному его выполнению. Для получения чистых образцов требуется в течение 5 минут держать элементы в ванне.

3. После получения чистых элементов их необходимо поместить в ультрафиолетовую камеру (см. рис. 2, в). При печати элементы не набирают прочностных характеристик, и для получения требуемых значений производится доотверждение элементов. Требуемое время под ультрафиолетом составляет десять минут. Данный процесс производится в несколько этапов: вначале, после мойки, для упрощения механической обработки, и в конце при склеивании элементов в единый образец. Для получения требуемых характеристик, помимо самого ультрафиолетового воздействия, также требуется приложение давления на образцы для их выравнивания. Так как испытуемые образцы имеют достаточно малые размеры, то их геометрия может измениться от небольшого нагрева или физического воздействия. Чтобы не потерять определённую требуемую структуру, при отверждении образцы зажимаются между двумя кварцевыми стеклами, и сверху ставится груз массой 1 кг. При этом груз располагается так, чтобы не перекрывать ультрафиолетовое излучение.

4. Для изготовления образцов использовалась прозрачная смола. В связи с этим при печати первых слоёв элементов часть лазерного излучения выходит за границы требуемого элемента и на

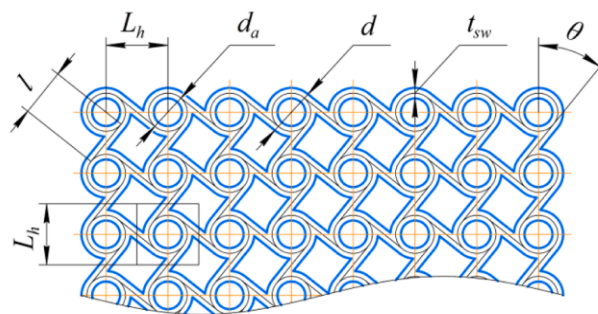


Рис. 1. Сотовая структура тетракирального типа

них образуются наплывы смолы. Из этого следует, что требуется некоторая механическая доработка образцов перед их дальнейшим исследованием. Для этого используется сначала наждачная бумага с фракцией 100 для удаления больших неровностей, а после фракцией 1000 образец полируется до полного выравнивания, чтобы обеспечить максимальную площадь контакта поверхностей при последующей склейке. На рис. 2, г показан процесс доработки элементов.

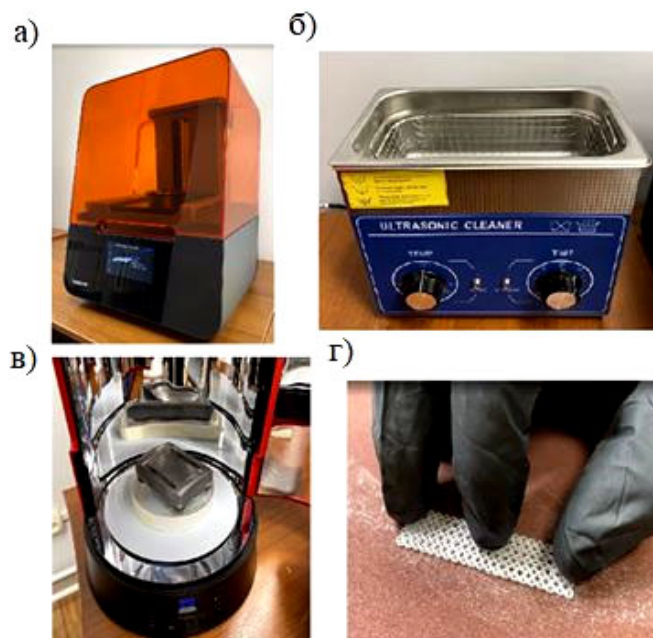


Рис. 2. Этапы изготовления композитов: а – 3D-принтер Formlabs Form 3; б – ультразвуковая ванночка для мойки в изопропиловом спирте; в – ультрафиолетовая камера с образцами; г – процесс механической доработки элементов с помощью наждачной бумаги

5. После того как образцы были отшлифованы, их снова требуется промыть, т. к. пыль и кусочки наждачной бумаги оседают и застревают в узких местах структуры. Данный пункт полностью повторяет все производимые действия пункта 2.

6. По завершении всех подготовительных этапов приступаем к сборке композитов. Для этого при помощи кисточки тонким ровным слоем на лицевые сплошные пластинки наносится смола. После этого собираются все три компонента композита и аккуратно укладываются на кварцевое стекло, при этом не допускается смещение слоёв относительно друг друга.

7. Последний этап создания пластин заключается в отверждении образцов между кварцевых стекол под давлением груза, как в пункте 3. Композиты находятся в камере в течение 5 минут. За это время элементы ещё набирают прочности, а смола, выступающая связующим звеном между элементами, затвердевает до необходимой прочности за счёт тонкости данного слоя. Так как в каждой партии все образцы отличаются друг от друга толщиной сотового заполнителя, то отверждение производится по три образца: по одному образцу с каждой партии с одинаковой толщиной, поскольку они имеют одинаковые размеры. Для отверждения образцов четвёртой партии были изготовлены дополнительные элементы с требуемой толщиной, чтобы процесс отверждения всех образцов происходил в одинаковых условиях. На рис. 3 показаны композиты серии 1.6.

Тестовая установка. Тест проводился в частичном соответствии с процедурой, проиллюстрированной в стандарте ASTM D790 [3]. Были измерены толщина и ширина каждого образца, собранные результаты необходимы для проверки производительности процесса и получения геометрических характеристик для расчёта механических свойств. Также каждый образец был взвешен для контроля количества твёрдого тела. В табл. 1 приведены массы каждого образца.

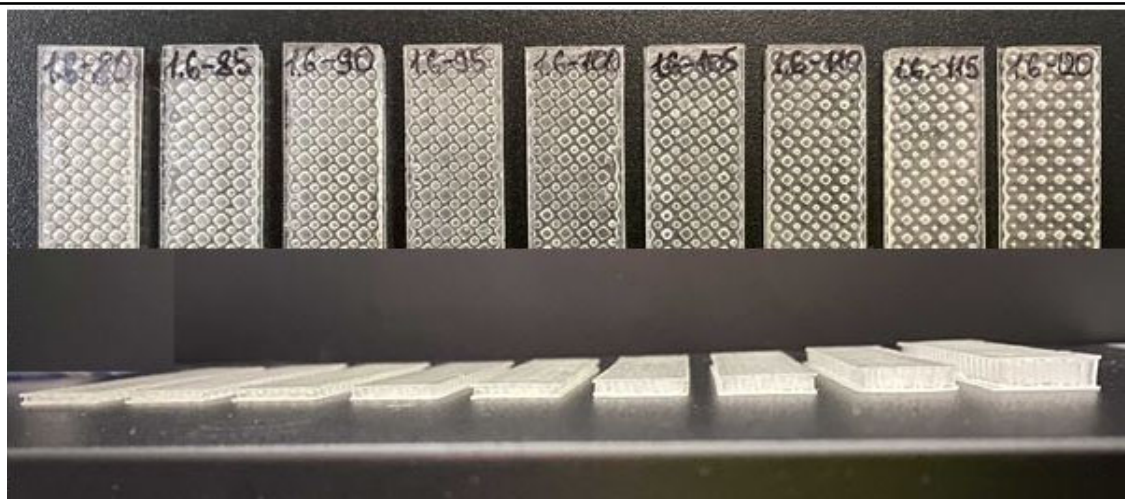


Рис. 3. Композиты серии 1.6: вид сверху и вид с торца

Таблица 1

Масса образцов, г

Толщина ячеистого заполнителя, мм	Серии образцов			
	1.0	1.3	1.6	1.9
0.7	1.96	1.83	1.60	1.45
0.78	1.55	1.46	1.38	1.32
0.88	1.41	1.34	1.36	1.29
1.01	1.36	1.33	1.35	1.34
1.18	1.36	1.32	1.33	1.27
1.42	1.30	1.35	1.28	1.33
1.77	1.35	1.35	1.30	1.35
2.37	1.32	1.28	1.35	1.27
3.58	1.33	1.36	1.34	1.34

После оценки геометрических характеристик можно было проводить эксперимент. Чтобы смоделировать условия трёхточечного изгиба, каждый образец для испытаний располагался горизонтально на двух опорах, представляющих собой металлические цилиндры с диаметром 10 мм. Нагрузка давалась пуансоном диаметром 4 мм, который симметрично расположен между двумя опорами и действует на верхнюю поверхность композита. Прогиб образца на этапе нагружения измерялся с использованием информации, полученной по положению траверсы. Движение пуансона было настроено с использованием постоянной скорости деформации, равной 8 мм/мин.

Предварительные результаты испытаний и механическое поведение многослойных образцов. На рис. 4 представлены необработанные графики кривых нагрузка-прогиб для всех серий образцов. В результате испытаний были получены прочность на изгиб и данные для определения модуля упругости. Прочность на изгиб определяется как максимальное значение напряжения, которое может выдержать образец. Модуль упругости указывает на устойчивость материала к деформации под нагрузкой. С графической точки зрения он указывает наклон кривой напряжения-деформации при определённом уровне напряжения. Как и ожидалось, все образцы изначально демонстрировали гуковское поведение; в этой части графика тренд кривой напряжения-деформации почти линейный. В табл. 2 приведены пределы прочности при изгибе всех образцов.

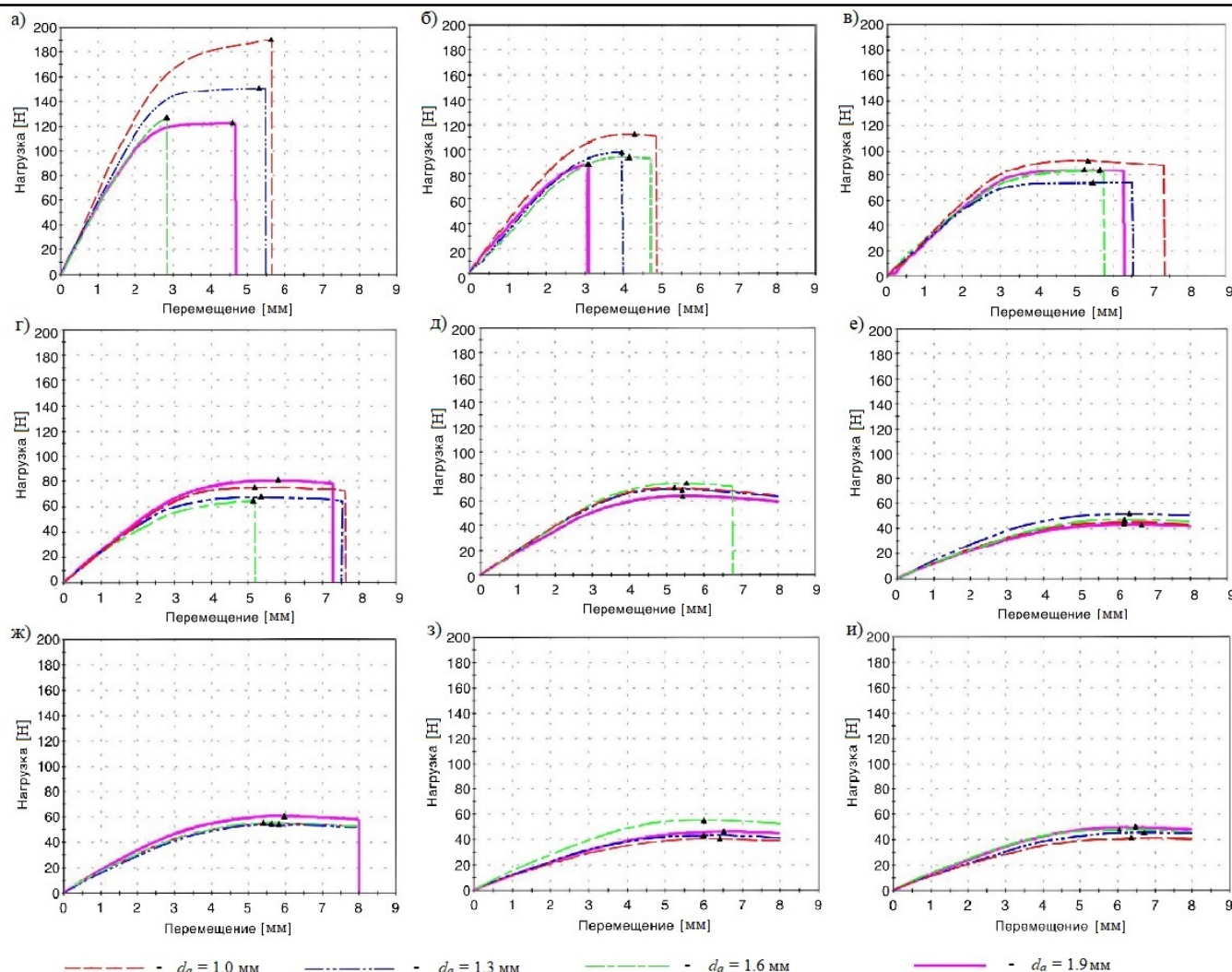


Рис. 4. Необработанные кривые нагрузка-прогиб образцов с толщиной $t_{cl} = 0.7$ мм (а); $t_{cl} = 0.78$ мм (б); $t_{cl} = 0.88$ мм (в); $t_{cl} = 1.01$ мм (г); $t_{cl} = 1.18$ мм (д); $t_{cl} = 1.42$ мм (е); $t_{cl} = 1.77$ мм (ж); $t_{cl} = 2.37$ мм (з); $t_{cl} = 2.58$ мм (и)

Таблица 2

Предел прочности при изгибе, МПа

№ графика	Толщина ячеистого заполнителя, мм	Серии образцов			
		1.0	1.3	1.6	1.9
а	0.7	175.73	140.17	117.01	113.37
б	0.78	103.45	89.76	88.75	81.00
в	0.88	84.99	68.52	79.26	77.97
г	1.01	69.58	62.91	60.88	74.39
д	1.18	64.99	63.83	69.77	59.30
е	1.42	41.31	48.12	43.79	40.13
ж	1.77	50.15	50.28	51.50	56.17
з	2.37	37.30	39.92	51.95	42.86
и	3.58	38.47	42.45	44.85	46.23

Закключение. В данной работе было изготовлено четыре серии композитных пластин с ауксетическим заполнителем тетракирального типа, которые отличались друг от друга размерами элементарной ячейки, при этом внутри серии варьировалась толщина ячеистого заполнителя. Они

были испытаны на статический трёхточечный изгиб для изучения влияния дискретизации и толщины стенки рёбер сотового заполнителя на прочностные характеристики пластин при постоянном объёме твёрдого тела. Нагрузка на образец прикладывается по всей ширине пластинки посередине пролёта. Перемещения снимались в месте приложения нагрузки с использованием информации, полученной от положения траверсы. Изучив графики испытаний, представленные на рис. 4, можем сделать следующий вывод: чем толще образец, тем большей изгибной прочностью он обладает даже при уменьшении толщины стенки сотового заполнителя. Но также при этом увеличивается хрупкость пластинки. При изменении дискретизации с увеличением размера элементарной ячейки предел прочности пластинки уменьшается. Наблюдая последовательно за графиками на рис. 4, отметим, что с уменьшением выдерживаемой нагрузки заметно возрастают перемещения. Такое поведение нехарактерно для стандартных материалов, например, железобетона. Оно может обуславливаться нестандартной структурой сотового заполнителя. Результаты экспериментальных исследований показали, что с увеличением толщины стенки различия в напряжённо-деформируемом состоянии образцов разной дискретизации уменьшаются, т. к. параметры сотового заполнителя приближаются к параметрам сплошной пластинки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ляв, А. Математическая теория упругости / А. Ляв. – М.: ОНТИ, 1935. – 674 с.
2. Arbaoui, J.; Schmitt, Y.; Pierrot, J.-L. and Royer, F.-X. Effect of core thickness and intermediate layers on mechanical properties of polypropylene honeycomb multi-layer sandwich structures. *Archives of Metallurgy and Materials*, 2014, 1. – P. 59.
3. ASTM, I. (2007) Standard test methods for flexural properties of unreinforced and reinforced plastics and electrical insulating materials. ASTM D790-07.
4. Brischetto, S.; Ferro, C. G.; Torre, R. and Maggiore, P. 3D FDM production and mechanical behavior of polymeric sandwich specimens embedding classical and honeycomb cores. *Curved and Layered Structures*, 2018, 5(1). – P. 80-94.
5. Frolich, L. M.; LaBarbera, M. and Stevens, W. P. Poisson's ratio of a crossed fibre sheath: the skin of aquatic salamanders. *Journal of Zoology*, 1994, 232. – P. 231-252.
6. Hou, S.; Li, T.; Jia, Z.; Wang, L. Mechanical properties of sandwich composites with 3d-printed auxetic and non-auxetic lattice cores under low velocity impact. *Material Design*, 2018, 160. – P. 1305-1321.
7. Kumar, A.; Angra, S.; Chanda, A. K. Analysis of effect of variation of honeycomb core cell size and sandwich panel width on the stiffness of a sandwich structure. *Research Engineering and Structural Materials*, 2021, 8(1). – P. 45-56. DOI: 10.17515/resm2021.308me0606.
8. Mazaev, A. V.; Ajenez, O. and Shitikova, M. V. Auxetics materials: classification, mechanical properties and applications. *IOP Conference Series: Material Science and Engineering*, 2020, Vol. 747, PaperID 012008.
9. Mazaev, A. V. and Shitikova, M. V. Numerical analysis of the stressed state of composite plates with a core layer made of tetrachiral honeycombs under static bending. *Composites Part C: Open Access*, 2021, 6, PaperID 100217.
10. Mazaev, A. V. and Shitikova, M. V. Static bending strength of sandwich composite plates with tetrachiral honeycombs. *International Journal for Computational Civil and Structural Engineering*, 2021, 17(3). – P. 102-113.
11. Ren, X.; Das, R.; Tran, P.; Ngo, T. D. and Xie, Y. M. Auxetic metamaterials and structures: a review. *Smart Materials and Structures*, 2018, 27(2), PaperID 023001.
12. Rossow, W. B.; Whitehead, J. A.; Covey, C. and Walterscheid, R. L. Elasticity of α -cristobalite: a silicon dioxide with a negative Poisson's ratio. *Science*, 1992, 257. – P. 650-652.
13. Saxena, K. K.; Das, R. and Calius, E. P. Three decades of auxetics research – Materials with negative Poisson's ratio: A Review. *Advanced Engineering Materials*, 2016, 18. – P. 1847-1870.
14. Thang, N. T.; Van Long, N.; Tu, T.M. and Nam, N. H. Navier solution for static and free vibration analysis of sandwich plate with auxetic honeycomb core resting on Pasternak elastic foundation. *J Sci Tech Civil Eng (STCE)-HUCE* 2022, Retrieved from <https://stce.huce.edu.vn/index.php/en/article/view/2297>
15. Usta, F.; Türkmen, H. S. and Scarpa, F. Low-velocity impact resistance of composite sandwich panels with various types of auxetic and non-auxetic core structures. *Thin-Walled Structures*, 2021, 163. PaperID 107738.
16. Veronda, D. R. and Westmann, R. A. Mechanical characterization of skin-Finite deformations *Journal of Biomechanics*, 1970, 3. – P. 111-124.
17. Williams, J. L. and Lewis, J. L. Properties and an anisotropic model of cancellous bone from the proximal tibial epiphysis *Journal of Biomechanical Engineering*, 1982, 104. – P. 50-56.
18. Zhang, X. G.; Ren, X.; Jiang, W.; Zhang, X. Y.; Luo, C.; Zhang, Y. and Xie, Y. M. A novel auxetic chiral lattice composite: Experimental and numerical study. *Composite Structures*, 2022, 282, PaperID 115043.



Канашин И. В., Хромов А. И., Григорьев Я. Ю., Григорьева А. Л.
I. V. Kanashin, A. I. Khromov, Ya. Yu. Grigoriev, A. L. Grigorieva

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ДЕФОРМИРОВАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО
ОБРАЗЦА ПРИ УСЛОВИИ МАЛОЦИКЛОВОГО НАГРУЖЕНИЯ**

**MODELING OF THE DEFORMATION PROCESS OF AN EXPERIMENTAL SAMPLE
UNDER THE CONDITION OF LOW-CYCLE LOADING**

Канашин Илья Валерьевич – аспирант Комсомольского-на-Амуре государственного университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре). E-mail: jan198282@mail.ru.

Ilya V. Kanashin – Postgraduate Student, Komsomolsk-na-Amure State University (Russia, Komsomolsk-on-Amur). E-mail: jan198282@mail.ru.

Хромов Александр Игоревич – доктор физико-математических наук, профессор кафедры «Прикладная математика» Комсомольского-на-Амуре государственного университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре). E-mail: jan198282@mail.ru.

Alexander I. Khromov – Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Applied Mathematics Department, Komsomolsk-na-Amure State University (Russia, Komsomolsk-on-Amur). E-mail: jan198282@mail.ru.

Григорьева Анна Леонидовна – кандидат физико-математических наук, доцент, заведующая кафедрой «Прикладная математика» Комсомольского-на-Амуре государственного университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре). E-mail: naj198282@mail.ru.

Anna L. Grigorieva – PhD in Physics and Mathematics, Associate Professor, Head of the Applied Mathematics Department, Komsomolsk-na-Amure State University (Russia, Komsomolsk-on-Amur). E-mail: naj198282@mail.ru.

Григорьев Ян Юрьевич – кандидат физико-математических наук, доцент, проректор по учебной работе Комсомольского-на-Амуре государственного университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре). E-mail: jan198282@mail.ru.

Yan Yu. Grigoriev – PhD in Physics and Mathematics, Associate Professor, Vice-Rector for Academic Affairs of the Komsomolsk-na-Amure State University (Russia, Komsomolsk-on-Amur). E-mail: jan198282@mail.ru.

Аннотация. В данной статье представлена математическая модель, описывающая поведение материала в окрестности точек образования микротрещин при многократном циклическом нагружении, а также определён критерий начала образования разрушения и дописан программный комплекс, позволяющий определить количество циклов нагружения в зависимости от геометрии полосы и физических свойств.

Summary. This article presents a mathematical model describing the behavior of a material in the vicinity of microcrack formation points under repeated cyclic loading, also defines a criterion for the beginning of fracture formation and adds a software package that allows determining the number of loading cycles depending on the band geometry and physical properties.

Ключевые слова: математическое моделирование, малоцикловое нагружение, механика деформируемого твёрдого тела, поле тензора перемещений, деформация.

Key words: mathematical modeling, low-cycle loading, mechanics of deformable solids, displacement tensor field, deformation.

УДК 004.021:004.93'11

Введение. В данной работе рассматривается процесс деформирования образца при условии многократного циклического нагружения. В отличие от механических разрушений, которые можно определить визуально, существуют также и усталостные.

При эксплуатации крупногабаритных объектов (самолёты, суда (речные и морские), оболочечные конструкции) в результате циклических нагрузок, связанных с деформацией металла, под

действием внешних сил возникает микронагружение, которое очень сильно влияет на эксплуатацию конструкций и приводит к их деформации. В процессе функционирования элементы могут начать разрушаться внутри, появятся так называемые микротрещины, которые впоследствии приведут к внезапному разрушению конструкции.

Для исследования данного явления предлагается использовать значение первого главного тензора Альманси (E_1), а также значение диссипации энергии.

В условиях малоциклового нагружения количество нагружений будет составлять не более 10 000 раз. Главным критерием нагружения будет являться достижение критической величины энергии диссипации, которая суммируется в результате многократных деформаций материала и при каждом последующем деформировании увеличивается, достигая определённого значения:

$$\Sigma W = W_{кр.}$$

После осуществления образцом определённого количества циклов деформирования наступает полная потеря пластичности и образуется трещина.

В данной работе предложено исследовать процесс малоциклового усталости со стороны деформационного процесса. Каждый этап деформирования рассмотрен как отдельный деформационный процесс, по окончании которого в материале происходят процессы, ведущие к накоплению энергии диссипации и изменению начальных условий для тензора скоростей деформации и напряжения. Каждый цикл разбивается на растяжение и сжатие, после растяжения под действием пластических свойств образец возвращает свою исходную геометрическую форму, но определённые параметры, описывающие механические свойства материала, изменяются (например, плотность), что приводит к накоплению энергии. Пример развития изменения свойств материала из-за малоциклового нагружения представлен на рис. 1.

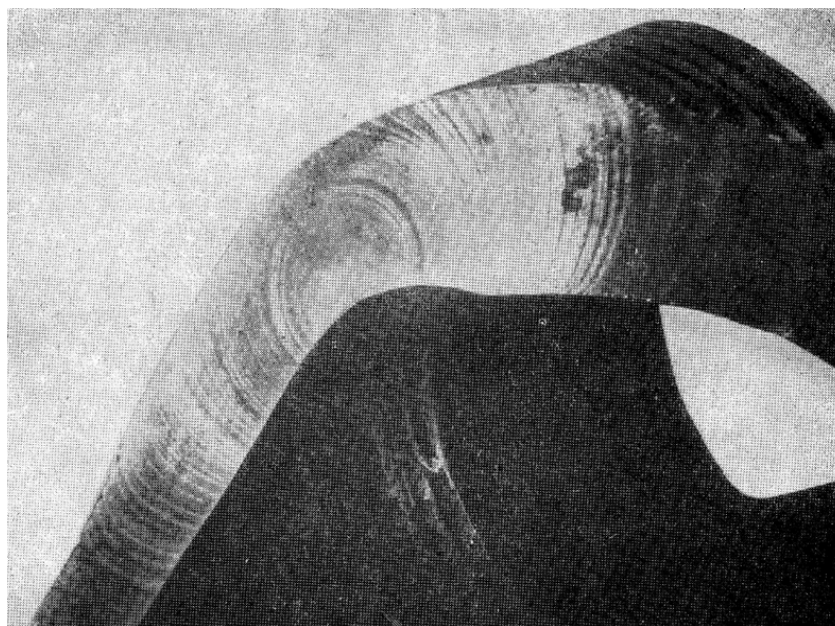


Рис. 1. Поверхность излома коленчатого вала из стали 40ХНМА
с концентрическими усталостными линиями

В реальных процессах деформирования материала в элементах конструкций деформационные процессы могут значительно отличаться от одноосного деформирования, и это обобщение должно учитывать следующие особенности малоциклового усталости:

1. диапазон пластического деформирования материала значительно превышает диапазон малых деформаций, что требует использования в качестве меры деформаций тензоров конечных деформаций;

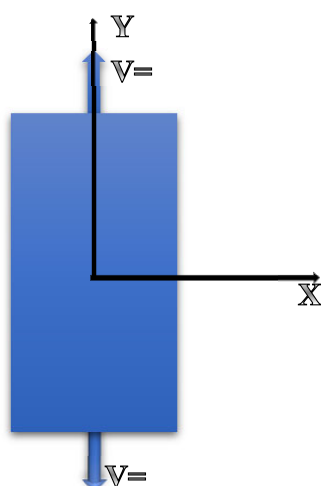


Рис. 2. Плоская полоса при растяжении

2. повреждаемость материала осуществляется за счёт энергии гистерезиса на пластических деформациях, связанных с упрочнением материала, что требует учёта эффекта Баушингера.

Для данного исследования был создан программный комплекс, который позволяет определить максимально возможное количество деформационных нагрузок при циклическом нагружении для плоских образцов, изготовленных из различных материалов. Предлагается рассмотреть плоский образец, изображённый на рис. 2 [1-10].

На рис. 3 представлено одно из окон интерфейса программы.

Интерфейс программы состоит:

- из «полей со списком» для выбора типа образца (полоса); материала, из которого изготовлен образец; размеров образца (длина и ширина полосы в миллиметрах); времени полуцикла нагружения в секундах (в течение выбранного периода времени образец растягивается, затем на протяжении такого же отрезка времени сжимается, что составляет один цикл нагружения);
- кнопок для запуска эксперимента, вывода определяемых в каждом полуцикле параметров в таблицу, сброса результатов эксперимента, после которого появляется возможность провести новый эксперимент [11; 12];
- текстового поля для вывода основного определяемого параметра (количества циклов до появления в образце трещины) и перехода ко второму этапу (нагрузению с разрывным полем скоростей перемещений). В качестве критерия перехода ко второму этапу выступает предельное значение мощности диссипации энергии W , рассчитываемое для выбранного материала перед началом эксперимента в зависимости от его коэффициентов относительного удлинения и относительного сужения [13-15].

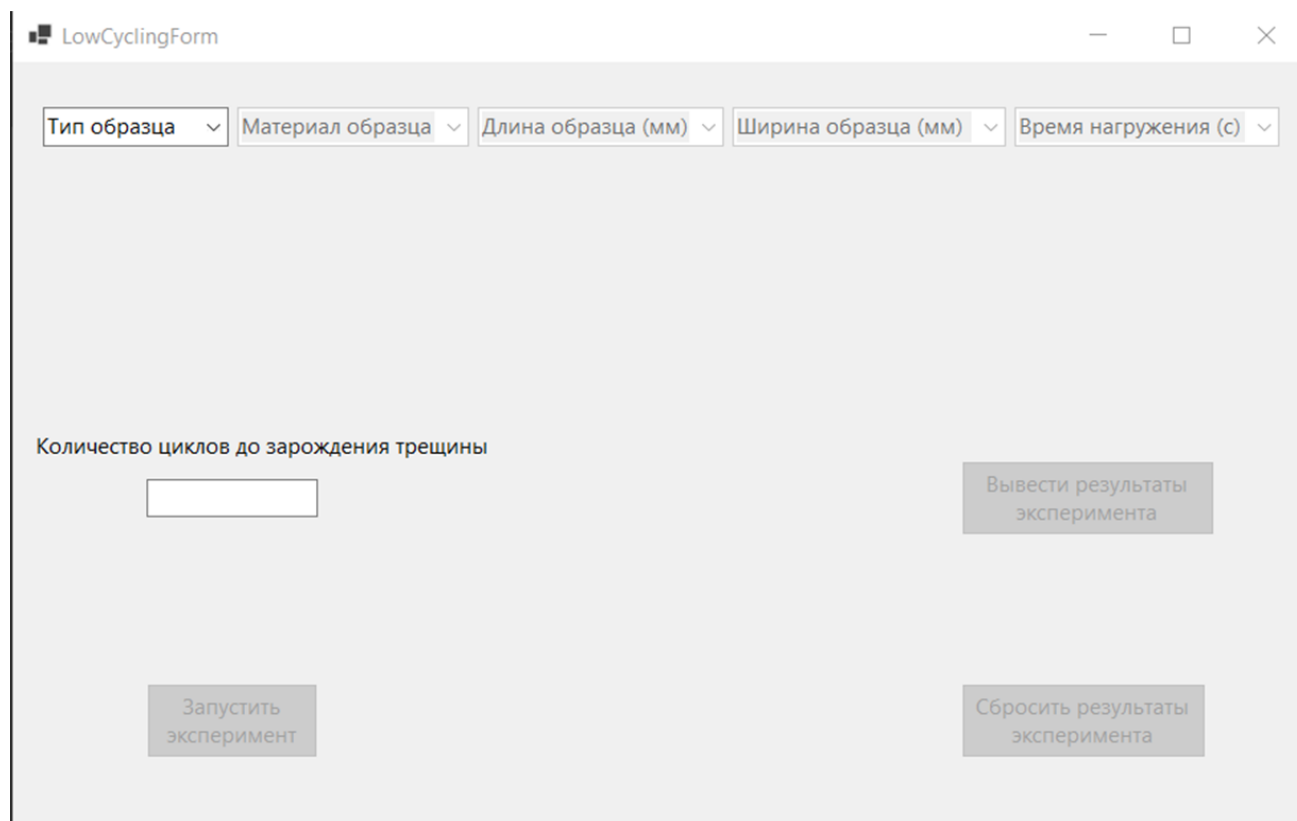


Рис. 3. Окно интерфейса программы № 1

LowCyclingForm

полоса алюминий АД0 5000 1200 10

Количество циклов до зарождения трещины

24605

Вывести результаты эксперимента

Запустить эксперимент

Сбросить результаты эксперимента

Рис. 4. Окно результата работы программы

На рис. 4 представлен результат работы программы. В качестве исходных данных были выбраны: материал образца – алюминий АД0, размеры полосы – 5000×1200 мм, время полуцикла нагружения – 10 с, скорость деформирования полосы – постоянная величина, равная 0,001 мм в секунду. В результате для количества циклов до образования в образце трещины было получено значение 24 605. Из приведённой ниже таблицы (см. рис. 5) с основными параметрами следует, что образование трещины происходит после 49 211 полуциклов нагружения, следовательно, переход через критическое значение мощности диссипации энергии и образование трещины происходит при сжатии образца на 24 606 цикле [16-18].

ResultingForm

№	Граничные напряжения	Необходимое усилие	Изменение ширины полосы	Длина полосы	Ширина полосы	Первое главное значение тензора Альманси	Второе главное значение тензора Альманси	Мощность диссипации энергии
1	160	383,999232001...	2,39999519990...	5,00001	1,1999976000048	1,99999400001...	-2,000002E-06	3,19999360001...
2	-160	-384,000000000...	-2,39999519990...	5	1,2	-1,20000836062...	4,00000653543...	6,39999360001...
3	160	383,999232001...	2,39999519990...	5,00001	1,1999976000048	1,99999400001...	-2,000002E-06	9,59998720002...
4	-160	-384,000000000...	-2,39999519990...	5	1,2	-1,20000836062...	4,00000653543...	0,00012799987...
5	160	383,999232001...	2,39999519990...	5,00001	1,1999976000048	1,99999400001...	-2,000002E-06	0,00015999980...
6	-160	-384,000000000...	-2,39999519990...	5	1,2	-1,20000836062...	4,00000653543...	0,00019199980...
7	160	383,999232001...	2,39999519990...	5,00001	1,1999976000048	1,99999400001...	-2,000002E-06	0,00022399974...
8	-160	-384,000000000...	-2,39999519990...	5	1,2	-1,20000836062...	4,00000653543...	0,00025599974...
9	160	383,999232001...	2,39999519990...	5,00001	1,1999976000048	1,99999400001...	-2,000002E-06	0,00028799968...
10	-160	-384,000000000...	-2,39999519990...	5	1,2	-1,20000836062...	4,00000653543...	0,00031999968...
11	160	383,999232001...	2,39999519990...	5,00001	1,1999976000048	1,99999400001...	-2,000002E-06	0,00035199961...
12	-160	-384,000000000...	-2,39999519990...	5	1,2	-1,20000836062...	4,00000653543...	0,00038399961...
13	160	383,999232001...	2,39999519990...	5,00001	1,1999976000048	1,99999400001...	-2,000002E-06	0,00041599955...

Рис. 5. Данные по состоянию нагруженной полосы

ResultingForm

№	Граничные напряжения	Необходимое усилие	Изменение ширины полосы	Длина полосы	Ширина полосы	Первое главное значение тензора Альманси	Второе главное значение тензора Альманси	Мощность диссипации энергии
49201	160	383,999232001...	2,39999519990...	5,00001	1,1999976000048	1,99999400001...	-2,000002E-06	1,57443042553...
49202	-160	-384,000000000...	-2,39999519990...	5	1,2	-1,20000836062...	4,00000653543...	1,57446242553...
49203	160	383,999232001...	2,39999519990...	5,00001	1,1999976000048	1,99999400001...	-2,000002E-06	1,57449442547...
49204	-160	-384,000000000...	-2,39999519990...	5	1,2	-1,20000836062...	4,00000653543...	1,57452642547...
49205	160	383,999232001...	2,39999519990...	5,00001	1,1999976000048	1,99999400001...	-2,000002E-06	1,57455842541...
49206	-160	-384,000000000...	-2,39999519990...	5	1,2	-1,20000836062...	4,00000653543...	1,57459042541...
49207	160	383,999232001...	2,39999519990...	5,00001	1,1999976000048	1,99999400001...	-2,000002E-06	1,57462242534...
49208	-160	-384,000000000...	-2,39999519990...	5	1,2	-1,20000836062...	4,00000653543...	1,57465442534...
49209	160	383,999232001...	2,39999519990...	5,00001	1,1999976000048	1,99999400001...	-2,000002E-06	1,57468642528...
49210	-160	-384,000000000...	-2,39999519990...	5	1,2	-1,20000836062...	4,00000653543...	1,57471842528...
49211	160	383,999232001...	2,39999519990...	5,00001	1,1999976000048	1,99999400001...	-2,000002E-06	1,57475042521...
*								

Рис. 6. Данные по состоянию нагруженной полосы (часть 2)

На рис. 5 и 6 приведена таблица, в которую выводятся определяемые в каждом полуцикле нагружения параметры: напряжения на верхней и нижней границах образца; усилие, необходимое для растяжения полосы; изменение ширины полосы в текущем полуцикле нагружения; длина и ширина полосы к концу текущего полуцикла; первое и второе главные значения тензора Альманси, определяющие деформирование образца; мощность диссипации энергии, по значению которой определяется момент образования трещины. Предельное значение мощности диссипации энергии для алюминия АД0, полученное в результате работы программы, равно 1,5747504251; предельное значение мощности диссипации энергии алюминия АД0, приведённое в справочнике по конструкционным материалам, равно 1,6.

Таким образом, данное научное исследование даёт возможность спрогнозировать развитие микротрещин на поверхности и внутри определённых видов металла. В данной работе была рассмотрена сталь, которая является строительным материалом судов, самолётов, автомобилей и т. д. Иногда очень важно иметь возможность аналитически оценивать и заранее прогнозировать состояние элементов конструкций, изготавливаемых на промышленных предприятиях, а также избегать проблем, связанных с эксплуатацией крупных технических систем, таких как речные и морские суда.

Вывод. Необходимость данного исследования связана с актуальностью аналитической оценки состояния элементов конструкции, которые изготавливаются на промышленных предприятиях Хабаровского края, при их деформировании. Представителями данных предприятий являются КнаАЗ, АСЗ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мокшанов, А. С. Металлы и их сплавы, применяемые в авиастроении / А. С. Мокшанов, А. А. Панюжев // Трассектория научно-технологического развития России с учётом глобальных трендов: сборник научных трудов по материалам Междунар. науч.-практ. конф., 29 ноября 2019 г. – Белгород: ООО Агентство перспективных научных исследований (АПНИ), 2019. – С. 138-142.
2. Развитие техники и технологии испытания баллистических шлемов / Е. А. Чернышов, И. Д. Романов, А. Д. Романов, Р. О. Горбатов // Учёные записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. Науки о природе и технике. – 2019. – № I-1 (37). – С. 100-107.
3. Амосов, О. С. Создание интеллектуальной информационно-телекоммуникационной системы безопасности вуза нового поколения: о новом проекте Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета / О. С. Амосов, С. Г. Баена, Я. С. Иващенко // Учёные записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. Науки о природе и технике. – 2017. – № I-1 (29). – С. 119-120.

4. Амосов, О. С. Сетевая классификация атак в задачах информационной безопасности на основе интеллектуальных технологий, фрактального и Вейвлет-анализа / О. С. Амосов, Д. С. Магола, С. Г. Баена // Учёные записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. Науки о природе и технике. – 2017. – № IV-1 (32). – С. 19-29.
5. Моделирование деформационных процессов элементов сложных конструкций в условиях малоцикло-вой деформации / А. Л. Григорьева, Я. Ю. Григорьев, А. И. Хромов, И. В. Канахин // Морские интеллекту-альные технологии. – 2021. – Т. 2. – № 2 (52). – С. 123-128.
6. Хромов, А. И. Поверхность нагружения, связанная с линиями уровня поверхности деформаций не-сжимаемого жёсткопластического тела / А. И. Хромов, Е. П. Кочеров, А. Л. Григорьева // Вестник Самар-ского государственного технического университета. Серия: Физико-математические науки. – 2006. – № 43. – С. 88-91.
7. Григорьева, А. Л. Алгоритм решения задачи о растяжении полосы с непрерывным полем скоростей перемещений с использованием деформационно-энергетического условия пластичности / А. Л. Григорьева, Я. Ю. Григорьев // Фундаментальные исследования. – 2013. – № 1-3. – С. 694-700.
8. Голубева, Н. В. Математическое моделирование систем и процессов: учеб. пособие / Н. В. Голубева. – СПб.: Лань, 2013. – 192 с.
9. Разработка модели определения глубины пространства для задач детектирования препятствий беспил-отного летательного аппарата / Р. И. Шишов, Я. Ю. Григорьев, А. Л. Григорьева, Е. П. Жарикова // Совре-менные наукоёмкие технологии. – 2019. – № 11-2. – С. 306-313.
10. Детектирование состояния поверхности / Е. П. Жарикова, И. А. Трещев, Я. Ю. Григорьев, А. Л. Григо-рьева // Учёные записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. Науки о природе и технике. – 2019. – № III-1 (39). – С. 58-63.
11. Намоконов, А. Н. Разработка программного комплекса получения параметров, характеризующих пове-дение быстросхватывающихся бетонов высокопрочных марок / А. Н. Намоконов, А. Л. Григорьева // Моло-дёжь и наука: актуальные проблемы фундаментальных и прикладных исследований: материалы III Всерос-сийской национальной научной конференции студентов, аспирантов и молодых учёных. В 3 ч. Ч. 2 / Ред-коллегия: Э. А. Дмитриев (отв. ред.) [и др.]. – Комсомольск-на-Амуре: ФГБОУ ВО «КнАГУ», 2020. – С. 330-333.
12. Атюков, Н. В. Математическое моделирование образа объекта с помощью лазерного дальномера / Н. В. Атюков, А. Л. Григорьева // Научно-техническое творчество аспирантов и студентов: материалы все-российской научно-технической конференции студентов и аспирантов / Редкол.: Э. А. Дмитриев (отв. ред.) [и др.]. В 2 ч. Ч. 2. – Комсомольск-на-Амуре: ФГБОУ ВО «КнАГУ», 2018. – С. 129-131.
13. Архипова, Н. И. Теория системного анализа и управления: учеб. пособие для вузов / Н. И. Архипова, В. В. Кульба, С. А. Косяченко. – М.: Изд-во ПРИОР, 2008. – 384 с.
14. Аттетков, А. В. Введение в методы оптимизации / А. В. Аттетков, В. С. Зарубин, А. Н. Канатников. – М.: ИНФРА-М, 2008. – 272 с.
15. Сухарев, А. Г. Методы оптимизации / А. Г. Сухарев, А. В. Тимохов, В. В. Федоров. – М.: Юрайт, 2014. – 368 с.
16. Голубева, Н. В. Математическое моделирование систем и процессов: учеб. пособие / Н. В. Голубева. – СПб.: Лань, 2013. – 192 с.
17. Тимченко, Т. Н. Системный анализ в управлении / Т. Н. Тимченко. – М.: ПРИОР, 2011. – 162 с.
18. Сарилова, О. А. Факторная модель как метод оценки вклада нематериальных активов в стоимость ор-ганизации / О. А. Сарилова, А. Л. Григорьева, Я. Ю. Григорьев // Учёные записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. Науки о человеке, обществе и культуре. – 2012. – № III-2 (11). – С. 107-112.



Алексеев Г. В., Лобанов А. В., Терлецкий И. А.

G. V. Alekseev, A. V. Lobanov, I. A. Terletsky

ПРИМЕНЕНИЕ РАДИАЛЬНО АНИЗОТРОПНЫХ МАТЕРИАЛОВ В ЗАДАЧАХ СТАТИЧЕСКОЙ МАСКИРОВКИ

APPLICATION OF RADIALLY ANISOTROPIC MATERIALS IN STATIC MASKING PROBLEMS

Алексеев Геннадий Валентинович – доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник Института прикладной математики ДВО РАН (Россия, Владивосток). E-mail: alekseev@iam.dvo.ru.

Gennady V. Alekseev – Doctor of Physics and Mathematics, Principal Researcher, Institute of Applied Mathematics of FEB RAS (Russia, Vladivostok). E-mail: alekseev@iam.dvo.ru.

Лобанов Алексей Викторович – кандидат физико-математических наук, научный сотрудник Института прикладной математики ДВО РАН (Россия, Владивосток). E-mail: alekslobanov1@mail.ru.

Alexey V. Lobanov – PhD in Physics and Mathematics, Researcher, Institute of Applied Mathematics of FEB RAS (Russia, Vladivostok). E-mail: alekslobanov1@mail.ru.

Терлецкий Игорь Анатольевич – кандидат физико-математических наук, доцент департамента общей и экспериментальной физики Дальневосточного федерального университета (Россия, Владивосток). E-mail: iterlik@mail.ru.

Igor A. Terletsky – PhD in Physics and Mathematics, Associate Professor, Department of General and Experimental Physics, Far Eastern Federal University (Russia, Vladivostok). E-mail: iterlik@mail.ru.

Аннотация. Формулируется обратная задача для трёхмерной модели электростатики, связанная с проектированием сферической экранирующей оболочки. Предлагается численный алгоритм её решения, основанный на использовании многослойной оболочки, первый слой которой является анизотропным, а остальные слои заполнены чередующимися изотропными материалами. Показывается, что экранирующая оболочка, спроектированная с помощью предложенного алгоритма, обладает высокой маскировочной эффективностью и простотой технической реализации.

Summary. An inverse problem is formulated for 3D model of electrostatics associated with the design of a spherical shielding shell. A numerical algorithm for its solution is proposed, based on the use of a multilayer shell, the first layer of which is anisotropic, and the remaining layers are filled with alternating isotropic materials. It is shown that the shielding shell designed using the proposed algorithm has a high shielding efficiency and ease of technical implementation.

Ключевые слова: обратные задачи, задача экранирования, метод оптимизации.

Key words: inverse problems, shielding problem, optimization method.

УДК 517.95+519.63

Введение. В 1967 г. советский учёный Виктор Веселаго выдвинул гипотезу о существовании материалов с отрицательным показателем преломления [1]. Однако у всех известных к тому времени веществ показатель преломления был положителен и не было найдено ни одного материала с подходящими электромагнитными свойствами. Позднее, спустя более тридцати лет, благодаря прогрессу в области материаловедения появились работы по созданию структур, состоящих из макроскопических элементов и рассеивающих электромагнитные волны совсем не так, как любые известные вещества. Эти структуры стали называться метаматериалами, и они могут иметь отрицательный показатель преломления. Одним из уникальных свойств некоторых видов метаматериалов является то, что они способны эффективно преломить падающий свет таким образом, что объекты, покрытые слоем такого метаматериала, становятся полностью невидимыми. Это

направление получило мощное развитие в последние годы в связи с возможными приложениями при решении задач обеспечения невидимости материальных тел [2].

Наиболее распространёнными являются метаматериалы, в которых структура элементов, размер и расстояние между элементами значительно меньше по сравнению с длиной волны возбуждающего поля. В этом случае результат взаимодействия отдельных элементов приводит к тому, что свойства метаматериала обусловлены не столько свойствами составляющих его элементов, сколько искусственно созданной периодической структурой. Оптические свойства вещества характеризуются показателем преломления n , который связан с диэлектрической и магнитной проницаемостями ε и μ соотношением $n = \pm\sqrt{\varepsilon\mu}$. Для всех известных материалов перед квадратным корнем должен стоять знак «+», и поэтому их показатель преломления положителен. В. Веселаго показал, что у вещества с отрицательными ε и μ показатель преломления n должен быть меньше нуля. Такие материалы называют бинегативными средами (DNG, double negative). Материалы, у которых отрицательна ε либо μ , называют монологативными (SNG, single negative) [3]. В таких средах электромагнитные волны быстро затухают по экспоненте. В отношении подобных материалов полагают, что они непрозрачны для излучения, если их толщина больше, чем характерная длина затухания электромагнитных волн. Если $\varepsilon < 0$ и $\mu > 0$, то SNG-материал называют ENG (ε -негативные), если $\varepsilon > 0$ и $\mu < 0$ – MNG (μ -негативные) [3]. Почти у всех встречающихся в природе веществ диэлектрическая и магнитная проницаемости больше нуля. Для большинства сред в наиболее интересных для практического использования диапазонах частот эти параметры, как правило, больше или равны единице. Данные материалы называют дважды позитивными (DPS double positive), подчёркивая положительность значений как ε , так и μ . Они считаются прозрачными для электромагнитных волн, если внутренние потери в них малы.

Нужно отметить, что метаматериалы получили широкое распространение также при решении задач маскировки от акустических волн и различного рода физических полей, в том числе тепловых, магнитных, электрических и др. [4; 5]. Среди большого количества работ в этой области отметим статьи [6–9], в которых для решения задач электрической маскировки используются радиально анизотропные материалы. Отметим также работы [10–18], в которых в качестве маскировочных устройств используются слоистые цилиндрические или сферические оболочки, отдельные слои которых заполнены либо метаматериалами, либо природными средами, параметры которых определяются с помощью оптимизационного метода.

Существуют метаматериалы, которые обладают необычными с механической точки зрения свойствами. Примером таких структур являются ауксетики – материалы, имеющие отрицательные значения коэффициента Пуассона. При растяжении материалы-ауксетики становятся толще в направлении, перпендикулярном приложенной силе. Это происходит из-за шарнирно-подобной структуры ауксетиков, которая деформируется при растяжении. Необычные свойства метаматериалов нашли применение в задачах упругой маскировки, в которых требуется найти материал покрытия, наносимого на произвольное упругое включение, чтобы сделать его неотличимым от фоновой среды [19; 20].

В этой статье мы рассмотрим задачу дизайна электрического экранирующего устройства, имеющего вид сферической слоистой оболочки. Предполагается, что все слои указанной оболочки заполнены радиально анизотропными средами, для которых компоненты диэлектрической проницаемости отличаются друг от друга в радиальном и тангенциальном направлениях, либо изотропными средами. Мы предложим способ выбора указанных компонент, основанный на оптимизационном методе, при котором проектируемая сферическая оболочка имеет смысл аналога клетки невидимости Фарадея. Указанная оболочка характеризуется высокой маскировочной эффективностью и простотой технической реализации.

Постановка прямой и обратной задач. Мы начнём с постановки прямой задачи электростатики, рассматриваемой во всём пространстве R^3 . Будем считать, что пространство R^3 заполнено однородной средой с постоянной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_0 > 0$ и что в R^3 задано

постоянное электрическое поле $\mathbf{E}_a = -\text{grad}U_a$, отвечающее электрическому потенциалу U_a , описываемому в сферических координатах r, θ, φ формулой $U_a(r, \theta) = -E_a(r/b)\cos\theta$, где $E_a = \text{const}$. Предположим далее, что в пространство вносится некоторый объект, заполненный средой, диэлектрическая проницаемость которого отличается от ε_0 . Тогда поле U_a изменяется и принимает вид $U = U_a + U_s$, где U_s – возмущение поля U_a , вызванное внесением объекта в R^3 , которое будем называть рассеянным (электрическим) откликом внесённого объекта.

Чтобы найти рассеянный отклик U_s , нужно сформулировать прямую задачу электростатики, отвечающей рассматриваемому сценарию внесения объекта в R^3 . Предположим ниже для конкретности, что роль вносимого объекта играет пара (Ω, ε) . Здесь Ω – сферический слой, описываемый в сферических координатах r, θ, φ уравнением $\Omega = \{\mathbf{x} \in R^3 : a < r = |\mathbf{x}| < b\}$, где a и b – внутренний и внешний радиусы слоя, ε – заданная в Ω диэлектрическая проницаемость.

Среду, занимающую область Ω , будем предполагать кусочно-однородной в том смысле, что Ω можно разбить на конечное число M элементарных сферических слоёв

$$\Omega_m = \{R_{m-1} < r = |\mathbf{x}| < R_m\}, m = 1, 2, \dots, M, R_0 = a, R_M = b \quad (1)$$

одинаковой ширины $d = (b - a)/M$. Каждый из них заполнен однородной анизотропной (в общем случае) средой, диэлектрическая проницаемость которой ε_m , $m = 1, 2, \dots, M$ описывается диагональным тензором $\varepsilon_m = \text{diag}(\varepsilon_{rm}, \varepsilon_{\theta m}, \varepsilon_{\varphi m})$, $m = 1, 2, \dots, M$. Здесь ε_{rm} (либо $\varepsilon_{\theta m}$) – радиальная (либо тангенциальная) компонента тензора ε_m (мы предполагаем, что тангенциальные компоненты тензора ε_m одинаковы и равны ε_t). Указанному разбиению области Ω на части Ω_m отвечают глобальные радиальная и тангенциальная диэлектрические проницаемости ε_r и ε_t области Ω , описываемые формулами

$$\varepsilon_r(\mathbf{x}) = \sum_{m=1}^M \varepsilon_{rm} \chi_m(\mathbf{x}), \quad \varepsilon_t(\mathbf{x}) = \sum_{m=1}^M \varepsilon_{tm} \chi_m(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \Omega,$$

где χ_m – характеристическая функция элементарного слоя Ω_m , равная единице в Ω_m и нулю вне Ω_m . Ниже для описания кусочно-однородной среды, заполняющей область Ω , мы будем использовать вектор $\mathbf{e} = (e_{r1}, e_{r1}, \dots, e_{rm}, e_{rm})$, составленный из проницаемостей ε_m слоёв Ω_m , причём на пару (Ω, \mathbf{e}) будем ссылаться как на электрическую оболочку.

Введём в дополнение к множествам (1) множества

$$\Omega_0 = \{\mathbf{x} \in R^3 : |\mathbf{x}| < a\} \text{ и } \Omega_{M+1} = \{\mathbf{x} \in R^3 : |\mathbf{x}| > b\}$$

и обозначим через U_m сужение $U|_{\Omega_m}$ полного поля $U = U_a + U_s$ на Ω_m , $m = 0, 1, \dots, M+1$. С учётом введённых обозначений прямая задача нахождения полного поля $U = U_a + U_s$ или, что то же, отклика U_s сводится к нахождению всех $(M+2)$ полей U_m в областях Ω_m , $m = 0, 1, \dots, M+1$ путём решения следующей задачи электрического сопряжения:

$$\Delta U_0 = 0 \text{ в } \Omega_0, \Delta U_{M+1} = 0 \text{ в } \Omega_{M+1}, \text{ div}(\varepsilon_m \text{grad}U_m) = 0 \text{ в } \Omega_m, m = 1, 2, \dots, M, \quad (2)$$

$$\text{grad}U_m \times \mathbf{n} - \text{grad}U_{m+1} \times \mathbf{n} = 0 \text{ при } r = R_m, m = 0, 1, \dots, M, \quad (3)$$

$$\varepsilon_0 \partial U_0 / \partial r = \varepsilon_{r1} \partial U_1 / \partial r \text{ при } r = R_0, \varepsilon_{rM} \partial U_M / \partial r = \varepsilon_{M+1} \partial U_{M+1} / \partial r \text{ при } r = R_M, \quad (4)$$

$$\varepsilon_{rm} \partial U_m / \partial r = \varepsilon_{r(m+1)} \partial U_{m+1} / \partial r \text{ при } r = R_m, \quad m = 1, 2, \dots, M-1, \quad (5)$$

$$U_0(\mathbf{x}) = O(1) \text{ при } r = |\mathbf{x}| \rightarrow 0, \quad U_{M+1}(\mathbf{x}) \rightarrow U_a(\mathbf{x}) \text{ при } r \rightarrow \infty, \quad (6)$$

рассматриваемой во всём пространстве R^3 . Здесь условия (3) – (5), где \mathbf{n} – единичный вектор внешней к Ω нормали, являются следствием фундаментальных законов непрерывности тангенциальной компоненты вектора напряжённости $\mathbf{E}_a = -\text{grad} U_a$ (электрического поля) и нормальной компоненты вектора индукции $\mathbf{D} = \varepsilon^0 \varepsilon \mathbf{E}$ электрического поля в отсутствие поверхностных зарядов, где ε^0 – электрическая постоянная, на границах раздела $r = R_m$, $m = 0, 1, \dots, M$. Условия (6) имеют смысл стандартных условий ограниченности решения при $r \rightarrow 0$ и условия на бесконечности.

Рассуждая как в [10], можно показать, что решение $U = (U_0, U_1, \dots, U_{M+1})$ задачи (2) – (6) существует и единственно. Более того, используя метод Фурье, поля U_0, U_1, \dots, U_{M+1} можем представить явно в виде

$$U_0(r, \theta) = \alpha_0 (r/b) \cos \theta \text{ в } \Omega_0, \quad U_{M+1}(r, \theta) = (-E_a (r/b) + \beta_{M+1} (r/b)^{-2}) \cos \theta \text{ в } \Omega_{M+1}, \quad (7)$$

$$U_m(r, \theta) = (\alpha_m (r/b)^{v_m} + \beta_m (b/r)^{v_m+1}) \cos \theta \text{ в } \Omega_m, \quad m = 1, 2, \dots, M, \quad (8)$$

$$v_m = 1/2 (\sqrt{1 + 8(\varepsilon_m / \varepsilon_{rm})} - 1),$$

где $\alpha_0, \alpha_1, \beta_1, \dots, \alpha_M, \beta_M, \beta_{M+1}$ – некоторые коэффициенты, величина v_m имеет смысл коэффициента анизотропии слоя Ω_m . Легко проверить, что все уравнения в (2) и условия (6) выполняются на введённых в (7), (8) функциях U_m , $m = 0, 1, \dots, M+1$ для любых значений α_m, β_m . Остаётся их выбрать так, чтобы выполнялись граничные условия (3) – (5).

Подставляя (7), (8) в (3) – (5), приходим к следующей системе $(2M+2)$ линейных алгебраических уравнений относительно $(2M+2)$ неизвестных коэффициентов $\alpha_0, \alpha_m, \beta_m, \beta_{M+1}$, $m = 1, 2, \dots, M$:

$$\begin{aligned} \alpha_0 - \alpha_1 (b/R_0)^{-v_1+1} - \beta_1 (b/R_0)^{v_1+2} &= 0, \\ \varepsilon_i \alpha_0 - \varepsilon_{r1} \alpha_1 v_1 (b/R_0)^{-v_1+1} + \varepsilon_{r1} \beta_1 (v_1 + 1) (b/R_0)^{v_1+2} &= 0, \\ \alpha_m (b_m)^{-v_m} + \beta_m (b_m)^{v_m+1} - \alpha_{m+1} (b_m)^{-v_{m+1}} - \beta_{m+1} (b_m)^{v_{m+1}+1} &= 0, \\ \varepsilon_{rm} \alpha_m v_m (b_m)^{-v_m+1} - \varepsilon_{rm} \beta_m (v_m + 1) (b_m)^{v_m+2} - \varepsilon_{r(m+1)} \alpha_{m+1} v_{m+1} (b_m)^{-v_{m+1}+1} + \\ + \varepsilon_{r(m+1)} \beta_{m+1} (v_{m+1} + 1) (b_m)^{v_{m+1}+2} &= 0, \quad b_m = b/R_m, \quad m = 1, 2, \dots, M, \\ \alpha_M (b_M)^{-v_M+1} + \beta_M (b_M)^{v_M+2} - \beta_{M+1} (b_M)^3 &= -E_a, \\ \varepsilon_{rM} \alpha_M v_M (b_M)^{-v_M+1} + \varepsilon_{rM} \beta_M (v_M + 1) (b_M)^{v_M+2} + 2\varepsilon_e \beta_{M+1} (b_M)^3 &= -\varepsilon_e E_a. \end{aligned} \quad (9)$$

Решив систему (9) и подставив найденные значения $\alpha_0, \alpha_m, \beta_m, \beta_{M+1}$ в (7), (8), мы можем найти соответствующие поля U_0 в Ω_0 , U_m в Ω_m , $m = 1, 2, \dots, M$ и U_{M+1} в Ω_{M+1} , образующие искомое решение задачи (2) – (6), и исследовать их свойства в зависимости от значений основных параметров $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_M$, входящих в (2) – (5).

Теперь мы в состоянии сформулировать коэффициентную обратную задачу для рассматриваемой модели электростатики, возникающую при проектировании устройств, служащих для электрического экранирования материальных тел. С этой целью обозначим через

$U[\mathbf{e}] = (U_0[\mathbf{e}], U_1[\mathbf{e}], \dots, U_{M+1}[\mathbf{e}])$, где $\mathbf{e} = (\varepsilon_{r1}, \varepsilon_{\phi1}, \varepsilon_{r2}, \dots, \varepsilon_{\phi M})$, решение задачи (7), (8), отвечающее тензорам диэлектрической проницаемости ε_m в Ω_m и постоянной диэлектрической проницаемости ε_0 в Ω_0 и Ω_{M+1} . Пусть B_R – шар достаточно большого радиуса R , содержащий Ω внутри себя. Положим $\Omega_e = \Omega_{M+1} \cap B_R$.

Рассматриваемая нами обратная задача, называемая задачей электрического экранирования, состоит в нахождении вектора диэлектрических проницаемостей $\mathbf{e} = (\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_M)$ исходя из выполнения следующего условия (см. [14]):

$$\nabla U_0[\mathbf{e}] = 0, \text{ т. е. } U_0[\mathbf{e}] = \text{const в } \Omega_0.$$

Применение оптимизационного метода. Для решения сформулированной обратной задачи применим метод оптимизации [21]. Аналогично [11] определим ограниченное множество

$$K = \{\mathbf{e} \in R^{2M} : 0 < \varepsilon_{\min} \leq \varepsilon_{rm}, \varepsilon_{tm} \leq \varepsilon_{\max}, m = \overline{1, M}\},$$

которое назовём множеством управлений. Здесь заданные положительные константы ε_{\min} и ε_{\max} являются нижней и верхней границами множества управлений K . Определим функционал качества в виде

$$J_i(\mathbf{e}) = \frac{\|\nabla U_0[\mathbf{e}]\|_{L^2(\Omega_0)}}{\|\nabla U^e\|_{L^2(\Omega_0)}}, \quad \|\nabla U_0[\mathbf{e}]\|_{L^2(\Omega_0)} = \int_{\Omega_0} |\nabla U_0[\mathbf{e}]|^2 dx, \quad \|\nabla U^e\|_{L^2(\Omega_0)}^2 = \int_{\Omega_0} |\nabla U^e|^2 dx \quad (10)$$

и сформулируем следующую экстремальную задачу:

$$J_i(\mathbf{e}) \rightarrow \min, \quad \mathbf{e} \in K. \quad (11)$$

Обозначим через \mathbf{e}^{opt} минимайзер (оптимальное решение) задачи (11). Если при этом выполняется условие $J_i(\mathbf{e}^{opt}) = 0$, то это означает, согласно (10), что \mathbf{e}^{opt} является точным решением задачи экранирования. Однако такая ситуация может возникнуть лишь в исключительных случаях. Поэтому нашей основной целью будет являться нахождение таких параметров искомой оболочки в виде некоторого вектора $\mathbf{e}^* \in K$, для которого $J_i(\mathbf{e}^*)$ принимает достаточно малое значение, имеющее, например, порядок 10^{-4} , 10^{-5} , которому соответствует высокая экранирующая эффективность [14].

Задача (11) изучалась в [14; 18] в частном случае, когда все слои изотропны и, следовательно, выполняется условие $\varepsilon_{rm} = \varepsilon_{tm} = \varepsilon_m \quad m = \overline{1, M}$. Показано, что оптимальное решение $\mathbf{e}^{opt} = \{\varepsilon_1^{opt}, \varepsilon_2^{opt}, \dots, \varepsilon_M^{opt}\}$ обладает релейным свойством и соответствует правилу чередующегося диэлектрика относительно пары $(\varepsilon_{\min}, \varepsilon_{\max})$. Это означает, что

$$\varepsilon_1^{opt} = \varepsilon_3^{opt} = \dots = \varepsilon_{M-1}^{opt} = \varepsilon_{\min}, \quad \varepsilon_2^{opt} = \varepsilon_4^{opt} = \dots = \varepsilon_M^{opt} = \varepsilon_{\max}. \quad (12)$$

Более того, оказалось, что при условии малости $\varepsilon_{\min} \approx 0,01$ значение $J_i(\mathbf{e}^{opt})$ становится достаточно малым с ростом контраста $\varepsilon_{\max} / \varepsilon_{\min}$ и количества слоёв M . Последнее означает высокую экранирующую эффективность спроектированной с помощью предложенного метода оболочки. Однако условие малости величины ε_{\min} является ограничительным, требующим применения специальных материалов для технической реализации полученных решений. Ниже мы покажем, что наличие анизотропных слоёв позволяет избавиться от этого ограничения и сконструировать высокоэффективную экранирующую оболочку.

Более конкретно, в соответствии с предлагаемым нами правилом проектирования, искомая оболочка будет состоять из M слоёв Ω_m одинаковой ширины $d = (b - a) / M$, первый из которых

заполнен анизотропной средой с тензорной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon_1 = \text{diag}(\varepsilon_{r1}, \varepsilon_{t1}, \varepsilon_{t1})$, а все остальные слои изотропны и соответствуют схеме чередующегося дизайна $(\varepsilon_2, \varepsilon_3, \dots, \varepsilon_M)$. Здесь все параметры $\varepsilon_{r1}, \varepsilon_{t1}, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_M$ принимают только одно из двух значений: ε_{\min} и ε_{\max} . С учётом предложенного дизайна проектируемой оболочки решение задачи экранирования можно разбить на два этапа. Сначала подставляем указанные данные в виде вектора $\mathbf{e} = ((\varepsilon_{r1}, \varepsilon_{t1}), \varepsilon_2, \varepsilon_3, \dots, \varepsilon_M)$ в систему (9) и путём её решения находим коэффициенты $\alpha_0, \alpha_m, \beta_m, \beta_{M+1}$. Далее определяем поле $U_0[\mathbf{e}]$ по первой формуле в (7) и вычисляем значение функционала $J_i(\mathbf{e})$ согласно (10). Достаточно малое значение $J_i(\mathbf{e})$ будет соответствовать высокой эффективности экранирования проектируемой оболочки. Ниже мы будем ссылаться на описанный выше алгоритм как на Алгоритм 1. Результатом применения Алгоритма 1 является приближенное оптимальное решение $\mathbf{e}^* = ((\varepsilon_{r1}, \varepsilon_{t1}), \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_M)$ задачи (11) и значение $J_i(\mathbf{e}^*)$, описывающее экранирующую эффективность оболочки (Ω, ε^*) .

Численные результаты. Обсудим в этом разделе результаты численного решения задачи экранирования с помощью предложенного метода для следующих двух возможных пар $(\varepsilon_{\min}; \varepsilon_{\max})$:

$$(0,031; 3,1), \quad (3,1; 3100). \quad (13)$$

Внешнее поле имеет вид: $\mathbf{E}_a = -\text{grad}U_a$, $U_a(r, \theta) = -E_a(r/b)\cos\theta$. Полагаем $a = 0,35$ м, $b = 0,05$ м.

Наш первый тест относится к первой паре $(0,031; 3,1)$ в (13). Результаты численного решения задачи (11) с помощью Алгоритма 1 в виде значений диэлектрических проницаемостей $\varepsilon_{r1}, \varepsilon_{t1}, \varepsilon_2 = \varepsilon_{\max}, \varepsilon_3 = \varepsilon_{\min}, \dots, \varepsilon_M = \varepsilon_{\max}$ первого, второго, третьего и последнего слоёв соответственно и значение $J_i(\mathbf{e}^*)$, где $\mathbf{e}^* = (\varepsilon_{r1}, \varepsilon_{t1}; \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_M)$, представлены в табл. 1 для чётных значений M , изменяющихся от 2 до 16. Остальные значения диэлектрических проницаемостей $\varepsilon_m, m = 4, 5, \dots, M-1$ определяются из соотношений (12). Из табл. 1 видно, что все значения $J_i(\mathbf{e}^*)$ имеют порядок 10^{-1} , и, следовательно, соответствуют низкой эффективности экранирования. Это можно объяснить малой контрастностью $\varepsilon_{\max}/\varepsilon_{\min} = 100$ первой пары $(\varepsilon_{\min}; \varepsilon_{\max})$ в (13). Вторым недостатком табл. 1 является использование значения $\varepsilon_{\min} = 0,031$, которое отвечает трудно реализуемому технически метаматериалу.

Таблица 1

Задача экранирования: $\varepsilon_{\min} = 0,031$, $\varepsilon_{\max} = 3,1$, $a = 0,35$ м, $b = 0,05$ м, контраст = 100

M	$(\varepsilon_{r1}; \varepsilon_{t1})$	ε_2	ε_3	ε_M	$J_i(\mathbf{e}^*)$
2	(3,1; 0,031)	3,1			$1,079342 \cdot 10^0$
4	(3,1; 0,031)	3,1	0,031	3,1	$3,285449 \cdot 10^{-1}$
6	(3,1; 0,031)	3,1	0,031	3,1	$2,186380 \cdot 10^{-1}$
8	(3,1; 0,031)	3,1	0,031	3,1	$1,781859 \cdot 10^{-1}$
10	(3,1; 0,031)	3,1	0,031	3,1	$1,577466 \cdot 10^{-1}$
12	(3,1; 0,031)	3,1	0,031	3,1	$1,455526 \cdot 10^{-1}$
14	(3,1; 0,031)	3,1	0,031	3,1	$1,374952 \cdot 10^{-1}$
16	(3,1; 0,031)	3,1	0,031	3,1	$1,317909 \cdot 10^{-1}$



Для повышения эффективности экранирования проектируемой оболочки достаточно увеличить контрастность пары $(\epsilon_{\min}; \epsilon_{\max})$. В этом можно убедиться из анализа табл. 2, которая является аналогом табл. 1 для пары $(\epsilon_{\min}; \epsilon_{\max}) = (3,1; 3100)$ с контрастом, равным 1000. Отметим, что значение $\epsilon_{\min} = 3,1$ описывает диэлектрическую проницаемость полиэфирной плёнки, а $\epsilon_{\max} = 3100$ описывает диэлектрическую проницаемость определённого вида сопряжённого полимера. Видно, что значение $J_i(e^*)$ уменьшается с $4,549499 \cdot 10^{-3}$ до $4,040906 \cdot 10^{-5}$ при увеличении M с 2 до 16. Последнее значение $J_i(e^*)$ соответствует достаточно высокой эффективности экранирования оболочки (Ω, e^*) .

Таблица 2

Задача экранирования: $\epsilon_{\min} = 3,1$, $\epsilon_{\max} = 3100$, $a = 0,35$ м, $b = 0,05$ м, контраст = 1000

M	$(\epsilon_{r1}; \epsilon_{t1})$	ϵ_2	ϵ_3	ϵ_M	$J_i(e^*)$
2	(3100; 3,1)	3100			$4,549499 \cdot 10^{-3}$
4	(3100; 3,1)	3100	3,1	3100	$5,567626 \cdot 10^{-4}$
6	(3100; 3,1)	3100	3,1	3100	$1,878496 \cdot 10^{-4}$
8	(3100; 3,1)	3100	3,1	3100	$1,008990 \cdot 10^{-4}$
10	(3100; 3,1)	3100	3,1	3100	$6,892831 \cdot 10^{-5}$
12	(3100; 3,1)	3100	3,1	3100	$5,383438 \cdot 10^{-5}$
14	(3100; 3,1)	3100	3,1	3100	$4,550792 \cdot 10^{-5}$
16	(3100; 3,1)	3100	3,1	3100	$4,040906 \cdot 10^{-5}$

Заключение. В данной работе разработан и реализован численный алгоритм решения обратной задачи для трёхмерной модели электростатики, связанной с проектированием сферической экранирующей оболочки. Алгоритм основан на использовании многослойной оболочки, первый слой которой является анизотропным, а последующие слои заполнены чередующимися изотропными материалами. Показано на основе проведённых вычислительных экспериментов, что экранирующая оболочка, спроектированная с помощью предложенного алгоритма, обладает высокой маскировочной эффективностью и простотой технической реализации.

Работа выполнена при поддержке государственного задания ИПМ ДВО РАН № АААА-А20-120120390006-0 и Дальневосточного центра математических исследований при финансовой поддержке Минобрнауки России, соглашение № 075-02-2022 от 31 января 2022 года по реализации программ развития региональных научно-образовательных математических центров.

ЛИТЕРАТУРА

1. Веселаго, В. Г. Электродинамика веществ с одновременно отрицательными значениями ϵ и μ / В. Г. Веселаго // Успехи физических наук. – 1967. – № 92. – С. 517-526.
2. Pendry, J. B. Controlling electromagnetic fields / J. B. Pendry, D. Shurig, D. R. Smith // Science. – 2006. – V. 312. – P. 1780-1782.
3. Engheta, N. and Ziolkowski, R. W. Metamaterials physics and engineering explorations. Piscataway, USA: Wiley-IEEE Press, 2006. – 440 p.
4. Pendry, J. B. Metamaterials at zero frequency / J. B. Pendry, B. Wood // Journal of Physics: Condensed Matter. – 2007. – V. 19. – P. 076208(1)-076208(9).
5. Gomory, F. Experimental realization of a magnetic cloak / F. Gomory, M. Solovyov, J. Souc, C. Navau // Science. – 2012. – V. 335. – P. 1466-1468.

6. Kettunen, H. Cloaking and magnifying using radial anisotropy / H. Kettunen, H. Wallen, A. Sihvola // *Journal of Applied Physics*. – 2013. – V. 114. – P. 110-122.
7. Kettunen, H. Anomalous absorption, plasmonic resonances, and invisibility of radially anisotropic spheres / H. Kettunen, H. Wallen, A. Sihvola // *Radio Science*. – 2015. – V. 50. – P. 18-28.
8. Batool, S. Cloaking using the anisotropic multilayer sphere / S. Batool, M. Nisar, F. Frezza, F. Mangini // *Photonics*. – 2020. – V. 7. – P. 1-12.
9. Batool, S. Cloaking using anisotropic multilayer circular cylinder / S. Batool, M. Nisar, F. Frezza, F. Mangini // *AIP Advances*. – 2020. – V. 10. – P. 095312(1)-095312(7).
10. Алексеев, Г. В. Оптимизационный метод в осесимметричных задачах электрической маскировки материальных тел / Г. В. Алексеев, Д. А. Терешко // *Журнал вычислительной математики и математической физики*. – 2019. – № 59. – С. 207-223.
11. Alekseev, G. V. Optimization method in material bodies cloaking with respect to static physical fields / G. V. Alekseev, D. A. Tereshko // *Journal Inverse Ill-posed Problems*. – 2019. – V. 27. – P. 845-857.
12. Alekseev, G. V. Particle swarm optimization-based algorithms for solving inverse problems of designing thermal cloaking and shielding devices / G. V. Alekseev, D. A. Tereshko // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. – 2019. – V. 135. – P. 1269-1277.
13. Алексеев, Г. В. Численный анализ двумерных задач магнитной маскировки на основе оптимизационного метода / Г. В. Алексеев, Ю. Э. Спивак // *Дифференциальные уравнения*. – 2020. – № 56. – С. 1252-1262.
14. Алексеев, Г. В. Оптимизационный анализ задач электростатической маскировки / Г. В. Алексеев, А. В. Лобанов // *Сибирский журнал индустриальной математики*. – 2020. – № 23. – С. 5-17.
15. Alekseev, G. V. Optimization approach for axisymmetric electric field cloaking and shielding / G. V. Alekseev, D. A. Tereshko, Y. V. Shestopalov // *Inverse Problems in Science and Engineering*. – 2021. – V. 29. – P. 40-55.
16. Алексеев, Г. В. Численный анализ трёхмерных задач магнитной маскировки на основе оптимизационного метода / Г. В. Алексеев, Ю. Э. Спивак // *Журнал вычислительной математики и математической физики*. – 2021. – № 61. – С. 224-238.
17. Алексеев, Г. В. Анализ и оптимизация в задачах дизайна устройств невидимости материальных тел / Г. В. Алексеев, В. А. Левин, Д. А. Терешко. – М.: Физматлит, 2021. – 328 с.
18. Alekseev, G. V. Effective method for solving the problem of cloaking an axisymmetric model of electrostatics / G. V. Alekseev, A. V. Lobanov // *Smart Innovation, Systems and Technologies*. – 2022. – V. 272. – P. 353-361.
19. Xu, X. Physical realization of elastic cloaking with a polar material / X. Xu, C. Wang, W. Shou, Z. Du, Y. Chen, B. Li, W. Matusik, N. Hussein, G. Huang // *Physical Review Letters*. – 2020. – V. 124. – P. 114301(1)-114301(5).
20. Bückmann, T. Mechanical cloak design by direct lattice transformation / T. Bückmann, M. Kadic, R. Schittny, M. Wegener // *Proceedings of the National Academy of Science USA*. – 2015. – V. 112. – P. 1-5.
21. Тихонов, А. Н. Методы решения некорректных задач / А. Н. Тихонов, В. Я. Арсенин. – М.: Наука, 1979. – 283 с.



Бормотин К. С., Потянихин Д. А., Синельщиков А. А., Мин Ко Хлайнг, Журбина И. Н.
K. S. Bormotin, D. A. Potianikhin, A. A. Sinelshchikov, Min Ko Hlaing, I. N. Zhurbina

**МЕТОД РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ РАЗДАЧИ СРЕДНЕЙ ЧАСТИ ТРУБЫ
ДЛЯ РАСЧЁТА ФОРМЫ ШТАМПА**

**METHOD FOR SOLVING THE INVERSE PROBLEM OF THE DISTRIBUTION
OF THE MIDDLE PART OF THE TUBE TO CALCULATE THE DIE SHAPE**

Бормотин Константин Сергеевич – доктор физико-математических наук, доцент, профессор кафедры «Авиастроение» Комсомольского-на-Амуре государственного университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре). E-mail: cvmi@knastu.ru.

Konstantin S. Bormotin – Doctor of Physics and Mathematics, Associate Professor, Aircraft Engineering Department, Komsomolsk-na-Amure State University (Russia, Komsomolsk-on-Amur). E-mail: cvmi@knastu.ru.

Потянихин Дмитрий Андреевич – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Авиастроение» Комсомольского-на-Амуре государственного университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре). E-mail: potyanikhin@mail.ru.

Dmitrii A. Potianikhin – PhD in Physics and Mathematics, Associate Professor, Aircraft Engineering Department, Komsomolsk-na-Amure State University (Russia, Komsomolsk-on-Amur). E-mail: potyanikhin@mail.ru.

Синельщиков Александр Андреевич – аспирант Комсомольского-на-Амуре государственного университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре). E-mail: aa.sinelshchikov@mail.ru.

Aleksandr A. Sinelshchikov – Postgraduate Student, Komsomolsk-na-Amure State University (Russia, Komsomolsk-on-Amur). E-mail: aa.sinelshchikov@mail.ru.

Мин Ко Хлайнг – аспирант Комсомольского-на-Амуре государственного университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре). E-mail: minkohlaing53@gmail.com.

Min Ko Hlaing – Postgraduate Student, Komsomolsk-na-Amure State University (Russia, Komsomolsk-on-Amur). E-mail: minkohlaing53@gmail.com.

Журбина Ирина Николаевна – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Кораблестроение» Комсомольского-на-Амуре государственного университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре). E-mail: zhurbina-irina@mail.ru.

Irina N. Zhurbina – PhD in Physics and Mathematics, Associate Professor, Shipbuilding Department, Komsomolsk-na-Amure State University (Russia, Komsomolsk-on-Amur). E-mail: zhurbina-irina@mail.ru.

Аннотация. Рассматривается моделирование технологии формообразования тонкостенной трубчатой заготовки из титанового сплава раздачей в штампе с помощью САЕ-системы. Согласно технологии раздачи, воздействие на деформируемую деталь передаётся через рабочее тело посредством давления на него пуансоном. Необходимая остаточная форма трубчатой заготовки после освобождения из штампа и разгрузки задаётся формой жёсткой матрицы. Для обеспечения высокой точности, качества деталей и сокращения времени постановки производства необходима формулировка и решение обратной задачи по определению формы штампа. При моделировании процесса раздачи трубчатой заготовки в жёсткой матрице используются двумерные конечные элементы для осесимметричных задач. В статье для расчёта формы штампа формулируется обратная задача, решение которой выполняется итерационным методом, реализованным в конечно-элементной системе MSC.Marc. Численные результаты сравниваются с экспериментальными данными.

Summary. The simulation of the forming technology of a thin-walled tubular billet made of titanium alloy by die distribution using CAE-systems is considered. According to the transfer technology, the impact on the deformed part is transferred through the working body by means of pressure on it by the punch. The shape of the rigid die gives the required residual shape of the tubular workpiece after release from the die and unloading. In order to ensure high accuracy, part quality and short production times, it is necessary to formulate and solve the inverse problem of determining the die shape. When simulating the process of distribution of a tubular blank in a rigid matrix, two-dimensional finite elements for axisymmetric problems are used. In this article, an inverse problem is formu-

lated for calculating the die shape, the solution of which is carried out iteratively, by the method implemented in the finite element system MSC.Marc. Numerical results are compared with experimental data.

Ключевые слова: обратная задача, итерационный метод, раздача труб, упругость, пластичность, формообразование, метод конечных элементов.

Key words: inverse problem, iterative method, pipe expansion, elasticity, plasticity, shaping, finite element method.

УДК 621.735

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 21-11-00165).

Введение. В авиастроении среди деталей, получаемых листовой штамповкой, значительную долю составляют элементы гидрогазовых систем. Широко применяются в конструкциях трубопроводов детали с раструбом, фланцем на концах, тороидальной законцовкой, ступенчатые детали, различные переходники и фитинги. Изготовление данных деталей выполняется раздачей трубчатых заготовок. Различные аспекты формообразования деталей гидрогазовых систем летательных аппаратов из трубчатых заготовок рассматривались в [3; 6; 7], в том числе способом раздачи средней части [3]. В качестве рабочего тела, передающего усилие прессования на стенки деформируемой заготовки, в формообразующих операциях могут использоваться эластичные тела, такие как резины и полиуретаны [5; 10]. В данном случае рассматривается процесс раздачи средней части тонкостенной трубчатой заготовки для создания детали типа «переходник» из титанового сплава. Технология включает следующие операции: установка штампа на пресс; размещение трубчатой заготовки и рабочего тела в штампе; раздача средней части заготовки; извлечение детали из штампа; контроль качества. Одним из существенных недостатков технологической операции холодной листовой штамповки является пружинение деформируемого материала заготовки.

Развитие авиакосмической отрасли предполагает использование современных технологий, которые позволяют повысить прочность и жёсткость конструкций с обеспечением высокой точности. Форма штампа при раздаче должна задавать упреждающую форму трубчатой заготовке, которая обеспечивает необходимую остаточную форму после разгрузки. Для расчёта такой оснастки рассматриваются и решаются обратные задачи [1; 2; 8]. В отличие от кинематической обратной задачи [8], в данном случае рассматривается контактная задача с действием рабочим телом на заготовку при формообразовании.

Метод решения обратной задачи раздачи трубчатой заготовки. Для определения формы штампа формулируется обратная задача: необходимо определить перемещения поверхности штампа, которые обеспечивают заданную остаточную форму детали после раздачи рабочим телом средней части трубчатой заготовки и разгрузки (извлечения детали из штампа).

В случае двумерной постановки задачи $V \subset R^2$ – ограниченная область трубчатой заготовки с достаточно регулярной границей S . Контактная поверхность (контур) жёсткого тела (штампа) с деформируемым обозначается через S_c ($S_c \subset S$). Обозначим через $u = (u_1, u_2)$, $\tilde{u} = (\tilde{u}_1, \tilde{u}_2)$, $\bar{u} = (\bar{u}_1, \bar{u}_2)$ векторы текущих, остаточных перемещений деформируемого тела и вектор перемещений контактного тела. Точкой сверху обозначаются скорости текущих и остаточных перемещений \dot{u}_i , $\dot{\tilde{u}}_i$, $\dot{\bar{u}}_i$. Скалярное произведение имеет вид $(\cdot, \cdot)_S: (u, v)_S = \int_S \sum_{i=1}^2 u_i v_i dS$. Соответствующая этому скалярному произведению норма имеет вид $\|u\|_S = \sqrt{(u, u)_S} = \left(\int_S \sum_{i=1}^2 u_i^2 dS \right)^{1/2}$. $t \in [0, T]$ – параметр деформирования тела.

В случае тонкостенных конструкций задача формообразования рассматривается в условиях пластичности с учётом малых деформаций, но больших перемещений и поворотов (общая Лагранжева формулировка). Для построения метода решения обратной задачи формообразования с контактным жёстким штампом рассматривается квазистатический вариационный принцип с функционалом [2]

$$J(\dot{\tilde{u}}, \dot{u}, \dot{\tilde{u}}) = \frac{1}{2\varepsilon_1} \|\dot{\tilde{u}} - \dot{\tilde{u}}^*\|^2_{S_c} + W_c + a(\dot{u}, \dot{u}) + (\dot{p}, \dot{u})_{S_p} + \\ + a(\dot{\tilde{u}}, \dot{\tilde{u}}) + \frac{1}{2\varepsilon_2} \|\dot{\tilde{u}} - \dot{\tilde{u}}^*\|^2_{S^*}, \quad \varepsilon_1 > 0, \quad \varepsilon_1 \rightarrow 0, \quad \varepsilon_2 > 0, \quad \varepsilon_2 \rightarrow 0, \quad (1)$$

где W_c – контактный потенциал полученных наложением контактных условий на формулировку уравнений движения тел методом множителей Лагранжа или методом штрафных функций [4; 9; 11] и дифференцированием по t ; p – давление с внутренней стороны заготовки S_p ; $\dot{\tilde{u}}^*$, $\dot{\tilde{u}}^*$ – заданные остаточные скорости перемещений тела и текущие скорости перемещений контактного тела; потенциальные формы определяются в виде $a(\dot{u}, \dot{v}) = \int_V [\partial E(\dot{u}_{i,j}) / \partial \dot{u}_{i,j}] \dot{v}_{i,j} dV$ и $a(\dot{\tilde{u}}, \dot{\tilde{v}}) = \int_V [\partial \tilde{E}(\dot{\tilde{u}}_{i,j}) / \partial \dot{\tilde{u}}_{i,j}] \dot{\tilde{v}}_{i,j} dV$,

$$E(\dot{u}_{i,j}) = (1/2) c_{ijpl} \dot{\varepsilon}_{ij} \dot{\varepsilon}_{pl} - c_{ijpl} \dot{\varepsilon}_{ij} \dot{\varepsilon}_{pl}^p + (1/2) \sigma_{ij} \dot{u}_{p,i} \dot{u}_{p,j}, \quad \tilde{E}(\dot{\tilde{u}}_{i,j}) = (1/2) c_{ijpl} \dot{\tilde{\varepsilon}}_{ij} \dot{\tilde{\varepsilon}}_{pl} - c_{ijpl} \dot{\tilde{\varepsilon}}_{ij} \dot{\tilde{\varepsilon}}_{pl}^p + (1/2) \rho_{ij} \dot{\tilde{u}}_{p,i} \dot{\tilde{u}}_{p,j} \quad [4];$$

c_{ijkl} – компоненты тензора упругих констант, $\dot{\varepsilon}_{ij}$, $\dot{\tilde{\varepsilon}}_{ij}$ – компоненты скоростей текущих и остаточных деформаций, $\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}$ – компоненты скоростей пластических деформаций ($\lambda > 0$,

$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} = s_{ij}$ – вектор в пространстве компонент девиатора тензора напряжений, направленный по нормали к поверхности текучести, уравнение $f = 0$ определяет поверхность в пространстве компонент девиатора тензора напряжений [4]),

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = (1/2) (\dot{u}_{i,j} + \dot{u}_{j,i} + \dot{u}_{p,i} u_{p,j} + u_{p,i} \dot{u}_{p,j}), \quad \dot{\tilde{\varepsilon}}_{ij} = (1/2) (\dot{\tilde{u}}_{i,j} + \dot{\tilde{u}}_{j,i} + \dot{\tilde{u}}_{p,i} \tilde{u}_{p,j} + \tilde{u}_{p,i} \dot{\tilde{u}}_{p,j}), \quad u_{i,j} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j}, \quad i, j, p, l = 1, 2.$$

Условие стационарности функционала приводит к уравнениям равновесия для скоростей текущих и остаточных напряжений в V и граничным условиям на поверхности S .

Аналогично построению метода решения в [2] на основе вариационного неравенства для функционала (1) находится итерационный метод решения обратных задач формообразования:

$$\bar{u}_i^{k+1} = \bar{u}_i^k + \alpha^k (\tilde{u}_i^* - \tilde{u}_i^k), \quad (2)$$

где $0 < \alpha^k < 2$, $k = 0, 1, 2, \dots$.

Численные результаты решения обратной задачи. С учётом дискретизации вариационных уравнений механики образуются стандартные конечно-элементные уравнения для решения контактной задачи деформирования [4; 9; 11]:

$$K\dot{U} = \dot{R}, \quad \tilde{K}\dot{\tilde{U}} = \dot{\tilde{R}}(\dot{U}),$$

где K , \tilde{K} – симметричные матрицы касательной жёсткости, определённые в момент t ; \dot{R} – вектор скорости внутренних и внешних сил; $\dot{\tilde{R}}$ – вектор скорости сил, обусловленных начальными деформациями и начальными напряжениями. В результате решения первой задачи находится деформированная модель с распределением напряжений и деформаций. Решение второй задачи на основе данных о начальных напряжениях и деформациях определяет перемещения разгрузки. Остаточные узловые перемещения вычисляются по формуле $\tilde{U} = U + \hat{U}$.

Реализация метода решения обратной задачи выполнена в системе MSC.Marc. Так как задача осесимметричная, то используется двумерная постановка. В этом случае моделирование деформирования заготовки выполнено плоскими четырёхузловыми элементами для осесимметричных задач. Конечно-элементная модель представлена на рис. 1 (1 – заготовка, 2 – штамп, 3 – рабочее тело). Внутреннее давление на трубчатую заготовку определяется действием рабочего тела при сжатии.

Размеры заготовки: длина трубы 65.5 мм, толщина 1 мм. Титановая заготовка имеет следующие характеристики материала: модуль Юнга $E = 11\,217$ кГ/мм², коэффициент Пуассона $\nu = 0.33$, предел текучести $\sigma_T = 59.5$ кГ/мм², модуль линейного упрочнения $E_T = 109.8$ кГ/мм². В качестве рабочего тела рассматривается резиновый стержень, механические свойства которого описываются моделью Муни – Ривлина с потенциалом [9]

$$\Psi = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) + C_{11}(I_1 - 3)(I_2 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{30}(I_1 - 3)^3, \quad \text{где константы}$$

$$C_{10} = 0.147 \text{ кГ/мм}^2, \quad C_{01} = 0.056 \text{ кГ/мм}^2, \quad C_{11} = 0.017 \text{ кГ/мм}^2, \quad C_{20} = 0 \text{ кГ/мм}^2, \quad C_{30} = 0 \text{ кГ/мм}^2,$$

$$I_1, I_2 - \text{первый и второй инварианты девиатора деформаций.}$$

Характеристики материалов определены на основе экспериментальных исследований. При деформировании рабочего тела необходимо учитывать большие деформации, поэтому в Marc при решении задач используется текущая Лагранжева формулировка.

В задаче деформирования трубчатой заготовки наложены следующие граничные условия: в узлах оснований рабочего тела и заготовки заданы нулевые перемещения по вертикали, в узлах на оси симметрии рабочего тела – нулевые радиальные перемещения, в верхних узлах рабочего тела – сжимающие перемещения 17.5 мм; узлы штампа зафиксированы по всем перемещениям. Штамп представляет собой жёсткое контактное тело. На поверхностях контакта рабочего тела, заготовки и штампа задано трение с коэффициентом 0.1.

В задаче разгрузки рассматривается только деформирование трубчатой заготовки под действием начальных напряжений при условиях: для узлов нижнего торца заготовки заданы нулевые перемещения по вертикали, для крайнего узла верхнего и нижнего торца заготовки – нулевые радиальные перемещения.

При расчёте необходимой формы оснастки в задаче раздачи трубы методом (2) при $\alpha^k = 1$ будут рассматриваться только радиальные перемещения по оси x_2 (см. рис. 1). Заданные остаточные отклонения определяются перемещениями \tilde{u}_2^* , максимальное значение которых равно 4.9 мм. В исходной модели внутренняя поверхность штампа перемещена на заданные остаточные отклонения заготовки, т. е. $\bar{u}_2^0 = \tilde{u}_2^*$ (в конечно-элементной модели данные соотношения определены для ближайших крайних узлов штампа и заготовки после деформирования). Перемещения, входящие в метод (2), определяются на основе решения следующих задач:

1. Задача деформирования трубы под действием давления через рабочее тело. В результате заготовка должна быть прижата к элементам штампа (см. рис. 2).
2. Упругая разгрузка заготовки.
3. В результате полученных остаточных перемещений заготовки по методу (2) определяются перемещения узлов штампа, по которым изменяется форма штампа.

Данные задачи вычисляются на каждой итерации. В результате решения обратной задачи итерационным методом (2) получены отклонения разгруженной заготовки на каждой итерации (см. табл. 1).

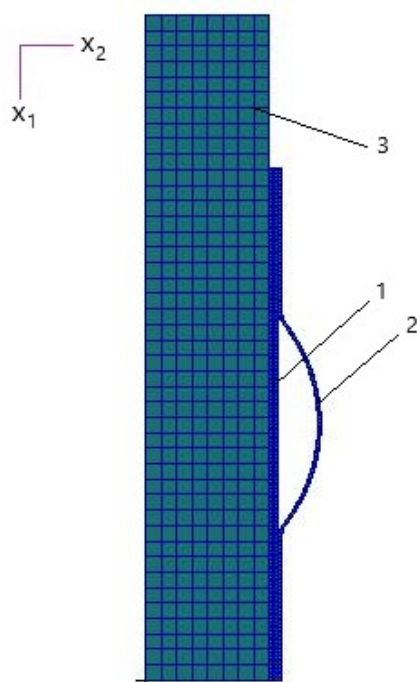


Рис. 1. Конечно-элементная модель рабочего тела, трубчатой заготовки и штампа

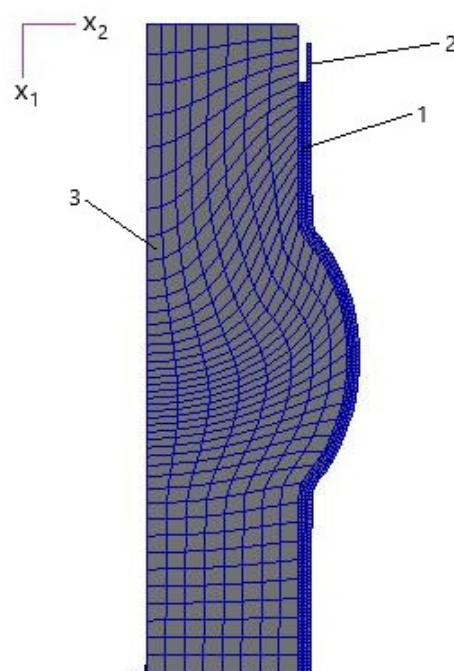
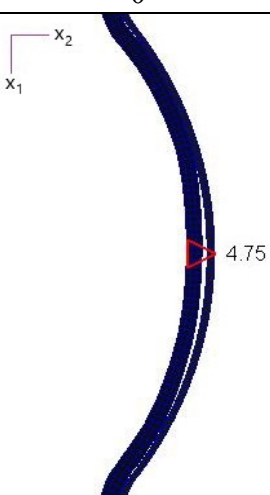
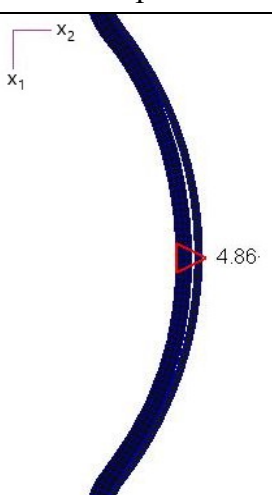
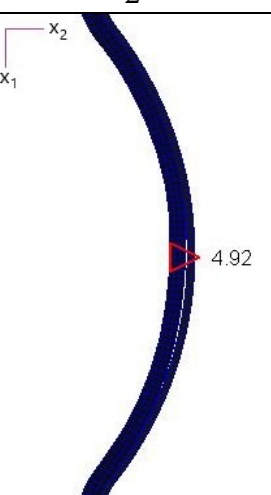


Рис. 2. Конфигурация рабочего тела и трубчатой заготовки после деформирования

Таблица 1

Результаты решения обратной задачи итерационным методом

Номер итерации	0	1	2
Конфигурация заготовки после разгрузки на соответствующей итерации в сравнении с формой штампа на последней итерации и максимальные остаточные перемещения в узле на краю трубчатой заготовки			

Таким образом определяется форма поверхности штампа для средней части трубчатой заготовки при раздате. Максимальные отклонения вычисленной поверхности штампа от исходного положения заготовки будут $\max u_2 = 5$ мм.

Заключение. В результате решения обратной задачи формообразования трубчатой заготовки итерационным методом вычислена необходимая геометрия матрицы, задающая упреждающую форму заготовки. В соответствии с численными данными построена оснастка для раздачи средней части трубы и выполнен натурный эксперимент. Результаты моделирования и эксперимента полностью совпадают. Таким образом, данный метод и его реализация в САЕ-системе позволяют спроектировать оснастку на этапе подготовки производства трубчатых деталей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бормотин, К. С. Итеративный метод решения геометрически нелинейных обратных задач формообразования элементов конструкций в режиме ползучести / К. С. Бормотин // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 2013. – Т. 53. – № 12. – С. 145-153.
2. Бормотин, К. С. Метод решения обратной задачи в процессе обтяжки панели / К. С. Бормотин, Вин Аунг // Вестник Чувашиского государственного педагогического университета им. И. Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. – 2018. – № 3 (37). – С. 47-57.
3. Исследование процесса раздачи средней части трубной заготовки с подпором / С. Б. Марьин, Г. А. Щербатюк, В. Д. Кириллин, М. И. Пак // Учёные записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. Науки о природе и технике. – 2021. – № VII (55). – С. 73-78.
4. Коробейников, С. Н. Нелинейное деформирование твёрдых тел / С. Н. Коробейников. – Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000. – 262 с.
5. Потянихин, Д. А. Моделирование напряжённо-деформированного состояния трубчатой заготовки при раздаче средней части по жёсткой матрице / Д. А. Потянихин, А. А. Синельщиков, Мин Ко Хлайнг // Морские интеллектуальные технологии. – 2021. – № 2-2 (52). – С. 105-110.
6. Феоктистов, С. И. Моделирование напряжённо-деформированного состояния толстостенных цилиндрических оболочек с учётом физической нелинейности материала / С. И. Феоктистов, И. К. Андрианов, Х. Лин // Учёные записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. Науки о природе и технике. – 2022. – № III-1 (59). – С. 12-20.
7. Феоктистов, С. И. Определение напряжённо-деформированного состояния при формоизменении цилиндрических труб с использованием конической оснастки / С. И. Феоктистов, И. К. Андрианов, Х. Лин // Учёные записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. Науки о природе и технике. – 2022. – № III-1 (59). – С. 4-11.
8. Bormotin, K. S. Inverse problem of calculating the stamp shape for pipe middle part expansion / K. S. Bormotin, D. A. Potianikhin, Min Ko Hlaing // Smart Innovation, Systems and Technologies. – 2022. – V. 272. – P. 401-408.
9. Marc 2021, Vol A: Theory and User Information, MSC.Software Corporation <http://www.mssoftware.com/product/marc>.
10. Maryin, S. B. Working body for deformation of thin-walled pipe billets / S. B. Maryin, Phyto Wai Aung // Materials Science Forum. – 2019. – Vol. 945. – P. 628-633.
11. Wriggers, P. Computational contact mechanics / Wriggers P. – Heidelberg: Springer, 2006.



Герасименко Е. А.
E. A. Gerasimenko

К ПРОБЛЕМЕ ВЫДЕЛЕНИЯ РАЗРЫВОВ В ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЁТАХ ДИНАМИКИ ДЕФОРМИРОВАНИЯ

ON THE PROBLEM OF GAP EXTRACTION IN NUMERICAL CALCULATIONS OF DEFORMATION DYNAMICS

Герасименко Екатерина Андреевна – кандидат физико-математических наук, научный сотрудник Института автоматизации и процессов управления Дальневосточного отделения Российской академии наук (Россия, Владивосток); 690041, Владивосток, ул. Радио, 5; тел. 8(4232)310-214. E-mail: gerasimenko@iacp.dvo.ru.

Ekaterina A. Gerasimenko – PhD in Physics and Mathematics, Researcher at the Institute of Automatics and Control Processes, Far East Branch, Russian Academy of Sciences (Russia, Vladivostok); 5 Radio St., Vladivostok, 690041; tel. 8(4232)310-214. E-mail: gerasimenko@iacp.dvo.ru.

Аннотация. В статье обсуждается один из способов выделения поверхностей разрыва в деформируемых материалах. Метод основан на включении в конечно-разностную схему расчётов прифронтных асимптотик, рассчитываемых с помощью метода лучевых рядов. Прифронтные лучевые разложения используются в качестве начальных и краевых данных для расчётной схемы. Такой метод позволяет на каждом временном шаге расчётов определять положение поверхностей разрывов скоростей и интенсивности разрывов на них. В качестве иллюстрации применения метода приводится решение одномерной задачи ударно-волновой динамики в несжимаемой нелинейно-упругой среде.

Summary. The paper discusses one of the methods for identifying discontinuity surfaces in deformable materials. The method is based on the inclusion of near-front asymptotics calculated using the ray series method into the finite-difference calculation scheme. The ray-front decompositions are used as initial and boundary data for the computational scheme. This method allows to determine the position of velocity discontinuity surfaces and discontinuity intensities on them at each time step of calculations. As an illustration of the application of the method, we present the solution of a one-dimensional problem of shock-wave dynamics in an incompressible nonlinear elastic medium.

Ключевые слова: ударные волны, методы выделения разрывов, лучевой метод.

Key words: shock waves, shock-fitting methods, ray method.

УДК 539.3;519.63

Введение. Исследование поведения механических волн, распространяющихся в деформируемых материалах в ответ на действие импульсных или ударных нагрузок, является одной из основных проблемных задач современной механики и математической физики. Такие задачи возникают при расчёте на прочность сооружений и механизмов, находящихся под действием динамических нагрузок в процессе их эксплуатации, при расчёте сейсмических и взрывных нагрузок, в высокоскоростных процессах обработки материалов и производства изделий, при разработке новых методов экстракорпоральной ударно-волновой терапии в медицине. Нестационарное воздействие на границы деформируемых тел в таких задачах приводит к распространению поверхностей разрывов скоростей (ударные волны) или ускорений (слабые волны). Для построения решений динамических задач, включающих такие поверхности разрывов, могут применяться аналитические точные или асимптотические методы [4; 21; 25] и численные методы в случаях, когда аналитические методы оказываются недостаточными или неэффективными [16; 13; 23; 24]. Разрабатывались и сеточно-конечно-разностные, и сеточно-характеристические, и конечно-элементные методы расчётов.

Наличие распространяющихся поверхностей разрыва в расчётной области создаёт сложности для численного алгоритма, от которого требуется высокая степень точности в областях глад-

кого решения, но при этом должна быть способность адекватно воспроизводить профили разрывов. В газовой динамике созданы специальные алгоритмические приёмы выделения разрывов, т. е. расчётов места и интенсивности разрывов [3; 11]. Как правило, это двухшаговая схема по типу «предиктор-корректор», основанная на точном или приближённом решении задачи о распаде произвольного разрыва. Однако в динамике твёрдых деформируемых тел из-за взаимодействия процессов распространения сдвиговых и объёмных деформаций задача о распаде комбинированного разрыва может быть решена лишь в редких случаях [2; 14], поэтому в основном применяются различные модификации методов сквозного счёта [13; 16], в которых производные аппроксимируются и через разрывы.

При этом методы сквозного счёта хотя и являются эффективным и широко распространённым способом расчёта динамики деформирования, всё же менее приспособлены для случаев выраженной нестационарности задачи (например, при взаимодействии ударных волн между собой или с преградами) по сравнению с явным выделением разрывов, т. к. появление осцилляций вблизи областей с резкими перепадами сеточных функций, имитирующих разрыв, а также «размазывание» разрыва ввиду вносимой в дифференциальные уравнения движения искусственной вязкости могут приводить к существенным качественным и количественным погрешностям. Поэтому разработка способов выделения разрывов, пригодных для использования в расчётах динамики деформирования твёрдых тел, остается актуальной задачей. Одним из таких способов является метод встраивания в конечно-разностные схемы расчётов прифронтных асимптотик, построенных либо с помощью метода возмущений [18], либо с помощью лучевого метода [5; 12; 9; 10; 19; 7; 15]. Таким способом на каждом временном шаге расчётов уточняется положение поверхности разрывов и интенсивности разрыва на ней. В качестве иллюстрации применения данного метода приведём решение одномерной задачи о распространении цилиндрической ударной волны, вызванной антиплоским сдвигом.

Аналитическое решение методом лучевых рядов. Адиабатическое движение нелинейно-упругой несжимаемой изотропной среды в переменных Эйлера x^i , t описывается следующей системой уравнений:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} = \rho \frac{d\mathbf{v}}{dt}, \quad \mathbf{v} = \frac{d\mathbf{u}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{v} \nabla \mathbf{u}, \quad \boldsymbol{\sigma} = -p_0 \mathbf{I} - \frac{\partial W}{\partial \mathbf{d}} (\mathbf{I} - 2\mathbf{d}), \quad 2\mathbf{d} = \nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T - \nabla \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u}^T \quad (1)$$

$$W = (a - \mu)I_1 + aI_2 + bI_1^2 - \kappa I_1 I_2 - \theta I_1^3 + cI_1^4 + dI_2^2 + kI_1^2 I_2 + \dots, \quad I_1 = \text{tr}(\mathbf{d}), \quad I_2 = \mathbf{d} \cdot \mathbf{d},$$

где \mathbf{u} и \mathbf{v} – векторы перемещений и скорости; \mathbf{d} – тензор деформаций Альманси; $\boldsymbol{\sigma}$ – тензор напряжений Эйлера-Коши; $W(I_1, I_2)$ – упругий потенциал; $a, \mu, b, \kappa, \theta, c, d, k$ – упругие модули среды; p_0 – добавочное неизвестное гидростатическое давление; \mathbf{I} – единичный тензор второго ранга.

Поверхность разрывов $\Sigma(t)$, уравнение которой в параметрической форме может быть записано как $x^i = x^i(y^\alpha, t)$ (y^α , $(\alpha = 1, 2)$ – криволинейные координаты на поверхности Σ), разделяет рассматриваемую область V пространства на две: V^+ и V^- . Индексом «+» в соответствии с принятой в теории сингулярных поверхностей терминологией обозначена та часть области V , в направлении которой движется Σ , а индексом «–» – остальная часть V . Под ударной волной понимаем поверхность сильного разрыва, т. е. такую поверхность, на которой перемещения непрерывны, а скорости перемещений и напряжения испытывают конечный разрыв. На поверхностях слабого разрыва напряжения и скорости перемещений остаются непрерывными, а вот их некоторые частные производные претерпевают разрыв.

При переходе через поверхность разрыва система дифференциальных уравнений (1) теряет смысл, но выполняются динамические, геометрические и кинематические условия совместности разрывов [4; 8; 20]. Как уже отмечалось, продолжение решения за волновой фронт возможно различными способами, в том числе методом лучевых рядов, в котором искомые функции аппроксимируются степенным рядом Тейлора по лучевой координате [1] или по времени [22]. В настоящей

работе использовано лучевое разложение в виде, представленном в работе [22], которое в общем случае записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} f(y^\alpha, s, t) &= f^-|_{t=\tau} + \dot{f}^-|_{t=\tau} (t-\tau) + \frac{1}{2} \ddot{f}^-|_{t=\tau} (t-\tau)^2 + \dots = \\ &= (f^+ - [f])|_{t=\tau} + (\dot{f}^+ - [\dot{f}])|_{t=\tau} (t-\tau) + \frac{1}{2} (\ddot{f}^+ - [\ddot{f}])|_{t=\tau} (t-\tau)^2 + \dots, \end{aligned}$$

где s – расстояние вдоль луча, луч – кривая, в каждой точке которой единичный вектор нормали к волновой поверхности направлен по касательной к этой кривой, координаты y^α на волновой поверхности остаются неизменными вдоль каждого луча, т. е. совпадают с координатами на начальной волновой поверхности $\Sigma(0)$ [8]; $\tau(s) = \int_0^s d\xi / G(\xi)$ – время прихода волнового фронта в данную точку пространства; G – скорость движения волны в направлении нормали, квадратные скобки обозначают скачок заключённой в них величины, а точка над символом – дифференцирование по времени.

Пусть материал, деформационные свойства которого подчинены зависимостям (1), заполняет пространство с цилиндрической полостью, уравнение которой в цилиндрической системе координат (r, φ, z) записывается в виде $r = r_0$. С начального момента времени поверхность полости начинает движение по закону

$$u_z|_{r_0} = F(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k!} \frac{d^k F}{dt^k} \bigg|_0 t^k \approx v_0 t + \frac{a_0 t^2}{2} + \dots, \quad v_0 \neq 0, \quad t \geq 0, \quad (2)$$

что создаёт в пространстве поле перемещений вида $u_r = u_\varphi = 0$, $u_z = u(r, t)$.

Движение среды в цилиндрической системе координат описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений следующих из (1):

$$\begin{aligned} u_{,rr}(1 + 3\alpha u_{,r}^2) + u_{,r}(1 + \alpha u_{,r}^2)/r + \dots \ddot{u}/C^2 + \dots, \\ p_{,r} + \beta u_{,rr} u_{,r} + (1 + \gamma) u_{,r}^2/2 + \dots = 0, \quad p = (p_0 - a - \mu)/\mu, \\ \alpha = (a + b + \kappa + d)/\mu, \quad \gamma = a/\mu, \quad \beta = (2a + 2b + 2\mu + \kappa)/\mu, \quad C = \sqrt{\mu/\rho}. \end{aligned} \quad (3)$$

Первое уравнение в (3) служит для определения кинематики деформирования, а согласно второму находится добавочное гидростатическое давление $p(r, t)$, что требует знания функции $u(r, t)$. Следовательно, это уравнение разрешается после того, как решена краевая задача для первого уравнения в (3). Разрыв скорости в граничном условии в начальный момент времени вызывает распространяющуюся по пространству ударную волну Σ , положение которой в пространстве задаётся уравнением $R(t) = r_0 + \int_0^t G(\xi) d\xi$. Из закона сохранения импульса на поверхности разрыва следует формула для вычисления скорости Σ :

$$G = \left(1 + \sum_{k=1}^{\infty} \gamma_k \left(\frac{\omega_1}{C} \right)^{2k} \right) = C \left(1 + \gamma_1 \frac{\omega_1^2}{C^2} + \dots \right), \quad \omega_1 = [\dot{u}], \quad \gamma_1 = \alpha/2,$$

где ω_1 характеризует интенсивность ударной волны, а коэффициенты γ_k зависят от упругих модулей среды. Граничными условиями для системы (3) являются известные перемещения на нагружаемой границе (2), а также условие непрерывности перемещений на Σ и условие непрерывности нормальной к волне компоненты тензора напряжений, следующее из динамических условий совместности:

$$u|_{R(t)} = 0, \quad [\sigma_{rr}]|_{R(t)} = 0, \quad R(t) = r_0 + \int_0^t G(\xi) d\xi \approx r_0 + \int_0^t C \left(1 + \gamma_1 \frac{\omega_1^2}{C^2} + \dots \right) d\xi. \quad (4)$$

Второе условие в (4) используется для вычисления добавочного гидростатического давления. Поле перемещений в окрестности волнового фронта строим в виде лучевого ряда с опорой на граничные условия:

$$u(r, t) \approx - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k!} \omega_k|_{\tau} (t - \tau)^k, \quad t \geq \tau, \quad (5)$$

$$u(r, t) = 0, \quad t < \tau, \quad \tau = \int_{r_0}^r G^{-1}(\xi) d\xi, \quad \omega_k = [\partial^k u / \partial t^k],$$

в котором ограничимся вычислением двух первых его членов.

С целью вычисления разрыва скорости ω_1 и разрывов её производных до k -го порядка необходимо продифференцировать первое уравнение (3) $(k-1)$ раз по времени, записать результат с каждой стороны от поверхности разрыва и вычислить их разность, привлекая геометрические и кинематические условия совместности. Следуя этому алгоритму, для вычисления коэффициентов лучевого ряда получаем систему уравнений вида

$$\frac{\delta \omega_k}{\delta t} = f_k(\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_k, \omega_{k+1}, R(t)), \quad k = 1, 2, \dots, \quad (6)$$

где $\delta/\delta t$ – дельта-производная по времени от функции, заданной на движущейся поверхности [20]. Так, на первом шаге метода получим дифференциальное уравнение изменения интенсивности ударной волны:

$$\frac{\delta \omega_1}{\delta t} = \frac{\omega_1(2\alpha\omega_1\omega_2/C^2 - C/R - 1.5\alpha\omega_1^2/RC)}{2 + 5\alpha\omega_1^2/C^2}.$$

Особенность ударных волн в нелинейных средах состоит в том, что разрыв каждой производной искомой функции зависит от разрыва более высокого порядка, что исключает возможность последовательного интегрирования в отличие от линейного случая или слабых волн, для которых (6) представляет собой систему рекуррентных обыкновенных дифференциальных уравнений (уравнений затухания). Вариант изменения лучевого метода с включением в (5) дополнительных рядов по дельта-производным [6; 24] позволяет свести (6) к алгебраическим соотношениям относительно значений искомых величин в начальный момент времени:

$$\omega_k \approx \omega_{k0} + \frac{\delta \omega_{k0}}{\delta t} t + \dots, \quad \frac{\delta^n \omega_{k0}}{\delta t^n} = \frac{\delta^n \omega_k}{\delta t^n} \Big|_{t=0}. \quad (7)$$

Для малых послеударных времён неизвестные константы ω_{k0} могут быть определены из граничного условия. Уравнения (6), вычисленные при $t = 0$, совместно с граничным условием составляют замкнутую систему алгебраических уравнений относительно искомых величин. Так, для квадратичного закона движения границы (2) достаточно определить величины ω_{10} , ω_{20} , $\delta \omega_{10}/\delta t$. Таким образом, получается следующее разложение для перемещения за волновым фронтом:

$$u = - \left(\omega_{10} + \frac{\delta \omega_{10}}{\delta t} \tau + \dots \right) (t - \tau) - \frac{1}{2} (\omega_{20} + \dots) (t - \tau)^2 + \dots, \quad (8)$$

$$\tau = \frac{r - r_0}{C(1 + \gamma_1 \omega_{10}^2 / C^2)} - \frac{\gamma_1 \omega_{10} (r - r_0)^2}{C^4 (1 + \gamma_1 \omega_{10}^2 / C^2)^3} \cdot \frac{\delta \omega_{10}}{\delta t} + \dots, \quad \omega_{10} = -v_0, \quad \omega_{20} = -a_0.$$

В зависимости от граничных условий на r_0 решение (8) может быть продолжено с требуемой степенью точности; также не составляет сложностей определить добавочное гидростатическое давление по найденному полю перемещений.

Численная схема. Полагаем, что до момента $t = t_0$ точность лучевого решения является приемлемой в области деформирования $O : r_0 \leq r \leq R(t_0)$ (см. рис. 1). Поэтому поле перемещений и положение волнового фронта определяются зависимостями (8). Несколько первых слоёв этой области задают начальные данные для дальнейших вычислений.

Начиная с момента $t = t_0$ уравнения движения интегрируются численно с помощью неявной конечно-разностной схемы. Для этого область деформирования $\Omega : t > t_0, r_0 \leq r \leq r_0 + \int_0^t G(\xi) d\xi$ разбивается равномерной сеткой с шагами Δt и Δr по времени и пространству соответственно. В узлах сетки и ищется решение.

Входящие в уравнения частные производные заменяются их конечно-разностными аппроксимациями по соседним узлам сетки в соответствии с шаблоном на рис. 2:

$$u_{,r} \approx \frac{u(r + \Delta r, t) - u(r - \Delta r, t)}{2\Delta r}, \quad u_{,rr} \approx \frac{u(r + \Delta r, t) - 2u(r, t) + u(r - \Delta r, t)}{\Delta r^2},$$

$$\ddot{u} \approx \frac{u(r, t) - u(r, t - \Delta t)}{\Delta t}, \quad \ddot{u} \approx \frac{u(r, t) - 2u(r, t - \Delta t) + u(r, t - 2\Delta t)}{\Delta t^2},$$

При замене исходного уравнения его конечно-разностным аналогом получается второй порядок погрешности его аппроксимации по пространственной координате, и первый – по временной, т. е. $O(\Delta r^2 + \Delta t)$.

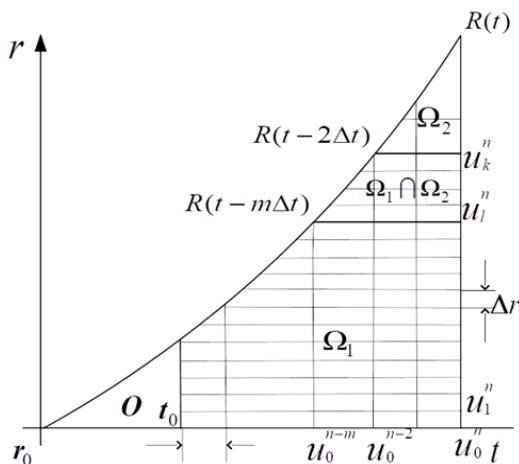


Рис. 1. Область деформирования

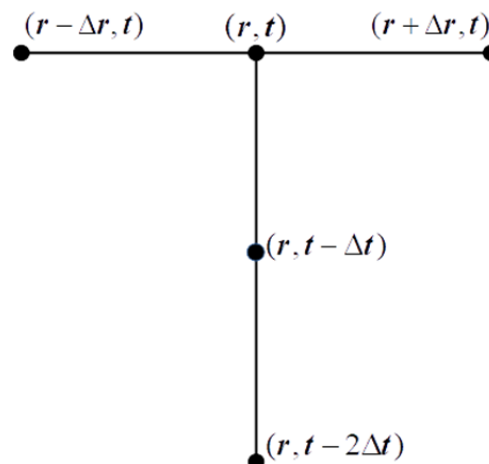


Рис. 2. Шаблон разностной схемы

Для вычисления δ -производной используется следующее конечно-разностное выражение:

$$\frac{\delta \omega_k}{\delta t} \approx \frac{\omega_k(t) - \omega_k(t - \Delta t)}{\Delta t}. \quad (9)$$

Следует отметить, что для узлов сетки, лежащих между поверхностью разрывов на последнем временном слое $R(t)$ и её положением на позапрошлом временном слое $R(t - 2\Delta t)$, оказывается невозможной запись конечно-разностных выражений для второй производной по времени, т. к. соответствующие узлы не принадлежат области деформирования.

Таким образом, полагаем, что область деформирования Ω представляет собой две пересекающиеся области: область численного счета $\Omega_1 : r_0 \leq r \leq R(t - 2\Delta t)$ и прифронтовую область

$\Omega_2 : R(t - m\Delta t) \leq r \leq R(t), m > 2$. Полагаем, что в этой области Ω_2 поле перемещений описывается лучевыми рядами (8), но константы ω_{k0} считаем неизвестными параметрами. Новые значения констант ω_{k0} определяются путём сравнения результатов расчётов по конечно-разностной схеме с лучевыми рядами. Для этой цели применяется метод наименьших квадратов. Значения перемещений, принадлежащих пересечению областей Ω_1 и Ω_2 , аппроксимируются квадратичной функцией пространственной координаты. Сопоставление коэффициентов полученной таким образом функции с коэффициентами лучевого ряда в фиксированный момент времени позволяет находить параметры лучевого разложения. Новые значения параметров используются для вычисления перемещений в узлах за пределами области Ω_1 , а также для определения положения волнового фронта на следующем временном слое. Таким образом, на каждом временном слое решается система алгебраических уравнений, в которую входят:

- конечно-разностные уравнения для узлов области Ω_1 ;
- лучевые ряды для узлов области Ω_2 ;
- формулы для параметров лучевого разложения, вычисленные с помощью метода наименьших квадратов на пересечении областей Ω_1 и Ω_2 ;
- условие на нагружаемой границе.

Полученная таким образом система решается численно, методом простых итераций. В качестве начального приближения для очередного слоя используются значения перемещений, полученные при подстановке в аналитическое решение параметров ω_1^{n-1} и ω_2^{n-1} предыдущего слоя и времени $t = \Delta t$ (для удобства принимаем, что на последнем временном слое $t = 0$). Начальное приближение для параметров разложения ω_1 и ω_2 на n -м слое принимается $\omega_1^n \approx \omega_1^{n-1} + \frac{\delta\omega_{10}}{\delta t} \Delta t$ и

$\omega_2^n \approx \omega_2^{n-1}$ соответственно; $\frac{\delta\omega_{10}}{\delta t}$ для слоя $t - \Delta t$ вычисляется по разностной формуле (9). С помощью лучевого разложения вычисляются также поля перемещений на первых двух временных слоях, необходимые для инициализации схемы. В этом случае константы лучевого разложения находятся по граничному условию.

Далее приводятся некоторые результаты численных расчётов. Расчёт проводился при следующих значениях параметром задачи: $\alpha = 1$, $\beta = 1$, $C = 10^3$ м/с, $\Delta r = 5 \cdot 10^{-3}$ м, $\Delta t = 5 \cdot 10^{-5}$ с, $r_0 = 1$ м, $v_0 = 0,1$ м/с, $a_0 = 20$ м/с². На рис. 3-5 показано распределение поля перемещений вдоль луча, изменение со временем интенсивности ударной волны ω_1 и зависимость положения волнового фронта от времени.

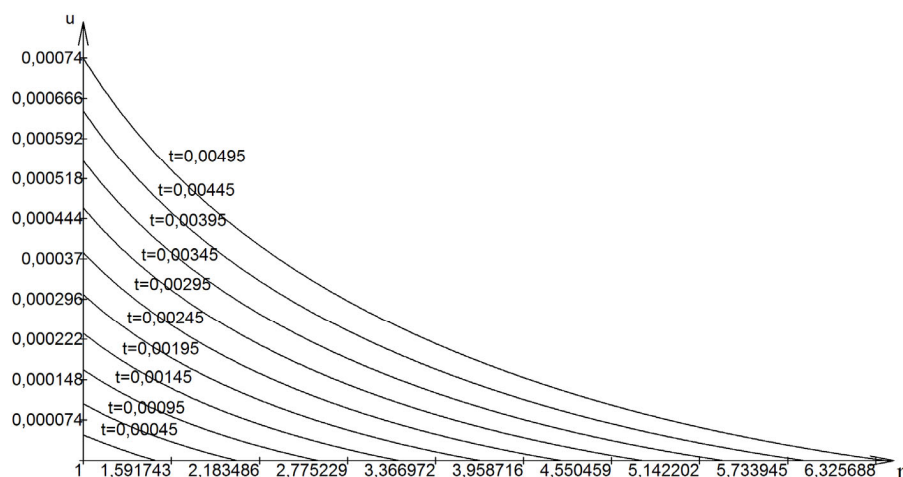


Рис. 3. Распределение поля перемещений вдоль луча для различных моментов времени

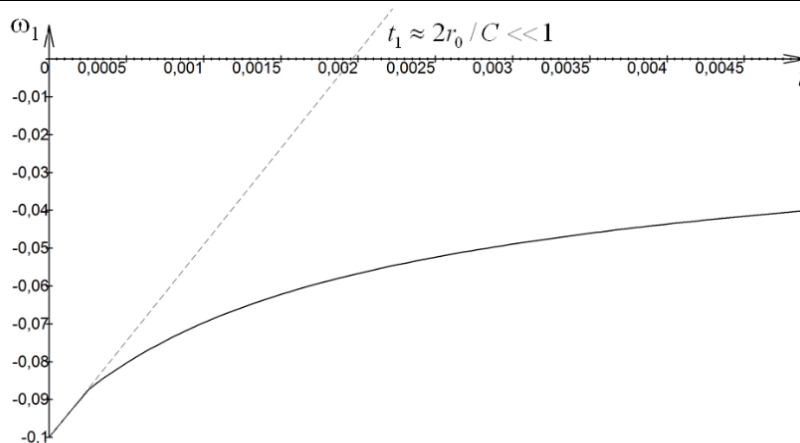


Рис. 4. Изменение ω_1 со временем

Оценка сходимости и устойчивости построенной численной схемы в силу её нелинейности является сложной задачей и экспериментально проверяется на последовательности разностных сеток с измельчающимся шагом. В табл. 1 представлено максимальное относительное отклонение нового решения от полученного ранее.

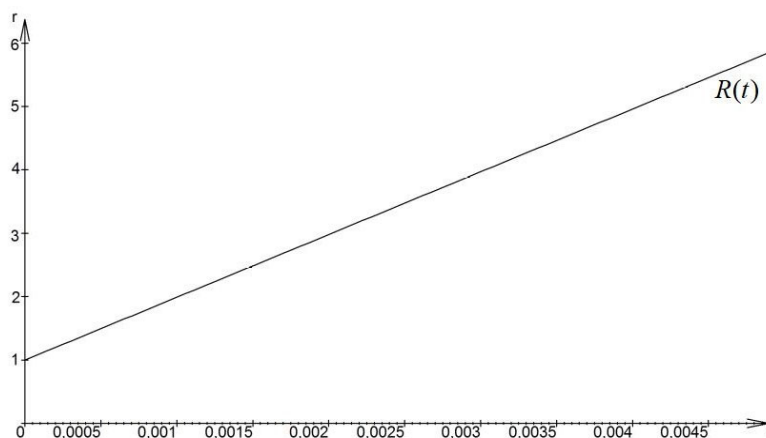


Рис. 5. Зависимость положения волнового фронта от времени

Таблица 1

Максимальное относительное отклонение нового решения от предыдущего при уменьшении шага сетки

Δr , м	Δt , с	ε_{\max}
$\Delta r = 0,005$	$\Delta t = 5 \cdot 10^{-5}$	ε
$\Delta r / 2$	$\Delta t / 2$	$0,05\varepsilon$
$\Delta r / 4$	$\Delta t / 4$	$0,036\varepsilon$
$\Delta r / 8$	$\Delta t / 8$	$0,02\varepsilon$

Рассматривались решения задачи, полученные в момент времени $t = 0,0001$ с при указанных выше условиях. Шаг сеток по пространственной и временной координатам последовательно уменьшается вдвое. Оказывается, что при уменьшении шагов сетки с $\Delta r = 0,005$ м, $\Delta t = 0,00005$ с

до $\Delta r = 0,0025$ м, $\Delta t = 0,000025$ с максимальное относительное отклонение нового решения от полученного ранее составляет 5 %, а при дальнейшем уменьшении шагов сетки в 2 и 4 раза снижается до 3,6 % и 2 % соответственно.

Если в рассмотренной задаче ограничиться только аналитическим приближением, то получается, что интенсивность разрыва ω_1 обращается в ноль уже при $t \approx 2r_0 / C \ll 1$. В то же время из аналогичной линеаризованной задачи, для которой известно точное решение уравнения затухания $\omega_1 = \omega_{10}(1 + Ct/r_0)^{-1/2}$, следует, что интенсивность разрыва стремится к нулю асимптотически. Представленные иллюстрации показывают, что численное решение позволяет избежать такой качественной погрешности, вносимой необходимостью дополнительных разложений интенсивностей разрывов в степенные ряды по времени (7). Также важно, что, в отличие от криволинейных, для плоских волн представление интенсивности разрыва линейной функцией по времени даёт вполне удовлетворительные результаты. Однако чем быстрее изменяется кривизна поверхности разрывов, тем уже становится допустимая область аналитического решения и тем более полезным представляется переход к численной схеме расчётов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бабичева, Л. А. Лучевой метод решения динамических задач в упруго-вязко-пластических средах / Л. А. Бабичева, Г. И. Быковцев, Н. Д. Вервейко // Прикладная математика и механика. – 1973. – Т. 37. – №. 1. – С. 145-155.
2. Балашов, Д. Б. О распаде разрыва в линейно упрочняющейся упругопластической среде / Д. Б. Балашов // Известия Российской академии наук. Механика твёрдого тела. – 1993. – № 2. – С. 121-133.
3. Белоцерковский, О. М. Численное моделирование в механике сплошных сред / О. М. Белоцерковский. – М.: Наука, 1984. – 520 с.
4. Бленд, Д. Нелинейная динамическая теория упругости / Д. Бленд. – М.: Мир, 1972. – 183 с.
5. Буренин, А. А. К проблеме выделения поверхностей разрывов в численных методах динамики деформируемых сред / А. А. Буренин, П. В. Зиновьев // Проблемы механики: сборник статей к 90-летию со дня рождения А. Ю. Ишлинского. – М.: Физматлит, 2003. – С. 146-155.
6. Буренин, А. А. Об одной возможности построения приближенных решений нестационарных задач динамики упругих сред при ударных воздействиях / А. А. Буренин // Дальневосточный математический журнал. – 1999. – № 8. – С. 49-72.
7. Буренин, А. А. О выделении разрывов в расчётах динамики несжимаемой упругой среды / А. А. Буренин, Г. М. Севастьянов, В. И. Штука // Вычислительная механика сплошных сред. – 2016. – Т. 9. – № 4. – С. 400-411.
8. Быковцев, Г. И. Теория пластичности / Г. И. Быковцев, Д. Д. Ивлев. – Владивосток: Дальнаука. 1998. – 528 с.
9. Герасименко, Е. А. Расчёты динамики несжимаемой среды при антиплоском и скручивающем ударе / Е. А. Герасименко, А. В. Завертан // Вычислительная механика сплошных сред. – 2008. – Т. 1. – № 3. – С. 46-56.
10. Герасименко, Е. А. Лучевые прифронтовые разложения решений в качестве средства выделения разрывов в численных расчётах динамики деформирования / Е. А. Герасименко, А. В. Завертан // Журнал вычислительной математики и математической физики. – 2009. – Т. 49. – № 4. – С. 722-733.
11. Численное решение многомерных задач газовой динамики / С. К. Годунов, А. В. Забродин, М. Я. Иванов, А. Н. Крайко, Г. П. Прокопов. – М.: Наука, 1976. – 400 с.
12. Зиновьев, П. В. Выделение поверхностей разрывов лучевым методом в задачах динамики упругих сред / П. В. Зиновьев, В. Е. Рагозина, А. А. Буренин // Фундаментальные и прикладные вопросы механики. – Хабаровск: ХГТУ, 2003. – С. 64-66.
13. Численное решение динамических задач упругопластического деформирования твёрдых тел / Г. В. Иванов, Ю. М. Волчков, И. О. Богульский, С. А. Анисимов, В. Д. Кургузов. – Новосибирск: Изд-во Сибирский университет, 2002. – 352 с.
14. Каменярж, Я. А. О простых волнах и распаде разрыва в упругопластической среде с условием Мизеса / Я. А. Каменярж // Прикладная математика и механика. – 1972. – Т. 36. – № 2. – С. 320-329.



15. Ковтанюк, Л. В. Исследование цилиндрических ударных волн в упруго-вязко-пластических несжимаемых телах с помощью метода лучевых рядов / Л. В. Ковтанюк, В. И. Штука // Вестник ЧГПУ им. И. Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. – 2017. – № 2 (32). – С. 119-135.
16. Куликовский, А. Г. Математические вопросы численного решения гиперболических систем уравнений / А. Г. Куликовский, Н. В. Погорелов, А. Ю. Семенов. – М.: Физматлит, 2001. – 608 с.
17. Куропатенко, В. Ф. Методы расчёта ударных волн / В. Ф. Куропатенко // Дальневосточный математический журнал. – 2001. – Т. 2. – № 2. – С. 45-59.
18. Рагозина, В. Е. Об использовании прифронтной асимптотики в численных решениях динамических задач теории упругости с ударными волнами / В. Е. Рагозина, И. И. Воронин, Е. Л. Вековшинин // Проблемы естествознания и производства. – Владивосток: ДВГТУ, 1995. – Вып. 115. – С. 25-27.
19. Севастьянов, Г. М. Лучевой метод в приближенном решении задачи об ударном нагружении несжимаемого цилиндрического слоя / Г. М. Севастьянов, В. И. Штука, А. А. Буренин // Вестник ЧГПУ им. И. Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. – 2015. – № 4 (26). – С. 50-62.
20. Томас, Т. Пластическое течение и разрушение в твёрдых телах / Т. Томас. – М.: Мир, 1964. – 308 с.
21. Уизем, Дж. Б. Линейные и нелинейные волны / Дж. Б. Уизем. – М.: Мир, 1977. – 624 с.
22. Achenbach I. D., Reddy D. P. Note of wave propagation in lineary viscoelastic media // Z. anqew. Maht. und. Phus. 1967. Bd 18. P. 141-144.
23. Kukudzhanov, V. N. Numerical continuum mechanics (De Gruyter Studies in Mathematical Physics 15) / V. N. Kukudzhanov. – Berlin: De Gruyter, 2013. – 425 p.
24. Seriani, G. Numerical modeling of mechanical wave propagation / G. Seriani, S. P. Oliveira // La Rivista del Nuovo Cimento. 2020. – N. 43. – P. 459-514.
25. Rossikhin, Yu. A. Ray method for solving dynamic problems connected with propagation of wave surfaces of strong and weak discontinuities / Yu. A. Rossikhin, M. V. Shitikova // Appl. Mech. Rev. – 1995. – V. 48. – N. 1. – P. 1-39.
26. Rossikhin Y. A., Burenin A. A., Potianikhin D. A. (2019) Shock Waves Via Ray Expansions. In: Altenbach H., Öchsner A. (eds) Encyclopedia of Continuum Mechanics. Springer, Berlin, Heidelberg.

Бегун А. С.
A. S. Begun

ВРАЩЕНИЕ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО ДИСКА С ПЕРЕМЕННОЙ СКОРОСТЬЮ

ROTATION OF ELASTIC-PLASTIC DISK WITH VARIABLE SPEED

Бегун Александра Сергеевна – кандидат физико-математических наук, научный сотрудник Института автоматизации и процессов управления ДВО РАН, доцент кафедры математики и моделирования Владивостокского государственного университета экономики и сервиса (Россия, Владивосток). E-mail: ustinova@iacp.dvo.ru.

Aleksandra S. Begun – PhD in Physics and Mathematics, Researcher, Institute of Automation and Control Processes of FEB RAS, Associate Professor, Department of Mathematics and Modeling, Vladivostok State University of Economics and Service (Russia, Vladivostok). E-mail: ustinova@iacp.dvo.ru.

Аннотация. В работе проводится математическое моделирование процесса деформирования упругопластического диска при его вращении с изменяющейся скоростью (разгон, вращение с постоянной скоростью, торможение). При моделировании деформирования диска принимается гипотеза о плоском напряжённом состоянии. В условиях упругого равновесия получено точное аналитическое решение; при пластическом течении получена система уравнений, которая решается численно. В результате работы рассчитаны обратимые и необратимые деформации, напряжения, перемещения и скорости. Найдена закономерность развития области пластического течения.

Summary. This work involves mathematical modeling of the process of deformation of an elastic-plastic disk during its rotation with changing velocity (acceleration, rotation with constant velocity, and deceleration). In modeling the disk deformation, the hypothesis of a flat stress state is assumed. Under elastic equilibrium conditions an exact analytical solution has been obtained, and under plastic flow a system of equations has been obtained and solved numerically. As a result of the work, the reversible and irreversible deformations, stresses, displacements and velocities have been calculated. The regularity of development of plastic flow area has been found.

Ключевые слова: упругость, пластичность, вращающийся диск, остаточные деформации.

Key words: elasticity, plasticity, rotating disk, residual deformation.

УДК 539.37

Введение. Ввиду практической значимости напряжённо-деформируемое состояние вращающихся дисков рассматривалось неоднократно [1-16]. Для упругопластических задач о вращающихся дисках при постоянной скорости с условием пластичности Треска существуют точные аналитические решения [1-3]. Для условия пластичности Мизеса также получены решения ряда задач [4; 7; 11]. Как правило, расчёты проводятся при фиксированной скорости вращения диска, что не позволяет исследовать напряжённое состояние вращающихся дисков, работающих при изменяющихся режимах эксплуатации. Поведение упругого функционально-градиентного диска при уменьшающейся скорости вращения исследовано в работах [13; 14]. В [15] исследовано напряжённо-деформированное состояние вязкоупругого диска, вращающегося с переменной скоростью.

В настоящей работе рассматривается деформирование кольцевого диска, вращающегося с возрастающей, постоянной и уменьшающейся скоростью, в процессе упругого деформирования и при пластическом течении материала. При исследовании напряжённо-деформированного состояния дисков турбомашин их можно рассматривать как тонкие пластины. Поэтому для постановки и решения задачи считаем, что в диске реализуется плоское напряжённое состояние с симметрией полей напряжений, деформаций и перемещений относительно оси вращения.

Основные соотношения модели. Для описания процесса деформирования воспользуемся классической теорией течения упругопластичности в предположении малости деформаций. Ком-

поненты полных деформаций d_{ij} определяются как сумма обратимых e_{ij} и пластических p_{ij} составляющих:

$$d_{ij} = e_{ij} + p_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}), \quad u_{i,j} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j},$$

где u_i – компоненты вектора перемещений; x_j – координаты точки среды. В условиях упругого равновесия $p_{ij} = 0$.

Для тензора скоростей деформации в данном случае справедливы зависимости

$$\varepsilon_{ij} = \dot{e}_{ij} + \dot{p}_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^p. \quad (1)$$

Напряжения в теле определяются упругими деформациями e_{ij} согласно закону Гука:

$$\sigma_{ij} = \lambda e_{kk} \delta_{ij} + 2\mu e_{ij},$$

где λ, μ – коэффициенты Ламе.

Будем считать, что материал деформируется обратимо, если напряжённое состояние соответствует в пространстве напряжений неравенству

$$f(\sigma_{ij}) < 0.$$

Поверхность нагружения $f(\sigma_{ij}) = 0$ в условиях принципа максимума Мизеса

$$(\sigma_{ij} - \sigma_{ij}^*) \varepsilon_{ij}^p \geq 0,$$

где σ_{ij}^* – статически допустимое напряжение, является пластическим потенциалом. Тогда ассоциированный закон пластического течения записывается в форме

$$\varepsilon_{ij}^p = \xi \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}},$$

$$\xi \geq 0, \quad f = 0, \quad \dot{f} > 0 \quad \text{нагрузка};$$

$$\xi = 0, \quad f < 0, \quad \dot{f} < 0 \quad \text{разгрузка};$$

$$\xi = 0, \quad f = 0, \quad \dot{f} = 0 \quad \text{нейтральное нагружение}.$$

В качестве поверхности нагружения примем условие максимального октаэдрического напряжения (цилиндр Мизеса):

$$\tau_{ij} \tau_{ji} = \frac{8}{3} k^2, \quad (2)$$

где $\tau_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij}$; k – предел текучести материала.

Начальное упругое равновесие. Рассмотрим задачу о деформировании кольцевого упруго-пластического диска постоянной толщины h (внутренний радиус $r = r_0$, внешний радиус $r = R$), который вращается с угловым ускорением $\frac{d\omega(t)}{dt}$, задаваемым на временных промежутках следующим образом:

$$\frac{d\omega(t)}{dt} = \begin{cases} ate^{bt}, & 0 \leq t \leq t_1 \\ a(2t_1 - t)e^{b(2t_1 - t)}, & t_1 \leq t \leq 2t_1 \\ 0, & 2t_1 \leq t \leq t_3 \\ a(t_3 - t)e^{b(t - t_3)}, & t_3 \leq t \leq t_4 \\ a(t - 2t_1 + t_3)e^{b(2t_1 - t + t_3)}, & t_4 \leq t \leq t_5 \\ 0, & t_5 \leq t \end{cases}. \quad (3)$$

Скорость вращения диска находится интегрированием (3) с использованием начального условия $\omega(0) = 0$ и условия непрерывности по времени. В начальный момент времени $t = 0$ считаем, что напряжения и деформации в материале отсутствуют.

Полагая $R/h \geq 10$, рассмотрим плоское напряжённое состояние диска, в случае осевой симметрии отличными от нуля остаются компоненты напряжений σ_{rr} , $\sigma_{\varphi\varphi}$ и $\sigma_{r\varphi}$.

Для диска со свободными внешней и внутренней поверхностью граничные условия запишутся в виде

$$\sigma_{rr}|_{r=r_0} = \sigma_{rr}|_{r=R} = 0, \quad \sigma_{r\varphi}|_{r=R} = 0. \quad (4)$$

Отличными от нуля компонентами полных деформаций остаются следующие:

$$d_{rr} = e_{rr} + p_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r}, \quad d_{r\varphi} = e_{r\varphi} + p_{r\varphi} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_\varphi}{\partial r} - \frac{u_\varphi}{r} \right), \quad (5)$$

$$d_{\varphi\varphi} = e_{\varphi\varphi} + p_{\varphi\varphi} = \frac{u_r}{r}.$$

Напряжения связаны с обратимыми деформациями законом Гука (1), для отличных от нуля компонент получим

$$\sigma_{rr} = \frac{2\lambda\mu(e_{rr} + e_{\varphi\varphi})}{\lambda + 2\mu} + 2\mu e_{rr}, \quad \sigma_{\varphi\varphi} = \frac{2\lambda\mu(e_{rr} + e_{\varphi\varphi})}{\lambda + 2\mu} + 2\mu e_{\varphi\varphi}, \quad \sigma_{r\varphi} = 2\mu e_{r\varphi}.$$

При вращении диска с изменяющейся скоростью на каждую точку диска, помимо центростремительного ускорения $r\omega^2$, будет действовать вращательное ускорение $r \frac{d\omega}{dt}$. То есть на диск будут действовать две системы инерционных сил, связанные с наличием центростремительного и вращательного ускорений. Следовательно, уравнения равновесия запишутся в виде

$$\frac{\partial}{\partial r}(r\sigma_{rr}) - \sigma_{\varphi\varphi} = -\rho r^2 \omega^2, \quad \frac{\partial}{\partial r}(r\sigma_{r\varphi}) + \sigma_{r\varphi} = \rho r^2 \frac{d\omega}{dt}. \quad (6)$$

Интегрируя второе уравнение (6) при граничном условии (4) найдём

$$\sigma_{r\varphi} = \frac{\rho}{4} \frac{d\omega}{dt} \left(r^2 - \frac{R^4}{r^2} \right). \quad (7)$$

Введение функции напряжений $\varphi(r, t)$ в виде

$$\sigma_{rr} = \frac{\varphi}{r}, \quad \sigma_{\varphi\varphi} = \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \rho \omega^2 r^2$$

позволяет удовлетворить первому уравнению равновесия.

Используя соотношения (5) и учитывая, что при обратимом деформировании $d_{ij} = e_{ij}$, получим уравнение для определения функции напряжений $\varphi(r, t)$:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r\varphi(r, t)) \right] = -\frac{7\lambda + 6\mu}{2(\lambda + \mu)} \rho \omega^2(t) r.$$

Интегрируя данное уравнение и используя граничные условия (4), найдём

$$\varphi(r, t) = \frac{7\lambda + 6\mu}{16(\lambda + \mu)} \frac{\rho \omega^2}{r} (r^2 - r_0^2) (R^2 - r^2).$$

По найденной функции $\varphi(r, t)$ находятся напряжения σ_{rr} , $\sigma_{\varphi\varphi}$ и деформации d_{rr} , $d_{\varphi\varphi}$. Компонента перемещений u_r находится из известных деформаций: $u_r = r d_{\varphi\varphi}$. Для определения компоненты перемещений u_φ получим дифференциальное уравнение

$$\frac{\partial u_\varphi}{\partial r} - \frac{u_\varphi}{r} = 2d_{r\varphi} = \frac{\sigma_{r\varphi}}{\mu}$$

при граничном условии

$$u_\varphi|_{r=r_0} = r_0 \sin \theta(t), \quad \theta(t) = \int_0^t \omega(t) dt.$$

Полученное решение будет справедливо, если режим нагружения выбран таким образом, что ни в одной точке диска не развивается пластическое течение. Далее рассмотрим случаи, когда диск подвергается значительным нагрузкам и в некоторых его областях возможно пластическое течение.

Пластическое течение. При увеличивающейся скорости вращения диска напряжения в материале также растут, и в момент времени $t = t_*$ на некотором радиусе $r = r_*$ напряжённое состояние достигает поверхности нагружения. Для такой поверхности принимается условие пластичности Мизеса (2), которое для рассматриваемой задачи запишется в виде

$$\sigma_{rr}^2 + \sigma_{\varphi\varphi}^2 - \sigma_{rr}\sigma_{\varphi\varphi} + 3\sigma_{r\varphi}^2 = 2k^2. \quad (8)$$

Используя решение упругой задачи, найдём, что пластическое течение впервые начинается на внутренней поверхности $r = r_0$. Момент времени $t = t_*$ найдём решая уравнение

$$\left(\left(\frac{7\lambda + 6\mu}{16(\lambda + \mu)} \rho \omega^2(t_*) \left(2R^2 + 2 \frac{\lambda + 2\mu}{(7\lambda + 6\mu)} r_0^2 \right) \right)^2 + 3 \left(\frac{\rho}{4} \frac{d\omega}{dt} \Big|_{t=t_*} \left(r_0^2 - \frac{R^4}{r_0^2} \right) \right)^2 \right) = k^2.$$

Далее в диске развивается пластическое течение, и решение задачи теперь будем искать в двух областях: в упругой области $r_1 \leq r \leq R$ и в области пластического течения $r_0 \leq r \leq r_1$. В области упругого деформирования, используя граничное условие на внешней поверхности диска, найдём

$$\begin{aligned} \varphi^e(r, t) &= -\frac{7\lambda + 6\mu}{16(\lambda + \mu)} \rho \omega^2(t) \left(r^3 - \frac{R^4}{r} \right) + \frac{C_1}{2} \left(r - \frac{R^2}{r} \right), \\ \frac{\partial \varphi^e(r, t)}{\partial r} &= -\frac{7\lambda + 6\mu}{16(\lambda + \mu)} \rho \omega^2(t) \left(3r^2 + \frac{R^4}{r^2} \right) + \frac{C_1}{2} \left(1 + \frac{R^2}{r^2} \right), \end{aligned} \quad (9)$$

где $\varphi^e(r, t)$ – функция напряжений в упругой области, соответственно, $\varphi^p(r, t)$ будем обозначать функцию напряжений в области пластического течения. Используя условие пластичности (8) и граничное условие (4), для нахождения функции $\varphi^p(r, t)$ в каждый фиксированный момент времени (временной шаг будем задавать согласно требуемой точности) получим уравнение

$$\frac{\varphi^{p^2}}{r^2} - \frac{\varphi^p}{r} \left(r^2 \rho \omega^2 + \frac{\partial \varphi^p}{\partial r} \right) + \left(r^2 \rho \omega^2 + \frac{\partial \varphi^p}{\partial r} \right)^2 + 3 \left(\frac{\rho}{4} \frac{\partial \omega}{\partial t} \left(r^2 - \frac{R^2}{r^2} \right) \right)^2 = k^2, \quad \varphi^p|_{r=r_0} = 0. \quad (10)$$

Решение данного уравнения может быть получено численно на каждом временном шаге при граничном условии на внутренней поверхности диска $r = r_0$ (4). Производная функции напряжений

$\frac{\partial \varphi^p}{\partial r}$ в пластической области, согласно (10), имеет вид

$$\frac{\partial \varphi^p}{\partial r} = \frac{1}{2} \frac{\varphi^p}{r} - \rho r^2 \omega^2 + \sqrt{k^2 - \frac{3}{4} \frac{\varphi^{p^2}}{r^2} - \frac{3}{16} \left(r^2 - \frac{R^2}{r^2} \right)^2 \rho^2 \omega'^2}. \quad (11)$$

Из условия непрерывности напряжений σ_{rr} и $\sigma_{\varphi\varphi}$ на упругопластической границе $r = r_1$ имеем $\varphi^p|_{r=r_1} = \varphi^e|_{r=r_1}$, $\frac{\partial \varphi^p}{\partial r}|_{r=r_1} = \frac{\partial \varphi^e}{\partial r}|_{r=r_1}$.

Последние соотношения позволяют найти неизвестную функцию C_1 из (9) и уравнение для определения упругопластической границы в каждый момент времени:

$$C_1 = 2 \left(\frac{r_1 \varphi^p|_{r=r_1}}{r_1^2 - R^2} + \frac{7\lambda + 6\mu}{16(\lambda + \mu)} \rho \omega^2(t) (r_1^2 + R^2) \right), \quad (12)$$

$$\frac{\partial \varphi^p}{\partial r}|_{r=r_1} = - \frac{7\lambda + 6\mu}{8(\lambda + \mu)} \rho \omega^2(t) (r_1^2 - R^2) + \frac{\varphi^p|_{r=r_1} (r_1^2 + R^2)}{r_1 (r_1^2 - R^2)}.$$

Тогда функция напряжений в упругой области $\varphi^e(r, t)$ и её производная $\frac{\partial \varphi^e}{\partial r}$ находятся по формулам

$$\varphi^e = - \frac{7\lambda + 6\mu}{16(\lambda + \mu)} \rho \omega^2 \left(r^3 - \frac{R^4}{r} \right) + \left(\frac{r_1 \varphi^p|_{r=r_1}}{r_1^2 - R^2} + \frac{7\lambda + 6\mu}{16(\lambda + \mu)} \rho \omega^2 (r_1^2 + R^2) \right) \left(r - \frac{R^2}{r} \right),$$

$$\frac{\partial \varphi^e}{\partial r} = - \frac{7\lambda + 6\mu}{16(\lambda + \mu)} \rho \omega^2 \left(3r^2 + \frac{R^4}{r^2} \right) + \left(\frac{r_1 \varphi^p|_{r=r_1}}{r_1^2 - R^2} + \frac{7\lambda + 6\mu}{16(\lambda + \mu)} \rho \omega^2 (r_1^2 + R^2) \right) \left(1 + \frac{R^2}{r^2} \right).$$

Для напряжений получим:

- в пластической области

$$\sigma_{rr}^p = \frac{\varphi^p}{r}, \quad \sigma_{\varphi\varphi}^p = \frac{\partial \varphi^p}{\partial r} + \rho \omega^2 r^2;$$

- в упругой области

$$\begin{aligned}\sigma_{rr}^e &= -\frac{7\lambda + 6\mu}{16(\lambda + \mu)} \rho \omega^2 \left(r^2 - \frac{R^4}{r^2} \right) + \left(\frac{r_1 \varphi^p(r_1)}{r_1^2 - R^2} + \frac{7\lambda + 6\mu}{16(\lambda + \mu)} \rho \omega^2 (r_1^2 + R^2) \right) \left(r - \frac{R^2}{r^2} \right), \\ \sigma_{\varphi\varphi}^e &= -\frac{(7\lambda + 6\mu) \rho \omega^2}{16(\lambda + \mu)} \left(3r^2 + \frac{R^4}{r^2} \right) + \left(\frac{r_1 \varphi^p(r_1)}{r_1^2 - R^2} + \frac{7\lambda + 6\mu}{16(\lambda + \mu)} \rho \omega^2 (r_1^2 + R^2) \right) \left(1 + \frac{R^2}{r^2} \right) + \rho \omega^2 r^2.\end{aligned}\quad (13)$$

Для нахождения скоростей и перемещений необходимо определить полные деформации и скорости деформаций в обеих областях. В упругой области деформации определяются по напряжениям (13) по формулам (7), для скоростей деформаций получим

$$\varepsilon_{rr} = \varepsilon_{rr}^{e1} = \frac{2(\lambda + \mu) \dot{\sigma}_{rr}^e - \lambda \dot{\sigma}_{\varphi\varphi}^e}{2\mu(3\lambda + 2\mu)}, \quad \varepsilon_{\varphi\varphi} = \varepsilon_{\varphi\varphi}^{e1} = \frac{2(\lambda + \mu) \dot{\sigma}_{\varphi\varphi}^e - \lambda \dot{\sigma}_{rr}^e}{2\mu(3\lambda + 2\mu)}, \quad \varepsilon_{r\varphi} = \varepsilon_{r\varphi}^e = \frac{\dot{\sigma}_{r\varphi}}{2\mu}.$$

В пластической области, используя закон Гука и ассоциированный закон пластического течения, для скоростей деформаций найдём

$$\begin{aligned}\varepsilon_{rr}^e &= \frac{2(\lambda + \mu) \dot{\sigma}_{rr}^p - \lambda \dot{\sigma}_{\varphi\varphi}^p}{2\mu(3\lambda + 2\mu)}, \quad \varepsilon_{\varphi\varphi}^e = \frac{2(\lambda + \mu) \dot{\sigma}_{\varphi\varphi}^p - \lambda \dot{\sigma}_{rr}^p}{2\mu(3\lambda + 2\mu)}, \quad \varepsilon_{r\varphi}^e = \frac{\dot{\sigma}_{r\varphi}}{2\mu}, \\ \varepsilon_{rr}^p &= \varepsilon_{\varphi\varphi}^p \frac{2\sigma_{rr}^p - \sigma_{\varphi\varphi}^p}{2\sigma_{\varphi\varphi}^p - \sigma_{rr}^p}, \quad r \frac{\partial(\varepsilon_{\varphi\varphi}^e + \varepsilon_{\varphi\varphi}^p)}{\partial r} + \varepsilon_{\varphi\varphi}^e + \varepsilon_{\varphi\varphi}^p - \varepsilon_{rr}^e - \varepsilon_{rr}^p = 0.\end{aligned}\quad (14)$$

Тогда для определения компоненты скоростей пластических деформаций $\varepsilon_{\varphi\varphi}^p$ получим уравнение

$$\frac{2\dot{\sigma}_{\varphi\varphi}^p - \lambda \dot{\sigma}_{rr}^p}{2\mu} + r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{2(\lambda + \mu) \dot{\sigma}_{\varphi\varphi}^p - \lambda \dot{\sigma}_{rr}^p}{2\mu(3\lambda + 2\mu)} \right) + r \frac{\partial \varepsilon_{\varphi\varphi}^p}{\partial r} + 3\varepsilon_{\varphi\varphi}^p \frac{\sigma_{\varphi\varphi}^p - \sigma_{rr}^p}{2\sigma_{\varphi\varphi}^p - \sigma_{rr}^p} = 0. \quad (15)$$

Для решения данного уравнения необходимо найти граничное условие $\varepsilon_{\varphi\varphi}^p|_{r=r_1}$. Для этого воспользуемся условием непрерывности скоростей деформаций на упругопластической границе $\varepsilon_{\varphi\varphi}^{e1}|_{r=r_1} = \varepsilon_{\varphi\varphi}^e|_{r=r_1} + \varepsilon_{\varphi\varphi}^p|_{r=r_1}$.

Следовательно,

$$\varepsilon_{\varphi\varphi}^p|_{r=r_1} = \varepsilon_{\varphi\varphi}^{e1}|_{r=r_1} - \varepsilon_{\varphi\varphi}^e|_{r=r_1} = \frac{2(\lambda + \mu)(\dot{\sigma}_{\varphi\varphi}^e|_{r=r_1} - \dot{\sigma}_{\varphi\varphi}^p|_{r=r_1}) - \lambda(\dot{\sigma}_{rr}^e|_{r=r_1} - \dot{\sigma}_{rr}^p|_{r=r_1})}{2\mu(3\lambda + 2\mu)}.$$

Так как напряжения являются непрерывными функциями от радиуса и времени, то изменение напряжений на упругопластической границе является непрерывным:

$$\begin{aligned}\frac{d\sigma_{rr}^e}{dt}|_{r=r_1} - \frac{d\sigma_{rr}^p}{dt}|_{r=r_1} &= \frac{\partial \sigma_{rr}^e}{\partial r}|_{r=r_1} \frac{dr_1}{dt} - \frac{\partial \sigma_{rr}^p}{\partial r}|_{r=r_1} \frac{dr_1}{dt} + \dot{\sigma}_{rr}^e|_{r=r_1} - \dot{\sigma}_{rr}^p|_{r=r_1} = 0, \\ \frac{d\sigma_{\varphi\varphi}^e}{dt}|_{r=r_1} - \frac{d\sigma_{\varphi\varphi}^p}{dt}|_{r=r_1} &= \frac{\partial \sigma_{\varphi\varphi}^e}{\partial r}|_{r=r_1} \frac{dr_1}{dt} - \frac{\partial \sigma_{\varphi\varphi}^p}{\partial r}|_{r=r_1} \frac{dr_1}{dt} + \dot{\sigma}_{\varphi\varphi}^e|_{r=r_1} - \dot{\sigma}_{\varphi\varphi}^p|_{r=r_1} = 0.\end{aligned}$$

Используя условие непрерывности разности напряжений $\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi}$ на упругопластической границе $r = r_1$ и первое уравнение равновесия (6), получим

$$\frac{\partial \sigma_{rr}^e}{\partial r}|_{r=r_1} - \frac{\partial \sigma_{rr}^p}{\partial r}|_{r=r_1} = \dot{\sigma}_{rr}^p|_{r=r_1} - \dot{\sigma}_{rr}^e|_{r=r_1} = 0.$$

Тогда граничное условие для $\varepsilon_{\varphi\varphi}^p$ запишется в виде

$$\varepsilon_{\varphi\varphi}^p|_{r=r_1} = \frac{(\lambda + \mu) \left(\frac{\partial \sigma_{\varphi\varphi}^p}{\partial r} \Big|_{r=r_1} \frac{dr_1}{dt} - \frac{\partial \sigma_{\varphi\varphi}^e}{\partial r} \Big|_{r=r_1} \frac{dr_1}{dt} \right)}{\mu(3\lambda + 2\mu)}.$$

Уравнение (15) решается численно с использованием конечных разностей. По найденной $\varepsilon_{\varphi\varphi}^p$ можно определить ε_{rr}^p согласно (14), а затем распределение пластических деформаций $p_{\varphi\varphi}$ и p_{rr} . Компонента перемещений u_r находится из известных деформаций: $u_r = r(e_{\varphi\varphi} + p_{\varphi\varphi})$.

Полученное решение будет справедливо при увеличивающейся скорости вращения $0 \leq t \leq 2t_1$. В течение промежутка времени $2t_1 \leq t \leq t_3$ диск вращается с постоянной скоростью, при этом напряжения и деформации также остаются неизменными и будут справедливы те же соотношения (11)-(12), что и полученные для момента времени $t = 2t_1$. В пластической области $r_0 \leq r \leq r_1(2t_1)$ при этом будет происходить нейтральное нагружение. Далее в промежутке времени $t_3 \leq t \leq t_4$ диск вращается с уменьшающейся скоростью и в материале будут три области: область упругого деформирования $r_1(2t_1) \leq r \leq R$, область разгрузки $r_2(t) \leq r \leq r_1(2t_1)$ и область нейтрального нагружения $r_0 \leq r \leq r_2(t)$. В области нейтрального нагружения для функции напряжений и её производной будут справедливы соотношения

$$\begin{aligned} \frac{\varphi^{n^2}}{r^2} - \frac{\varphi^n}{r} \left(r^2 \rho \omega^2 + \frac{\partial \varphi^n}{\partial r} \right) + \left(r^2 \rho \omega^2 + \frac{\partial \varphi^n}{\partial r} \right)^2 + 3 \left(\frac{\rho}{4} \frac{\partial \omega}{\partial t} \left(r^2 - \frac{R^2}{r^2} \right) \right)^2 &= k^2; \\ \frac{\partial \varphi^n}{\partial r} &= \frac{1}{2} \frac{\varphi^n}{r} - \rho r^2 \omega^2 + \sqrt{k^2 - \frac{3}{4} \frac{\varphi^{n^2}}{r^2} - \frac{3}{16} \left(r^2 - \frac{R^2}{r^2} \right)^2 \rho^2 \omega^2}. \end{aligned} \quad (16)$$

В области разгрузки $r_2(t) \leq r \leq r_1(2t_1)$ для определения функции напряжений φ''' получим дифференциальное уравнение:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \varphi''') \right] = \mu(3\lambda + 2\mu) \frac{p_{rr}(r, 2t_1) - \frac{\partial}{\partial r} (r p_{\varphi\varphi}(r, 2t_1))}{(\lambda + \mu)r} - \frac{7\lambda + 6\mu}{2(\lambda + \mu)} \rho \omega^2(t) r. \quad (17)$$

В области обратимого деформирования $r_1(2t_1) \leq r \leq R$, также как и ранее, найдём

$$\begin{aligned} \varphi^e(r, t) &= -\frac{7\lambda + 6\mu}{16(\lambda + \mu)} \rho \omega^2(t) \left(r^3 - \frac{R^4}{r} \right) + \frac{C_1}{2} \left(r - \frac{R^2}{r} \right), \\ \frac{\partial \varphi^e(r, t)}{\partial r} &= -\frac{7\lambda + 6\mu}{16(\lambda + \mu)} \rho \omega^2(t) \left(3r^2 + \frac{R^4}{r^2} \right) + \frac{C_1}{2} \left(1 + \frac{R^2}{r^2} \right). \end{aligned} \quad (18)$$

Система уравнений (16)-(18) вместе с условиями непрерывности функции напряжений, её производной на поверхностях $r = r_1(2t_1)$ и $r = r_2(t)$ и граничным условием на поверхности $r = r_0$ (4) позволяют найти функцию напряжений во всех трёх рассматриваемых областях, движущуюся границу $r_2(t)$ и функцию C_1 . Полученная система уравнений решается численно, в виду наличия движущейся границы $r_2(t)$ области $r_0 \leq r \leq r_2(t)$ и $r_2(t) \leq r \leq r_1(2t_1)$ на каждом временном шаге перестраиваются. Развитие области пластического течения показано на рис. 1, на рис. 2 приведено изменение с течением времени границы $r_2(t)$, отделяющей область разгрузки от области нейтрального нагружения. Согласно полученному решению, граница $r_2(t)$ движется в сторону

внутренней поверхности $r = r_0$ и с момента времени $t = t'$ достигает её. Далее в материале диска область $r_1(2t_1) \leq r \leq R$ остаётся областью обратимого деформирования, а в области с накопленными необратимыми деформациями $r_0 \leq r \leq r_1(2t_1)$ происходит разгрузка. Распределение напряжений в зависимости от радиуса в различные моменты времени показано на рис. 3.

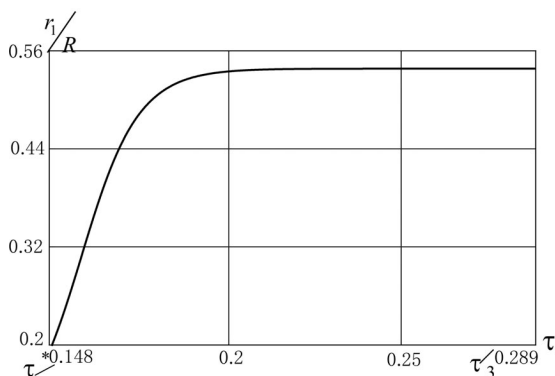


Рис. 1. Развитие области пластического течения

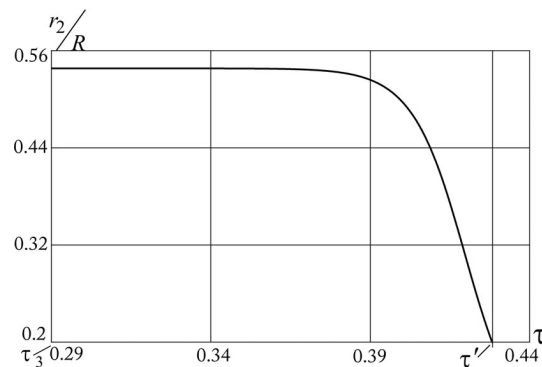


Рис. 2. Изменение границы $r_2(t)$, отделяющей область разгрузки от области нейтрального нагружения

Все графические зависимости приведены в безразмерных переменных $\tilde{r} = \frac{r}{R}$, $\tau = t\sqrt{\alpha}$,

$\tilde{\sigma}_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\mu}$, $\tilde{u}_i = \frac{u_i}{R}$ при значении постоянных

$\lambda = 79,61 \text{ ГПа}$, $\mu = 119,42 \text{ ГПа}$, $\rho = 8000 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$, $\frac{r_0}{R} = 0,2$, $a = 2 \text{ с}^{-3}$, $b = 100 \text{ с}^{-1}$.

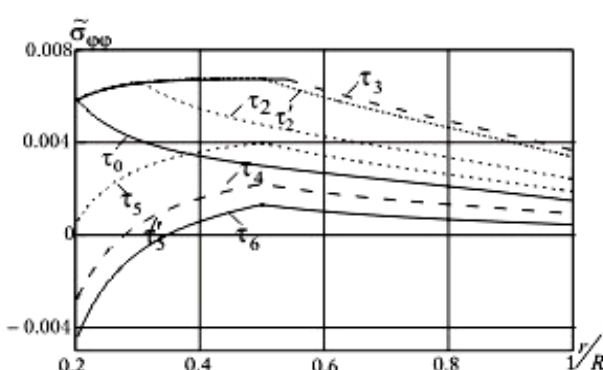
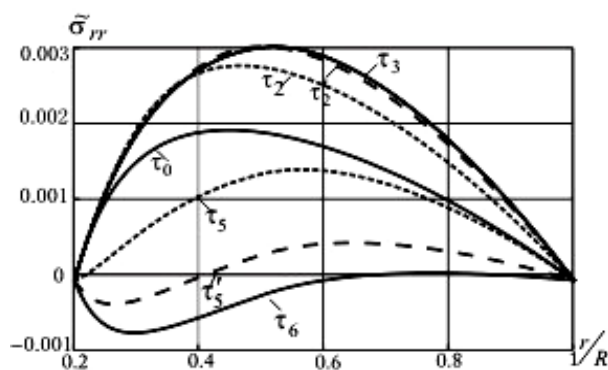


Рис. 3. Распределение компонент напряжений в зависимости от радиуса

Заключение. В рамках теории малых деформаций получены решения последовательности краевых задач о деформировании вращающегося диска с изменяющейся угловой скоростью. Рассмотрены упругое деформирование и пластическое течение. Получены закономерности развития областей пластического течения, найдены распределения обратимых и необратимых деформаций, напряжений и перемещений. Решения задач о вращающихся дисках могут быть использованы при расчётах деталей машин и агрегатов в период эксплуатации, а также для моделирования технологической операции предварительной обработки диска – ротационного автофреттирования, применяемого для повышения циклической долговечности дисков.

ЛИТЕРАТУРА

1. Демьянушко, И. В. Расчёт на прочность вращающихся дисков / И. В. Демьянушко, И. А. Биргер. – М.: Машиностроение, 1978. – 247 с.
2. Левин, А. В. Рабочие лопатки и диски паровых турбин / А. В. Левин. – М.: Госэнергоиздат, 1963. – 624 с.
3. Gamer U. Tresca's yield condition and the rotating disk. Transactions ASME: Journal of Applied Mechanics. – 1983. – 50. – P. 676-678.
4. Eraslan A. N. Stress distributions in elastic-plastic rotating disks with elliptical thickness profiles using Tresca and von Mises criteria // Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik. – 2005. – 85. – P. 252-266.
5. You L. H., Zhang J. J. Elastic-plastic stresses in a rotating solid disk // International Journal of Mechanical Sciences. – 1999. – 41. – P. 269-282.
6. You L. H., Tang Y. Y., Zhang J. J., Zheng, C. Y. Numerical analysis of elastic-plastic rotating disks with arbitrary variable thickness and density // International Journal of Solids and Structures. – 2000. – 37. – P. 7809-7820.
7. Aleksandrova N. Application of Mises yield criterion to rotating solid disk problem // Int. J. Eng. Sci. – 2012. – V. 51. – P. 333-337.
8. Eraslan A. N., Akis T. On the plane strain and plane stress solutions of functionally graded rotating solid shaft and solid disk problems // Acta Mech. – 2006. – 181 (1). – P. 43-63.
9. Gamer U. Elastic-plastic deformation of the rotating solid disk // Ing.-Arch. – 1984. – V. 54. – P. 345-354.
10. Cai Q., Pang M., Zhang Y.-Q., Liu X. Elastic-plastic stress distribution of rotating annular disc based on twin-shear stress yield criterion // Zhejiang Daxue Xuebao (Gongxue Ban) / J. Zhejiang Univ.(Engng. Sci.). – 2008. – Vol. 42. – No. 9. – P. 1540-1544.
11. Rees D. W. A. Elastic-plastic stresses in rotating discs by von Mises and Tresca // ZAMM – J. Appl. Math. Mech. – 1999. – V. 79. No 4. – P. 281-288.
12. Guven U. Elastic-plastic stress distribution in the rotating annular disk with variable thickness // Archive of Applied Mechanics. – 1991. – № 8 (61). – P. 548-554.
13. Dai T., Dai H.-L. Thermo-elastic analysis of a functionally graded rotating hollow circular disk with variable thickness and angular speed // Appl. Math. Modell. – 2016. – V. 40, No 17-18. – P. 7689-7707.
14. Zheng Y., Bahaloo H., Mousanezhad D., Vaziri A., Nayeb-Hashemi H. Displacement and stress fields in a functionally graded fiber-reinforced rotating disk with nonuniform thickness and variable angular velocity // J. Eng. Mater. Technol. – 2017. – V. 139, No 3. – Art. 031010, P. 1-10.
15. Бегун, А. С. Деформирование вязкоупругого диска, вращающегося с ускорением / А. С. Бегун, Л. В. Ковтанюк // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И. Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. – 2020. – № 3. – С. 143-151.
16. Прокудин, А. Н. Кусочно-линейный потенциал ползучести в деформациях ползучести быстровращающегося цилиндра / А. Н. Прокудин, Л. В. Ковтанюк, С. В. Фирсов // Учёные записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. Науки о природе и технике. – 2018. – № III-1 (35). – С. 101-108.



Ткачева А. В.
A. V. Tkacheva

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГОРЯЧЕЙ ПОСАДКИ МУФТЫ НА ВАЛ

MATHEMATICAL MODELING OF HOT FIT COUPLING ON A SHAFT

Ткачева Анастасия Валерьевна – кандидат физико-математических наук, научный сотрудник Института машиноведения и металлургии Дальневосточного отделения Российской академии наук (Россия, Комсомольск-на-Амуре). E-mail: 4nansi4@mail.ru.

Anastasiya V. Tkacheva – PhD in Physics and Mathematics, Researcher, Institute of Machinery and Metallurgy, Far-Eastern Branch of Russian Academy of Sciences (Russia, Komsomolsk-on-Amur). E-mail: 4nansi4@mail.ru.

Аннотация. Работа посвящена задаче горячей посадки муфты на вал. В ней рассматриваются два решения, полученных для случаев плоского деформирования, обобщённого плоского деформирования. Материал сборки принимается упругопластическим. За основу взята модель Прандтля – Рейса, в которой закон Гука заменён законом Дюамеля – Неймана, а в условии пластического течения Мизеса предел текучести зависит от температуры. Приводится сравнение контактного напряжения, образуемого между деталями сборки в зависимости от случая деформирования.

Summary. The work is devoted to the problem of hot fit of the coupling on the shaft. It considers two solutions obtained for the cases: plane deformation and generalized plane deformation. The assembly material is assumed to be elastoplastic. The Prandtl-Reiss model is taken as a basis, where Hooke's law is replaced by the Duhamel-Neumann law, and in the condition of Mises plastic flow, the yield strength depends on temperature. A comparison is made of the contact stress formed between the parts of the assembly, depending on the case of deformation.

Ключевые слова: упругость, пластичность, температурные напряжения, плоское деформированное состояние, обобщённо деформированное состояние, остаточные напряжения.

Key words: elasticity, plasticity, temperature stress, planar stressed state, residual stress.

УДК 539.374

Работа выполнена при поддержке гранта Российского фонда фундаментальных исследований № 20-01-00147.

Введение. На сегодняшний день в промышленности широкое распространение получил способ горячей посадки, который применим в основном на цилиндрические соединения. С помощью горячей посадки соединяют колёса поездов [1], биметаллические монеты [2], подшипники, составные трубы, муфты и валы, турбины на электростанциях и многое другое.

Из-за широкого распространения метода горячей посадки многие современные научные сообщества по всему миру исследуют как сам способ (в работе описана многослойная горячая посадка [3]), так и механические свойства соединения, полученного способом горячей посадки. Кажется бы, изучать уже нечего, но это не так. За последние лет десять выпущено большое количество научных работ, в которых подробно описывают механические свойства сборных соединений различной конфигурации.

В работах [4–9] сборное соединение проверяется на кручение, а в работах [10–12] – на скручивание вала относительно муфты. Исследования на усталостность при многоциклическом нагружении приведены в работах [13; 14], в результате авторы установили, что составное соединение более прочное, чем монолитное. Также проводились исследования осевой силы на соединении муфты и вала [15]. С помощью различных программных комплексов проводятся исследования многочисленных видов цилиндрических соединений, полученных горячей посадкой [16–28]. О проведённых исследованиях можно писать долго, и они достаточно интересные, но перейдём к сути настоящей работы.

Настоящее исследование посвящено горячей посадке муфты на вал для случаев плоского деформированного и обобщённого плоского деформированного состояния с целью нахождения характера напряжённого состояния и уровня натяга.

Основные модельные зависимости. Деформацию считаем малой d_{ij} , складываемой из обратимой e_{ij} и необратимой p_{ij} :

$$d_{ij} = e_{ij} + p_{ij} = 0,5(u_{i,j} + u_{j,i}), \quad (1)$$

где u_i – компоненты вектора перемещений.

Температурные напряжения и упругую деформацию связывает зависимость Дюамеля – Неймана [29]:

$$\sigma_{ij} = (\lambda e_{kk} - 3\alpha K\theta)\delta_{ij} + 2\mu e_{ij}, \quad \theta = T - T_0, \quad (2)$$

где σ_{ij} , e_{ij} – соответственно компоненты тензоров напряжений и обратимых (упругих) деформаций; λ , μ , $K = \left(\lambda + \frac{2}{3}\mu\right)$ – упругие постоянные; α – коэффициент линейного расширения изотропного материала сборки. В формуле (2) использована прямоугольная система декартовых координат и правило суммирования по повторяющемуся индексу, δ_{ij} – компоненты единичного тензора (символа Кронекера).

Пластические деформации накапливаются в материале только при напряжениях, удовлетворяющих условию текучести $f(\sigma_{ij}) = 0$. В принимаемых далее условиях принципа максимума Мизеса уравнение поверхности $f(\sigma_{ij}) = 0$ в пространстве напряжений играет роль пластического потенциала со следованием ассоциированному закону пластического течения:

$$dp_{ij} = d\lambda \frac{\partial f(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}}, \quad d\lambda > 0. \quad (3)$$

В качестве поверхности нагружения далее используется призма Мизеса:

$$(\tau - \eta \varepsilon^p) \cdot (\tau - \eta \varepsilon^p) = 2k^2, \quad (4)$$

где $k = k(\theta)$ – предел текучести материала; η – коэффициент вязкости в условиях вязкопластического течения. Далее для предела текучести принимаем простейшую его зависимость от температуры:

$$k(r, t) = k(\theta(r, t)) = k_0 (T_p - T_0)^{-1} (T_p - T(r, t)),$$

где k_0 – предел текучести материала при комнатной температуре T_0 ; T_p – температура плавления материала.

Вместе с уравнением равновесия формулы (1) – (4) составляют замкнутую систему уравнений для вычисления температурных напряжений по известному распределению температуры.

Постановка задачи. Для того чтобы внутренний радиус муфты соответствовал внешнему радиусу вала R_1 , её разогревают до температуры $T_0^{<2>}$ и производят посадку (см. рис. 1). После остывания соединения до комнатной температуры $T_0^{<1>}$, при которой до посадки находилась муфта, получается неразъёмное соединение. Задача состоит в нахождении остаточных напряжений в материале сборки, а именно значения стягивающего контактного напряжения на сопрягающей поверхности R_1 . Вследствие того, что сборка достаточно длинная и торцевые поверхности не влияют на теплоотвод, распределение температуры задаётся одномерным уравнением теплопроводности в цилиндрической системе координат (x, y, z) , начало которой определим в центре сборки.

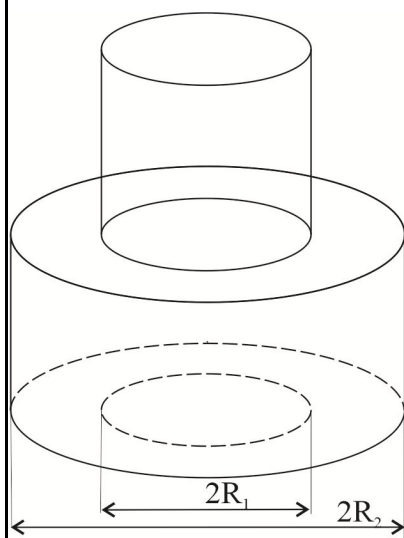


Рис. 1. Схема

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\chi}{\rho c} \left(\frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \right) \right), \quad (5)$$

где $T(r, t)$ – температура; t – время; χ – коэффициент теплопроводности; ρ – плотность; c – удельная теплоёмкость.

Уравнение (5) дополняют граничные и начальные условия:
 $t = 0, T_1(r, 0) = T_0^{<1>}$ для $0 \leq r \leq R_1$, $T_2(r, 0) = T_0^{<2>}$ для $0 \leq r \leq R_1$,

$$t > 0 \quad \left. \frac{\partial T_1}{\partial r} \right|_{r=0} = 0; \quad \lambda_1 \left. \frac{\partial T_1}{\partial r} \right|_{R_1} = \lambda_2 \left. \frac{\partial T_2}{\partial r} \right|_{R_1},$$

$$T_1(R_1, t) = T_2(R_1, t), \quad \chi_2 \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{R_2} = kof(T_2 - T^e),$$

где T_1 – температура вала; T_2 – температура муфты; kof – коэффициент теплообмена материала муфты с окружающей средой; T^e – температура окружающей среды.

Напряжения вычисляются через распределения деформации и температуры зависимостями закона Дюамеля – Неймана (2). В цилиндрической системе координат они принимают вид

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}^{(v)} &= (\lambda_v + 2\mu_v) \left(\frac{\partial u_r^{(v)}}{\partial r} - p_r^{(v)} \right) + \lambda_v \left(\frac{u_r^{(v)}}{r} + d_z^{(v)} - p_z^{(v)} - p_\phi^{(v)} \right) - 3K_v \alpha_v (T - T_0^{(v)}); \\ \sigma_{\phi\phi}^{(v)} &= (\lambda_v + 2\mu_v) \left(\frac{u_r^{(v)}}{r} - p_\phi^{(v)} \right) + \lambda_v \left(\frac{\partial u_r^{(v)}}{\partial r} + d_z^{(v)} - p_r^{(v)} - p_z^{(v)} \right) - 3K_v \alpha_v (T - T_0^{(v)}); \\ \sigma_{zz}^{(v)} &= (\lambda_v + 2\mu_v) (d_z^{(v)} - p_z^{(v)}) + \lambda_v \left(\frac{\partial u_r^{(v)}}{\partial r} + \frac{u_r^{(v)}}{r} - p_r^{(v)} - p_\phi^{(v)} \right) - 3K_v \alpha_v (T - T_0^{(v)}), \end{aligned} \quad (6)$$

где индекс v означает номер детали сборки (1 – вал, 2 – муфта).

Вначале посадки необратимые деформации отсутствуют, поэтому в (6) их следует положить нулевыми. Они начинают развиваться только при выполнении условия Мизеса:

$$(\sigma_{rr}^{(v)} - \sigma_{\phi\phi}^{(v)})^2 + (\sigma_{\phi\phi}^{(v)} - \sigma_{zz}^{(v)})^2 + (\sigma_{zz}^{(v)} - \sigma_{rr}^{(v)})^2 = \frac{8}{3} k^2. \quad (7)$$

Соотношение (7) служит начальным условием для дальнейшего роста пластических деформаций в развивающейся области пластического течения. В данной области вязкопластического течения из (4) следуют зависимости, задающие скорости пластических деформаций ε_v^p :

$$\varepsilon_v^p = \frac{1}{\eta} \frac{\sum_v - k_v}{\sum_v} \tau^{(v)}; \quad d\lambda = \frac{1}{\eta} \left(\frac{\sum_v}{k_v} - 1 \right);$$

$$\sum_v^2 = \frac{3}{2} \left((\sigma_{rr}^{(v)} - \sigma_{\phi\phi}^{(v)})^2 + (\sigma_{\phi\phi}^{(v)} - \sigma_{zz}^{(v)})^2 + (\sigma_{zz}^{(v)} - \sigma_{rr}^{(v)})^2 \right).$$

Если считать, что в некоторый текущий момент времени пластические деформации достигли уровня $\tilde{p}_{rr}^{(v)}$, $\tilde{p}_{\phi\phi}^{(v)}$ и $\tilde{p}_{zz}^{(v)}$, то для их расчёта на последующем временном шаге можно использовать зависимости, следующие из ассоциированного закона пластического течения:

$$\begin{aligned}
p_{rr}^{(v)} &= (2\sigma_{rr}^{(v)} - \sigma_{\phi\phi}^{(v)} - \sigma_{zz}^{(v)})d\lambda\Delta t + \tilde{p}_{rr}^{(v)}; \\
p_{\phi\phi}^{(v)} &= (2\sigma_{\phi\phi}^{(v)} - \sigma_{rr}^{(v)} - \sigma_{zz}^{(v)})d\lambda\Delta t + \tilde{p}_{\phi\phi}^{(v)}; \\
p_{zz}^{(v)} &= (2\sigma_{zz}^{(v)} - \sigma_{\phi\phi}^{(v)} - \sigma_{rr}^{(v)})d\lambda\Delta t + \tilde{p}_{zz}^{(v)},
\end{aligned} \tag{8}$$

где Δt – шаг по времени, $d\lambda > 0$.

Для случая плоского деформирования. Как известно, плоское деформированное состояние осуществимо в случае, когда исследователь предполагает, что торцы не влияют на напряжённое состояние сборки. При этом говорят, что сборка достаточна длинная, т. е. длина её должна превышать раз в шесть диаметр, тогда будет осуществим принцип Сен-Венана. Для такой постановки задачи горячей посадки муфты на вал имеются аналитические решения, которые выполнены благодаря использованию кусочно-линейных пластических потенциалов (условие Треска – Сен-Венана и условие Ишлинского – Ивлева) [30].

В случае плоского деформирования задача горячей посадки сводится к одномерной задаче, переменные которой зависят от одной пространственной координаты r , таким образом, $d_{zz} = 0$ и $d_{zr} = 0$ соответственно отсутствуют. Уравнение равновесия запишем

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\phi\phi}}{r} = 0. \tag{9}$$

Решение уравнения (9) относительно перемещения u_{rr} запишем

$$\begin{aligned}
u_r^{(v)}(r) &= 0,5rC_1^{(v)} + r^{-1}C_2^{(v)} + \left(\lambda_v r^{-1} \int_b^r \rho p_z(\rho) d\rho + \mu r \int_b^r \frac{(p_r(\rho) - p_\phi(\rho))}{\rho} d\rho \right) w_v^{-1} + \\
&+ \left(q_v \int_b^r \rho (p_r(\rho) + p_\phi(\rho)) d\rho + 3K_v \alpha_v \int_b^r \rho (T_v(\rho) - T_0^{<v>}) d\rho \right) r^{-1} w_v^{-1}; \\
q_v &= (\lambda_v + \mu_v); \quad w_v = \lambda_v + 2\mu_v,
\end{aligned} \tag{10}$$

где $C_1^{(v)}$ и $C_2^{(v)}$ – коэффициенты интегрирования; v – область, для вала $v=1$, для муфты $v=2$; b – нижняя граница интегрирования, для вала $b=0$, для муфты $b=R_1$.

Необратимая деформация $p_{rr}^{(v)}$, $p_{\phi\phi}^{(v)}$ и $p_{zz}^{(v)}$ в начальный момент в материале сборки отсутствует, далее будет накапливаться в случае выполнения условия пластического течения Мизеса (7).

Подставляя (10) в (6), с учётом $d_{zz} = 0$ получим соотношения для нахождения напряжений:

$$\begin{aligned}
\sigma_{rr}^{(v)}(r) &= C_1^{(v)} q_v - C_2^{(v)} \frac{2\mu_v}{r^2} - \frac{6K_v \mu_v \alpha_v}{r^2 w_v} \int_0^r \rho (T_v - T_0^{<v>}) d\rho + \frac{2\mu_v q_v}{w_v} \int_0^r \frac{p_r(\rho) - p_\phi(\rho)}{\rho} d\rho - \\
&- \frac{2}{r^2 w_v} \left(\lambda_v \mu_v \int_0^r \rho p_z(\rho) d\rho + q_v \mu_v \int_0^r \rho (p_r(\rho) + p_\phi(\rho)) d\rho \right); \\
\sigma_{\phi\phi}^{(v)}(r) &= C_1^{(v)} q_v + C_2^{(v)} \frac{2\mu_v}{r^2} + \frac{2}{r^2 w_v} \left(q_v \mu_v \int_b^r \rho (p_r(\rho) + p_\phi(\rho)) d\rho + \lambda_v \mu_v \int_b^r \rho p_z(\rho) d\rho \right) - p_\phi(r) \left(\frac{4\mu_v q_v}{w_v} \right) + \\
&+ \frac{6K_v \mu_v \alpha_v}{w_v} \left(\frac{1}{r^2} \int_b^r \rho (T_v(\rho) - T_0^{<v>}) d\rho - (T_v(r) - T_0^{<v>}) \right) + \frac{2\mu_v q_v}{w_v} \int_b^r \frac{p_r(\rho) - p_\phi(\rho)}{\rho} d\rho - p_z(r) \left(\frac{2\mu_v \lambda_v}{w_v} \right); \\
\sigma_{zz}^{(v)}(r) &= \lambda_v C_1^{(v)} - \frac{6K_v \mu_v \alpha_v}{w_v} (T_v(r) - T_0^{<v>}) - p_z(r) \left(\frac{4\mu_v q_v}{w_v} \right) - p_\phi(r) \left(\frac{2\mu_v \lambda_v}{w_v} \right) + \frac{2\mu_v \lambda_v}{w_v} \int_b^r \frac{p_r(\rho) - p_\phi(\rho)}{\rho} d\rho.
\end{aligned} \tag{11}$$

Коэффициенты интегрирования $C_1^{(1)}$, $C_2^{(1)}$, $C_1^{(2)}$, $C_2^{(2)}$ находятся из граничных условий

$$u_{rr}^{(1)}|_{r=R_2} = 0; \quad \sigma_{rr}^{(2)}|_{r=R_2} = 0; \quad \sigma_{rr}^{(1)}|_{r=R_1} = \sigma_{rr}^{(2)}|_{r=R_1}; \quad u_r^{(1)}|_{r=R_1} = u_r^{(2)}|_{r=R_1}. \quad (12)$$

Для решения задачи горячей посадки в случае плоского деформирования перемещения и напряжения находятся из соотношений (10), (11) с учётом (12). Необратимая деформация находится из (8).

Для случая обобщённого плоского деформирования. Обобщённое плоское деформирование отличается от плоского деформирования тем, что вводится дополнительное условие, моделирующее свободную торцевую поверхность:

$$\int_b^g \rho \sigma_{zz}(\rho) d\rho = 0, \quad (13)$$

где g , b – соответственно верхняя и нижняя границы интегрирования, для вала $g = R_1$, $b = 0$, для муфты $g = R_2$, $b = R_1$.

Теперь $d_{zz} = \text{const}$, которая на каждом временном шаге находится из (13). Поскольку $d_{zz} = \text{const}$, то на решения уравнения равновесия (9) она не влияет, поэтому решение (10) справедливо и для случая обобщённого плоского деформирования. Деформация находится из интегрирования (13):

$$\begin{aligned} d_{zz}^{(v)} = & -C_1^{(v)} w_v^{-1} + 2\lambda_v \mu_v \left(\int_b^g \rho (p_\phi(\rho) + p_r(\rho)) d\rho + r^2 \int_b^g \rho^{-1} (p_\phi(\rho) - p_r(\rho)) d\rho \right) s_v^{-1} w_v^{-2} + \\ & + \left(12\mu_v K_v \alpha_v \int_b^g \rho (T_v(\rho) - T_0^{<v>}) d\rho + 8\mu_v (\lambda_v + \mu_v) \int_b^g \rho p_z(\rho) d\rho \right) s_v^{-1} w_v^{-2}; \\ & s_v = (b^2 - g^2). \end{aligned} \quad (14)$$

Подставляя в (6) соотношения (14) и (10), находим соотношения для напряжений:

$$\begin{aligned} \sigma_{rr}^{(v)}(r) = & C_1^{(v)} \frac{3\mu_v K_v}{w_v} - C_2^{(v)} \frac{2\mu_v}{r^2} - \\ & - \frac{2\mu_v}{r^2 w_v} \left(\lambda_v \int_b^r \rho p_z(\rho) d\rho + q_v \int_b^r \rho (p_r(\rho) + p_\phi(\rho)) d\rho - r^2 q_v \int_b^r \frac{p_r(\rho) - p_\phi(\rho)}{\rho} d\rho \right) + \\ & + \frac{6K_v \mu_v \alpha_v}{w_v} \left(\frac{2\lambda_v}{s_v w_v} \int_b^g \rho (T_v(\rho) - T_0^{<v>}) d\rho - \frac{1}{r^2} \int_b^r \rho (T_v(\rho) - T_0^{<v>}) d\rho \right) + \\ & + \frac{2\mu_v \lambda_v^2}{s_v w_v^2} \left(\int_b^g \rho (p_r(\rho) + p_\phi(\rho)) d\rho \right) + \frac{2\mu_v \lambda_v q_v}{s_v w_v^2} \left(4q_v \int_b^g \rho p_z(\rho) d\rho + \lambda_v r_v^2 \left(\int_b^g \frac{p_\phi(\rho) - p_r(\rho)}{\rho} d\rho \right) \right); \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{\phi\phi}^{(v)}(r) = & C_1^{(v)} \frac{3\mu_v K_v}{w_v} + C_2^{(v)} \frac{2\mu_v}{r^2} - \frac{2\mu_v}{w_v} \left(2q_v p_\phi(r) + \lambda_v p_z(r) + q_v \int_b^r \frac{p_r(\rho) - p_\phi(\rho)}{\rho} d\rho \right) - \\
& - \frac{6K_v \mu_v \alpha_v}{w_v} \left((T_v(r) - T_0^{<v>}) + \frac{1}{r^2} \int_b^r \rho (T_v(\rho) - T_0^{<v>}) d\rho + \frac{2\lambda_v}{s_v w_v} \int_b^g \rho (T_v(\rho) - T_0^{<v>}) d\rho \right) + \\
& + \frac{2\mu_v}{r^2 w_v} \left(q_v \int_b^r \rho (p_r(\rho) + p_\phi(\rho)) d\rho + \lambda_v \int_b^r \rho p_z(\rho) d\rho \right) + \frac{8\mu_v \lambda_v q_v}{s_v w_v^2} \int_b^g \rho p_z(\rho) d\rho + \\
& + \frac{2\mu_v \lambda_v^2}{s w_v^2} \left(\int_b^g \rho (p_r(\rho) + p_\phi(\rho)) d\rho \right) + \frac{2\mu_v \lambda_v^2 r^2}{s w_v^2} \left(\int_b^g \frac{p_\phi(\rho) - p_r(\rho)}{\rho} d\rho \right); \\
\sigma_{zz}^{(v)}(r) = & - \left(\frac{2\mu_v}{w_v} \right) \left(2q_v p_z(r) + \lambda_v p_\phi(r) - \lambda_v \int_b^r \frac{(p_r(\rho) - p_\phi(\rho))}{\rho} d\rho - \frac{4q_v}{s_v} \int_b^g \rho p_z(\rho) d\rho \right) + \\
& + \frac{2\mu_v \lambda_v}{s_v w_v} \left(\int_b^g \rho (p_r(\rho) + p_\phi(\rho)) d\rho + r^2 \int_b^g \frac{p_\phi(\rho) - p_r(\rho)}{\rho} d\rho \right) + \\
& + \frac{6\mu_v K_v \alpha_v}{w_v} \left(\frac{2}{s_v} \int_b^g \rho (T_v(\rho) - T_0^{<v>}) d\rho - (T_v(r) - T_0^{<v>}) \right).
\end{aligned}$$

Для решения задачи горячей посадки в случае обобщённого плоского деформирования перемещения и напряжения находятся из соотношений (10), (15) с учётом (12). Необратимые деформации, как и ранее, находятся из (8). Для проверки решения можно использовать следствие из ассоциированного закона пластического течения $p_z + p_r + p_\phi = 0$.

Решение. Рассмотрим соединение дюралюминиевой муфты (Д16т) и стального вала (Ст45). Физико-механические свойства Ст45: плотность 7814 кг/м^3 , теплопроводность $67,8 \text{ Вт/(м·К)}$, удельная теплоёмкость 500 Дж/(кг·К) , коэффициент теплоотдачи от нагретого материала в окружающей среде $7,6 \text{ Вт/(м·К)}$, коэффициент линейного расширения $11,1 \cdot 10^{-6}$, предел текучести при комнатной температуре $360,0 \text{ МПа}$, температура плавления 1400 °С , модуль Юнга $210,0 \text{ ГПа}$, коэффициент Пуассона $0,27$.

Физико-механические свойства Д16т: плотность 2800 кг/м^3 , теплопроводность $130,0 \text{ Вт/(м·К)}$, удельная теплоёмкость 922 Дж/(кг·К) , коэффициент теплоотдачи от нагретого материала в окружающей среде 10 Вт/(м·К) , коэффициент линейного расширения $22,9 \cdot 10^{-6}$, предел текучести при комнатной температуре $255,0 \text{ МПа}$, температура плавления 660 °С , модуль Юнга $72,0 \text{ ГПа}$, коэффициент Пуассона $0,3$. В момент посадки полагаем, что внутренний радиус вала и внешний радиус муфты равны $R_1 = 0,06 \text{ м}$, а внешний радиус муфты $R_1 = 0,1 \text{ м}$. При этом температуру нагрева муфты принимаем равной $T_0^{<2>} = 400 \text{ °С}$.

Для случая плоского деформирования горячей посадки и для случая обобщённого плоского деформирования распределение остаточных напряжений приведено на рис. 2. Расчётное контактное напряжение $\sigma_{rr}(R_1)$ больше для случая плоского деформирования практически в полтора раза, чем для случая обобщённого плоского деформирования.

В работе [30] приведено решение поставленной выше задачи только при условии плоско-деформированного состояния. Приводится сравнение остаточных напряжений, полученных с использованием кусочно-линейных условий пластического течения Треска и Ишлинского – Ивлева. Сравнивая ранее полученные результаты для плоско-деформированного состояния с описанными результатами в настоящей работе, можно сделать вывод, что для плоского деформированного состояния на контактной поверхности $r = R_1$, со стороны муфты напряжение σ_{zz} растягивающее

«+», а для обобщённого плоского деформированного состояния – сжимающее «-». Это можно объяснить тем, что при остывании внешняя деталь сборки уменьшается в размерах и по длине.

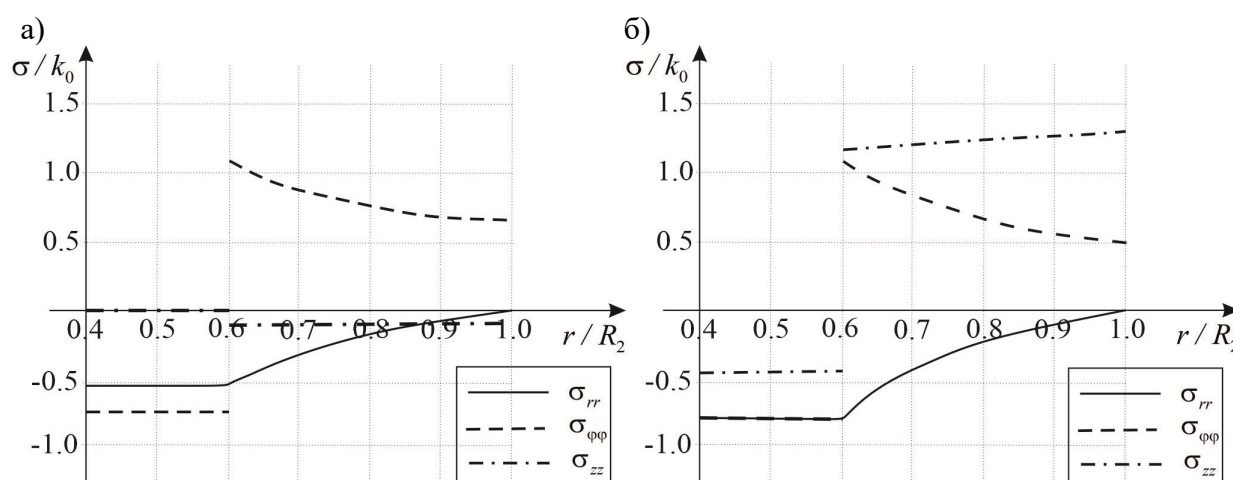


Рис. 2. Распределение остаточных напряжений в материале сборки: а – для обобщённого плоского деформированного состояния; б – для плоского деформированного состояния

Заключение. В работе приведено решение задачи температурных напряжений горячей посадки муфты на вал для условий плоского деформирования и обобщённого плоского деформирования. Рассчитанное контактное напряжение на сопрягаемой поверхности для условия плоского деформирования сборки оказалось в два раза выше, чем рассчитанное в рамках обобщённой плоской деформации. Это связано с тем, что в условиях обобщённого плоского деформирования учитывается влияние, оказываемое со стороны свободных торцевых поверхностей, поэтому в зависимости от длины сборки следует выбрать численную модель горячей посадки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Mehmet Emin Akay, Anil Ridvanogullari Optimisation of machining parameters of train wheel for shrink-fit application by considering surface roughness and chip morphology parameters Engineering Science and Technology. International Journal, 2020. 23. – P. 1194-1207. <https://doi.org/10.1016/j.jestch.2020.06.013>.
2. Scott Olsen, Vladimir Luzin Stress Analysis of the Bi-Metallic Coins – a Potential Shrink Fit Ring & Plug Standard. Materials Research Proceedings, 2016. 2. P. 31-36. <http://dx.doi.org/10.21741/9781945291173-6>.
3. Jun Qiu, Ming Zhou Analytical Solution for Interference Fit for Multi-Layer Thick-Walled Cylinders and the Application in Crankshaft Bearing Design, Appl. Sci. 2016. 6. P. 167; <https://doi.org/10.3390/app6060167>.
4. Roman Krol Zbigniew Siemiątkowski The analysis of shrink-fit connection – the methods of heating and the factors influencing the distribution of residual stresses, Heliyon 2019. 5. e02839. <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2019.e02839>.
5. J. P. Lopes, D. A. Hills The axisymmetric shrink fit problem subjected to torsion, International Journal of Engineering Science, 2020. 150. – 103259 <https://doi.org/10.1016/j.ijengsci.2020.103259>.
6. N. Antoni Contact separation and failure analysis of a rotating thermo-elastoplastic shrink-fit assembly Applied Mathematical Modelling, 2013. 37. P. 2352-2363. <http://dx.doi.org/10.1016/j.apm.2012.05.018>.
7. Werner Mack, Manfred Ploch Transient heating of a rotating elastic-plastic shrink, International Journal of Engineering Science, 2000. 38 P. 921-938. [https://doi.org/10.1016/S0020-7225\(99\)00064-6](https://doi.org/10.1016/S0020-7225(99)00064-6).
8. Eray Arslan, Werner Mack Shrink fit with solid inclusion and functionally graded hub, Composite Structures, 2015. 121. – P. 217-224. <http://dx.doi.org/10.1016/j.compstruct.2014.10.034>.
9. E. Bertocchi, S. Mantovani, M. Ciavarella A simple method of analysis of partial slip in shrink-fitted shafts under torsion, International Journal of Mechanical Sciences, 2018. 142. – P. 541-546. <https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2018.05.027>.
10. A. Sackfield, J. R. Barber, D. A. Hills, C. E. Trumand, A shrink-fit shaft subject to torsion European, Journal of Mechanics Solids, 2002. 21 – P. 73-84.

11. Nao-Aki Noda, Dedi Suryadi, Seiichi Kumasaki, Yoshikazu Sano, Yasushi Takase Failure analysis for coming out of shaft from shrink-fitted ceramic sleeve, *Engineering Failure Analysis* 2015. 57. – P. 219-235. <http://dx.doi.org/10.1016/j.engfailanal.2015.07.016>.
12. Hiroshi Kawamura, Toshiyuki Sawab, Masahiro Yoneno, Takeshi Nakamura Effect of fitted position on stress distribution and strength of a bonded shrink fitted joint subjected to torsion, *International Journal of Adhesion & Adhesives*, 2003. 23. – P. 131-140. doi:10.1016/S0143-7496(03)00005-8.
13. S. M. Kamal and Uday Shanker Dixit Enhancement of Fatigue Life of Thick-Walled Cylinders Through Thermal Autofrettage Combined with Shrink-Fit, *Editors Strengthening and Joining by Plastic Deformation*, 2016. P. 1-31. <https://doi.org/10.1007/978-981-13-0378-4>.
14. B. Alfredsson Fretting fatigue of a shrink-fit pin subjected to rotating bending: Experiments and simulations, *International Journal of Fatigue*, 2009. 31. – P. 1559-1570.
15. J. P. Lopes, D. A. Hills, R. J. H. Paynter The axisymmetric shrink fit problem subjected to axial force, *European Journal of Mechanics A/Solids*, 2018. 70. – P. 172-180. <https://doi.org/10.1016/j.euromechsol.2018.02.007>.
16. Panuwat Soranansri, Surawut Yanil, Kumpanat Sirivedin Finite Element Modeling of Shrink-Fit Design for Improvement of Die-Service Life in Hot Forging Process of a Bevel Gear, *Materials Today: Proceedings*, 2019. 17. – P. 1711-1719.
17. Lothar Gaul, André Schmidt Finite element simulation and experiments on rotor damping assembled by disc shrink fits, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2019. 127. P. 412-422. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2018.11.021>.
18. Tony L. Schmitz, Kevin Powell, Dongki Won, G. Scott Duncan, W. Gregory Sawyer, John C. Ziegert Shrink fit tool holder connection stiffness/damping modeling for frequency response prediction in milling, *International Journal of Machine Tools & Manufacture*, 2007. 47. – P. 1368-1380. doi:10.1016/j.ijmachtools.2006.08.009.
19. H. Boutoutaou, M. Bouaziz, J. F. Fontaine Modeling of interference fits taking form defects of the surfaces in contact into account *Materials and Design*, 2011. 32. – P. 3692-3701. doi:10.1016/j.matdes.2011.03.059.
20. C. E. Truman, J. D. Booker Analysis of a shrink-fit failure on a gear hub/shaft assembly, *Engineering Failure Analysis*, 2007. 14. – P. 557-572. doi:10.1016/j.engfailanal.2006.03.008.
21. Adnan Ozel, S. Temiz, M. Demir Aydin, S. Sen Stress analysis of shrink-fitted joints for various fit forms via finite element method, *Materials and Design*, 2005. 26. P. 281-289. doi:10.1016/j.matdes.2004.06.014.
22. Ivo Doležel, Václav Kotlan, Bohuš Ulrych Design of joint between disk and shaft based on induction shrink fit, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 2014. 270. – P. 52-62. <http://dx.doi.org/10.1016/j.cam.2014.02.023>.
23. Ryszard Buczkowski, Michal Kleiber A study of the surface roughness in elasto-plastic shrink fitted joint, *Tribology International*, 2016. 98. P. 125-132. <http://dx.doi.org/10.1016/j.triboint.2016.02.021>.
24. M. Y. Sun, S. P. Lu, D. Z. Li, Y. Y. Li, X. G. Lang, S. Q. Wang Three-dimensional finite element method simulation and optimization of shrink fitting process for a large marine crankshaft, *Materials and Design*, 2010. 31. – P. 4155-4164. <http://doi:10.1016/j.matdes.2010.04.027>.
25. A. Rusin, G. Nowak, W. Piecha Shrink connection modelling of the steam turbine rotor *Engineering Failure Analysis*, 2013. 34. – P. 217-227. <http://dx.doi.org/10.1016/j.engfailanal.2013.08.002>.
26. S. Sen, B. Aksakal Stress analysis of interference fitted shaft-hub system under transient heat transfer conditions. *Materials and Design*, 2004. 25. – P. 407-417. <http://doi:10.1016/j.matdes.2003.11.009>.
27. N. Antoni, F. Gaisne Analytical modelling for static stress analysis of pin-loaded lugs with bush fitting, *Applied Mathematical Modelling*, 2011. 35. P. 1-21. <http://doi:10.1016/j.apm.2010.05.002>.
28. H. C. Lee, M. A. Saroosh, J. H. Song, Y. T. Ima, The effect of shrink fitting ratios on tool life in bolt forming processes, *Journal of materials processing technology*, 2009. 209. – P. 3766-3775. <http://doi:10.1016/j.jmatprotec.2008.08.032>.
29. Боли, Б. Теория температурных напряжений / Б. Боли, Дж. Уэйнер. – М.: Мир, 1964. – 512 с.
30. Буренин, А. А. К расчёту неустановившихся температурных напряжений в упругопластических телах / А. А. Буренин, А. В. Ткачева, Г. А. Щербатюк // *Вычислительная механика сплошных сред*. – 2017. – Т. 10. – № 3. – С. 245-259.



Богословский А. В., Разиньков С. Н., Сёмка Э. В.

A. V. Bogoslovsky, S. N. Razinkov, E. V. Syomka

АНАЛИЗ ДЕФОРМАЦИЙ БЕСПИЛОТНОГО СВОБОДНОНЕСУЩЕГО ВЫСОКОПЛАНА С РАДИОПОГЛОЩАЮЩИМ ПОКРЫТИЕМ

DEFORMATION ANALYSIS OF AN UNMANNED FREE-FLOATING HIGH-PLANE WITH RADIO ABSORPTION COATING

Богословский Андрей Вячеславович – кандидат технических наук, заместитель начальника кафедры радиоэлектроники Военного учебно-научного центра военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина» (Россия, Воронеж). E-mail: bogosandrej@yandex.ru.

Andrey V. Bogoslovsky – PhD in Engineering, Deputy Head of the Department of Radio Electronics, Military Educational and Scientific Center of the Air Force «Air Force Academy named after Professor N. E. Zhukovsky and Yu. A. Gagarin» (Russia, Voronezh). E-mail: bogosandrej@yandex.ru.

Разиньков Сергей Николаевич – доктор физико-математических наук, доцент Военного учебно-научного центра военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина» (Россия, Воронеж). E-mail: razinkovsergey@rambler.ru.

Sergey N. Razinkov – Doctor of Physics and Mathematics, Associate Professor, Military Educational and Scientific Center of the Air Force «Air Force Academy named after Professor N. E. Zhukovsky and Yu. A. Gagarin» (Russia, Voronezh). E-mail: razinkovsergey@rambler.ru.

Сёмка Элеонора Викторовна – кандидат физико-математических наук, преподаватель кафедры радиоэлектроники Военного учебно-научного центра военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина» (Россия, Воронеж). E-mail: semka_elya@mail.ru.

Eleonora V. Syomka – PhD in Physics and Mathematics, Lecturer, Radio Electronics Department, Military Educational and Scientific Center of the Air Force «Air Force Academy named after Professor N. E. Zhukovsky and Yu. A. Gagarin» (Russia, Voronezh). E-mail: semka_elya@mail.ru.

Аннотация. В работе проведён анализ деформаций беспилотного свободносущего высокоплана «Орлан-10» с радиопоглощающим покрытием для обеспечения скрытности применения. Исследованы деформации корпуса БЛА, возникающие в полёте в результате локального внутреннего нагрева от силовой установки и изменений внешнего давления при изменении высоты. С использованием компьютерной программы электродинамического моделирования CST MWS установлены возможности уменьшения вторичного электромагнитного излучения объекта за счёт применения радиопоглощающего покрытия.

Summary. The paper analyzes the deformations of the unmanned free-borne high-flying Orlan-10 aircraft with radio absorption coating to ensure stealth of application. The deformations of the UAV hull arising in flight as a result of local internal heating from the power plant and changes in external pressure during altitude changes have been investigated. Using the CST MWS electrodynamic simulation computer program, the possibilities of reducing the secondary electromagnetic radiation of the object due to the radio-absorbing coating were established.

Ключевые слова: анализ деформаций, радиопоглощающее покрытие, локальный внутренний нагрев, электродинамическое моделирование.

Key words: deformation analysis, radio-absorbing coating, local internal heating, electrodynamic modeling.

УДК 629.062

Современный этап развития технологий мониторинга обстановки характеризуется масштабным применением радиотехнических комплексов на беспилотных летательных аппаратах (БЛА) самолётного типа. За счёт подъёма измерительно-регистрирующей аппаратуры, размещаемой на воздушных носителях, над подстилающей поверхностью достигается значительная дальность прямой видимости радиоизлучающих объектов, определяющая широкий охват зоны контроля, и реализуют-

ся функции мониторинга в регионах со сложным профилем рельефа местности, где затруднено применение наземных средств. Мобильность БЛА позволяет оперативно переносить усилия по добычанию данных об обстановке с сосредоточением усилий в определённых районах [1].

Для скрытного применения радиотехнических комплексов в зонах конфликта со средствами их дистанционного обнаружения предъявляются повышенные требования к лётно-техническим характеристикам [1; 2] и радиолокационной заметности БЛА [3; 4].

В интересах уменьшения фоновой контрастности воздушные объекты исполняются из композитных материалов и покрываются радиопоглощающими оболочками [3], что обуславливает снижение степени жёсткости конструкции и способствует усилению влияния упругих деформаций на характеристики устойчивости-управляемости в процессе полёта. Поэтому вследствие совместной оптимизации аэродинамических и радиолокационных сигнатур [5] при компромиссных конструктивно-технических решениях обеспечивается наращивание функциональных возможностей БЛА по сравнению с вариантами выбора показателей устойчивости-управляемости [6; 7] и радиолокационной заметности [3] по независимым критериям.

В предлагаемой работе с использованием математической модели упругих деформаций планера с упругопластическим покрытием, подверженным неравномерному нагреву от силовой установки, и компьютерной программы электродинамического моделирования CST MWS – Computer Simulation Technology Microwave Studio [8; 9] – проведён анализ аэродинамической и радиолокационной сигнатур беспилотного свободнотнесущего высокоплана «Орлан-10».

Внешний вид исследуемого образца представлен на рис. 1. Силовая установка БЛА представляет собой поршневой одноцилиндровый 4-тактный бензиновый форсированный двигатель внутреннего сгорания Saito FG-40 мощностью до 4 л. с. (3 кВт) с воздушным охлаждением и двухлопастным винтом, расположенным в носовой части фюзеляжа. Поверхность планера покрыта полимерным композитным материалом на основе полипиррола, способным поглощать электромагнитное излучение в широком диапазоне частот [3].



Рис. 1. Внешний вид БЛА «Орлан-10»

Согласно [6, 10], для нахождения аэродинамической сигнатуры воздушного судна, построенного по нормальной аэродинамической схеме [2, 11], как правило, используется балочная модель [10], в соответствии с которой фюзеляж, крыло, хвостовое оперение и другие элементы конструкции заменяются жёсткими балками с взаимными связями, устанавливаемыми через аэродинамические коэффициенты [10, 11]. При выбранной схематизации объект рассматривается как твёрдое тело, не подверженное статическим деформациям в процессе полёта. Показатели упругости приводов управления, их креплений к планеру и проводки от силовых приводов к органам управления моделируются пружинами с эквивалентными коэффициентами жёсткости.

При полёте в атмосфере на поверхности воздушного судна формируется распределённое поле аэродинамических сил с постоянным компонентом, порождающим статические деформации планера в виде изгиба и кручения, и переменной составляющей, определяющей изменения законов управления при дестабилизирующих внешних воздействиях. К числу типовых упругих деформаций свободнонесущего высокоплана относятся изгиб фюзеляжа, закрутка крыла и оперения, деформация механических элементов проводки в системе управления. Аэродинамические силы, действующие на воздушное судно, и моменты сил, создаваемые при отклонении от балансировочного положения, пропорциональны скорости поступательного движения центра масс во второй степени, а показатели жёсткости конструкции практически неизменны в диапазоне скоростей, развиваемых в процессе полёта. Поэтому уровни упругих деформаций возрастают с увеличением скорости по нелинейному закону [10]. Их усиление возможно вследствие работы силовой установки; нагрев фюзеляжа двигателем внутреннего сгорания с воздушным охлаждением приводит к перепаду температур внутри и на поверхности летательного аппарата более 200 °С на высоте полёта с максимальной путевой скоростью.

Переменная составляющая поля аэродинамических сил, возникающая за счёт внешних воздействий, порождает упругие деформации элементов конструкции планера, приводящие к изменениям угла атаки воздушного судна [2, 10]. Аэроупругие колебания вызывают изменения частотных характеристик [10] и, несмотря на меньшую степень проявления по сравнению со статическими деформациями, оказывают значительное влияние на динамику полёта [6]. При продольном движении наиболее эффективно возбуждаются колебания фюзеляжа в вертикальной плоскости, которые, в свою очередь, порождают изгибные и крутильные колебания крыла [10, 11].

Модель упругих деформаций базируется на представлении планеров массивом дискретных панелей, для которых выполняется расчёт поверхностных аэродинамических сил на основе численного решения уравнений аэродинамики. Интегральное распределение аэродинамических сил находится путём сшивания их представлений на границах зон локализации [10].

Для определения векторов напряжений и деформаций тонкого упругопластического покрытия БЛА в области нагрева от силовой установки с воздушным охлаждением выполнялась аппроксимация фюзеляжа цилиндрической поверхностью с регулярным радиусом поперечного сечения a и образующей конечной длины. Радиус цилиндра с радиопоглощающим покрытием обозначим b , учитывая, что $a < b$, а длина образующей цилиндра значительно превышает внешний радиус радиопоглощающей оболочки.

Будем полагать, что продольная строительная ось БЛА совмещена с осью Oz цилиндрической системы координат (r, θ, z) , а температурное поле в области $0 \leq \rho \leq a$, где приложено внешнее силовое воздействие, является однородным и характеризуется значением температуры на внутренней поверхности покрытия $T = T_a$. Для инвариантности соотношений при анализе деформаций упругопластического покрытия возникающие напряжения отнесём к пределу пластичности k_0 .

На внешней поверхности цилиндрической оболочки ($\rho = b$) при высоте полёта БЛА 5000 м перепад температуры T_b относительно уровня T_a достигает $\Delta T = 240$ °С.

При этом для определения анализа деформаций упругопластического покрытия внешние граничные условия представим в виде

$$\sigma_r|_{\rho=b} = -p_b, \quad (1)$$

где p_b – внешнее давление на покрытие.

Температура внутри цилиндра изменяется по нелинейному закону [12, 13]:

$$T = (T_a - T_b) \frac{\ln(b/\rho)}{\ln(b/a)}, \quad T_b - T_a = \Delta T, \quad a \leq \rho \leq b. \quad (2)$$

Связи полных упругих пластических деформаций и деформаций при свободном тепловом расширении имеют аддитивную форму:

$$\varepsilon_{\theta} = \varepsilon_{\theta}^e + \varepsilon_{\theta}^p + \alpha T, \quad \varepsilon_{\rho} = \varepsilon_{\rho}^e + \varepsilon_{\rho}^p + \alpha T, \quad \varepsilon_z = \varepsilon_z^e + \varepsilon_z^p + \alpha T. \quad (3)$$

Линейная зависимость упругих деформаций от напряжений и температуры имеет вид

$$\begin{aligned} E\varepsilon_{\rho}^e &= \sigma_{\rho} - \nu(\sigma_{\theta} + \sigma_z) + E\alpha T, \\ E\varepsilon_{\theta}^e &= \sigma_{\theta} - \nu(\sigma_{\rho} + \sigma_z) + E\alpha T, \\ E\varepsilon_z^e &= \sigma_z - \nu(\sigma_{\rho} + \sigma_{\theta}) + E\alpha T, \end{aligned} \quad (4)$$

где E и ν – модуль Юнга и коэффициент Пуассона соответственно; α – коэффициент теплового расширения.

Условие совместности деформаций определяется уравнением [12, 13]

$$\rho \frac{d\varepsilon_{\theta}}{d\rho} + \varepsilon_{\theta} - \varepsilon_{\rho} = 0, \quad (5)$$

а уравнение равновесия имеет вид [12, 13]

$$\rho \frac{d\sigma_{\rho}}{d\rho} + \sigma_{\rho} - \sigma_{\theta} = 0. \quad (6)$$

Согласно теории пластического течения [12], взаимосвязи между скоростями пластических деформаций и напряжениями устанавливаются соотношениями

$$\frac{d\varepsilon_{\theta}^p}{\partial F / \partial \sigma_{\theta}} = \frac{d\varepsilon_{\rho}^p}{\partial F / \partial \sigma_{\rho}} = \frac{d\varepsilon_z^p}{\partial F / \partial \sigma_z},$$

где ε_j^p – компоненты пластической деформации; σ_j – компоненты напряжения; F – функция пластичности.

Максимальное касательное напряжение задаётся из условий пластичности Треска [12]:

$$F = \max[|\sigma_{\rho} - \sigma_{\theta}|, |\sigma_{\theta} - \sigma_z|, |\sigma_z - \sigma_{\rho}|] = k = k_0(1 - \zeta T),$$

где ζ – коэффициент, определяющий зависимость предела пластичности от температуры; предел пластичности k_0 устанавливается при начальной температуре $T = T_a$.

Ввиду того что длина образующей цилиндра значительно превышает b , напряжения по длине цилиндрической поверхности можно не рассматривать, ограничившись их анализом только в месте локального нагрева от силовой установки.

Из выражений (2) – (6) следуют уравнения для определения напряжений:

$$\begin{cases} \frac{d}{d\rho} \left(\frac{1}{\rho} \frac{d}{d\rho} (\rho^2 \sigma_{\rho}) + E\alpha T_a f \right) = 0 \\ \sigma_{\theta} = \rho \frac{d\sigma_{\rho}}{d\rho} + \sigma_{\rho} \end{cases}.$$

С учётом (2) напряжения в упругой области при граничных условиях (1) определяются выражениями

$$\sigma_{\rho} = \frac{\alpha \Delta T E}{4 \ln(b/a)} \left(2 \ln\left(\frac{\rho}{b}\right) + \frac{a^2}{\rho^2} - \frac{a^2}{b^2} \right) - p_b, \quad (7)$$

$$\sigma_{\theta} = \frac{\alpha \Delta T E}{4 \ln(b/a)} \left(2 \ln\left(\frac{\rho}{b}\right) - \frac{a^2}{\rho^2} - \frac{a^2}{b^2} + 2 \right) - p_b. \quad (8)$$

На рис. 2 приведены графики компонентов тензора напряжений, найденные с использованием (7), (8). Результаты получены при следующих значениях относительных параметров: коэффициент Пуассона $\nu = 0,44$, радиус цилиндра (внутренний радиус диэлектрической радиопоглощающей оболочки) $a = 0,947$, внешний радиус оболочки $b = 1$, предел текучести $k_0/k_0 = 1$, $E/k_0 = 51$, $\alpha \Delta T = 0,016$, $p_b/k_0 = 8,2 \times 10^{-4}$, $\zeta = 8,3 \times 10^{-4}$.

Согласно приведённым зависимостям, относительные напряжения на внешнем радиусе цилиндра имеют малые значения (порядка $-0,0015$), что исключает линейные изменения размеров отражающего покрытия.

На основе (4) получены аналитические представления для упругих деформаций объекта:

$$E\varepsilon_{\rho} = \frac{\alpha \Delta T E}{4 \ln(b/a)} \left(4 \ln\left(\frac{b}{\rho}\right) + (1-\nu) \left(2 \ln\left(\frac{\rho}{b}\right) - \frac{a^2}{b^2} \right) + \frac{(\nu+1)a^2}{\rho^2} - 2\nu \right) + (\nu-1)p_b, \quad (9)$$

$$E\varepsilon_{\theta} = \frac{\alpha \Delta T E}{4 \ln(b/a)} \left(4 \ln\left(\frac{b}{\rho}\right) + (1-\nu) \left(2 \ln\left(\frac{\rho}{b}\right) - \frac{a^2}{b^2} \right) - \frac{(\nu+1)a^2}{\rho^2} + 2 \right) + (\nu-1)p_b, \quad (10)$$

$$E\varepsilon_z = \frac{\alpha \Delta T E}{2 \ln(b/a)} \left(2 \ln\left(\frac{b}{\rho}\right) - \nu \left(2 \ln\left(\frac{\rho}{b}\right) - \frac{a^2}{b^2} + 1 \right) \right) + 2\nu p_b. \quad (11)$$

Результаты компьютерного моделирования (см. рис. 3), проведённого в соответствии с (9) – (11), позволяют утверждать, что при возникающем напряжении в материале фюзеляжа его относительная деформация не превышает значений 10^{-13} .

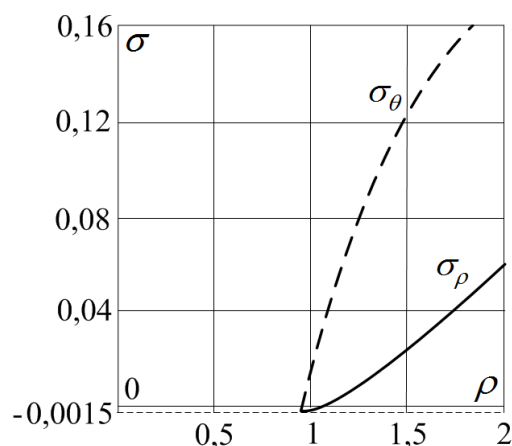


Рис. 2. Компоненты напряжений на цилиндрической поверхности

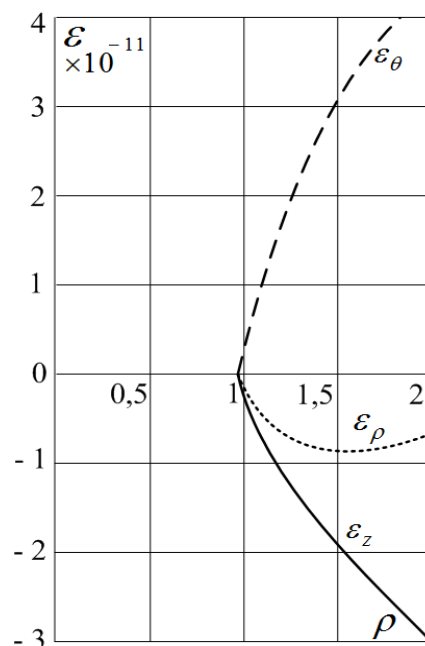


Рис. 3. Компоненты деформаций цилиндрической поверхности

Из анализа зависимостей на рис. 3 можно установить высокую стойкость исследуемого объекта к деформациям. Поэтому изменением поглощающих свойств покрытия при локальном нагреве в области размещения силовой установки можно пренебречь.

Для анализа эффективных площадей и диаграмм рассеяния БЛА «Орлан-10» использовался метод дискретного представления электромагнитного поля на поверхности в узлах сеточной структуры, пространственные параметры которой устанавливались по аналогии с размерами дискретных панелей при нахождении аэродинамических сил, приводящих к деформации конструкции планера.

Цифровая 3D-модель БЛА была построена с применением программы проектирования SolidWorks при последовательном выполнении операций по созданию объёмных деталей в виде частных трёхмерных электронных моделей и их компоновке в единую структуру. Корректность сборки составляющих в соответствии с проектной документацией проверялась путём проведения виртуальных испытаний по установлению соответствия лётно-технических характеристик требованиям.

Полноразмерное цифровое представление исследуемого объекта приведено на рис. 4, где контрастным цветом выделена силовая установка, вторичное излучение поля которой вносит основной вклад в эффективную площадь рассеяния БЛА.

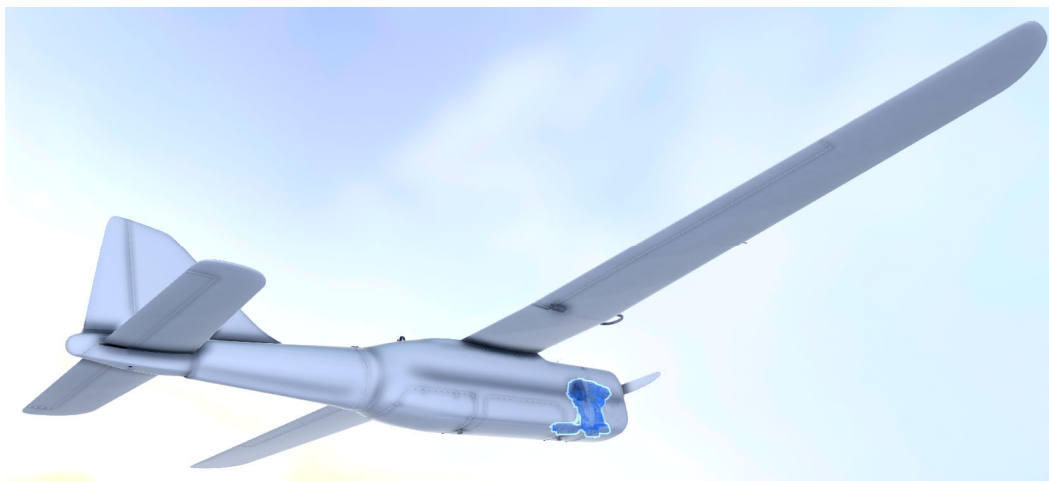


Рис. 4. Цифровое представление БЛА «Орлан-10» с двигателем FG-40

Результаты модельного представления БЛА транслировались в программу CST MWS, являющуюся компонентом пакета CST Studio Suite, объединяющего CST Design Environment, CST Design Studio, CST EM Studio, CST Particle Studio для проектирования электродинамических структур [9].

Моделирование вторичного излучения электромагнитного поля проводится в частотной области при представлении поверхностных токов спектральными распределениями комплексных амплитуд при комплексном сочетании строгих методов постановки и решения краевых задач и асимптотических методов расчёта поляризационных компонентов поля в дальней зоне объекта и аппроксимации граничных условий методом Perfect Boundary Approximation [8, 9].

Базовым методом расчёта поверхностных токов БЛА является метод моментов (Method of Moments), предназначенный для численного решения уравнений Максвелла в интегральной форме на основе частичного обращения операторов при аппроксимации искомых подынтегральных функций рядами линейно независимых базисных функций. Краевые задачи для поверхностных токов представлены системами интегральных уравнений Фредгольма второго рода в границах расчётных областей с тензорными функциями Грина [14]. Компоненты поля, рассеиваемого объектом, вычислялись путём интегрирования произведений распределения поверхностных токов и функций элементарных источников по областям дискретизации [8].

При реализации представленной схемы анализа на персональной ЭВМ с процессором Intel Core i7-10700K и модулем оперативной памяти объёмом 32 Гб определены эффективные площади и диаграммы рассеяния БЛА «Орлан-10» с двигателем FG-40.

На рис. 5 изображена диаграмма рассеяния объекта на длине волны 0,1 м.

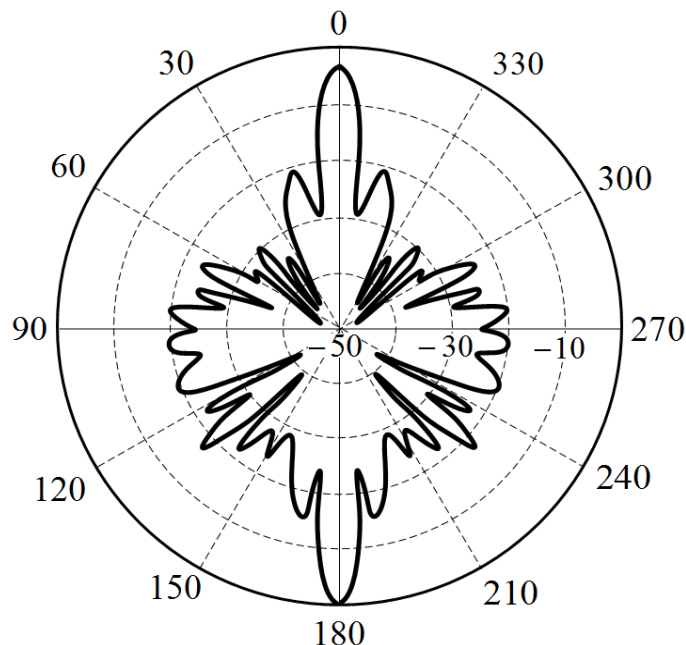


Рис. 5. Диаграмма рассеяния БЛА «Орлан-10» с двигателем FG-40

Снижение уровня вторичного излучения в верхнем полупространстве объясняется экранирующим влиянием крыла носителя. Локальные экстремумы углового распределения рассеянного поля определяются суперпозицией электромагнитных волн, отражённых доминирующими центрами вторичного излучения, к числу которых относятся кромки крыла и хвостового оперения.

Эффективная площадь рассеяния БЛА «Орлан-10» с двигателем FG-40 составляет $0,71 \text{ м}^2$ ($-1,47 \text{ дБ·м}^2$). При нанесении на поверхность планера радиопоглощающего покрытия её величина снижается до $0,0059 \text{ м}^2$ ($-22,3 \text{ дБ·м}^2$).

Таким образом, проведён анализ деформаций беспилотного свободонесущего высокоплана «Орлан-10» с радиопоглощающим покрытием для обеспечения скрытности применения. Исследованы деформации корпуса БЛА, возникающие в полёте в результате локального внутреннего нагрева от силовой установки и изменений внешнего давления при изменении высоты. С использованием компьютерной программы электродинамического моделирования CST MWS установлены возможности уменьшения вторичного электромагнитного излучения объекта за счёт применения радиопоглощающего покрытия до $-22,3 \text{ дБ·м}^2$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Верба, В. С. Комплексы с беспилотными летательными аппаратами. В 2 кн. Кн. 2. Робототехнические комплексы на основе БЛА / В. С. Верба, Б. Г. Татарский. – М.: Радиотехника, 2016. – 824 с.
2. Лебедев, А. А. Динамика полёта беспилотных летательных аппаратов / А. А. Лебедев, Л. С. Чернобрыкин. – М.: Машиностроение, 1973. – 268 с.
3. Львова, Л. А. Радиолокационная заметность летательных аппаратов / Л. А. Львова. – Снежинск: РФЯЦ ВНИИТФ, 2003. – 232 с.
4. Ананьин, Э. В. Методы снижения радиолокационной заметности / Э. В. Ананьин, Р. П. Ваксман, Ю. М. Патраков // Зарубежная радиоэлектроника. – 1994. – № 4/5. – С. 5-21.
5. Яковлева, Н. К. Аэродинамика и радиолокационная сигнатура – теоретический метод оценки радиолокационной сигнатуры сложных схем боевых самолётов, совместимый с методами расчёта аэродинамических

поверхностей / Н. К. Яковлева // Новости зарубежной науки и техники. Научно-техническая информация. Авиационные системы. – 1992. – № 9. – С. 21-26.

6. Управление и наведение беспилотных летательных аппаратов на основе современных информационных технологий / под ред. М. Н. Красильщикова и Г. Г. Себрякова. – М.: Физматлит, 2003. – 280 с.

7. Моисеев, В. С. Прикладная теория управления беспилотными летательными аппаратами / В. С. Моисеев. – Казань: РЦМКО, 2015. – 768 с.

8. Курушин, А. А. Проектирование СВЧ устройств в среде CST Microwave Studio / А. А. Курушин, А. Н. Пластиков. – М.: МЭИ, 2011. – 155 с.

9. Банков, С. Е. Электродинамика для пользователей САПР СВЧ: учеб. / С. Е. Банков, А. Н. Пластиков. – М.: СОЛОН-Пресс, 2017. – 316 с.

10. Красовский, А. А. Системы автоматического управления летательных аппаратов / А. А. Красовский, Ю. А. Вавилов, А. И. Сучков. – М.: ВВИА имени Н. Е. Жуковского, 1985. – 476 с.

11. Пашковский, И. М. Динамика и управляемость самолёта / И. М. Пашковский. – М.: Машиностроение, 1987. – 297 с.

12. Timoshenko S. P., Goodier J. N. Theory of elasticity. New York: McGraw-Hill, 1970. 506 p.

13. Качанов, Л. М. Основы теории пластичности / Л. М. Качанов. – М.: Наука, 1969. – 420 с.

14. Неганов, В. А. Физическая регуляризация некорректных задач электродинамики: линии передачи, антенны, дифракция электромагнитных волн / В. А. Неганов. – М.: САЙНС-ПРЕСС, 2008. – 432 с.

Андрианов И. К., Феоктистов С. И., Попов А. В.

I. K. Andrianov, S. I. Feoktistov, A. V. Popov

**МЕХАНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОЛИКАРБОНАТА ПРИ РАСТЯЖЕНИИ
ОБРАЗЦОВ, ПОЛУЧЕННЫХ МЕТОДОМ 3D-ПЕЧАТИ**

**TENSILE MECHANICAL CHARACTERISTICS OF POLYCARBONATE SAMPLES
OBTAINED BY 3D-PRINTING**

Андрианов Иван Константинович – кандидат технических наук, доцент, Институт машиноведения и металлургии Дальневосточного отделения Российской академии наук Хабаровского федерального исследовательского центра Дальневосточного отделения Российской академии наук, Комсомольский-на-Амуре государственный университет (Россия, Комсомольск-на-Амуре); 681013, г. Комсомольск-на-Амуре, пр. Ленина, 27. E-mail: ivan_andrianov_90@mail.ru.

Ivan K. Andrianov – PhD in Engineering, Assistant Professor, General Physics Department, Khabarovsk Federal Research Center of the Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences; Komsomolsk-na-Amure State University (Russia, Komsomolsk-on-Amur); 27, Lenin Pr., Komsomolsk-on-Amur, 681013. E-mail: ivan_andrianov_90@mail.ru.

Феоктистов Сергей Иванович – доктор технических наук, профессор кафедры «Авиационное» Комсомольского-на-Амуре государственного университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре); 681013, г. Комсомольск-на-Амуре, пр. Ленина, 27. E-mail: serg_feo@mail.ru.

Sergey I. Feoktistov – Doctor of Engineering, Professor, Aircraft Building Department, Komsomolsk-na-Amure State University (Russia, Komsomolsk-on-Amur); 27, Lenin Pr., Komsomolsk-on-Amur, 681013. E-mail: serg_feo@mail.ru.

Попов Артем Владимирович – младший научный сотрудник Института машиноведения и металлургии Дальневосточного отделения Российской академии наук Хабаровского федерального исследовательского центра Дальневосточного отделения Российской академии наук (Россия, Комсомольск-на-Амуре); 681005, Россия, Хабаровский край, г. Комсомольск-на-Амуре, ул. Металлургов, д. 1. E-mail: popov.av@imim.ru.

Artem V. Popov – Junior Research Assistant, Khabarovsk Federal Research Center of the Far Eastern Branch of the Russian Academy of Sciences (Russia, Komsomolsk-on-Amur); 681005, Russia, Khabarovsk Territory, Komsomolsk-on-Amur, Metallurgov str., 1. E-mail: popov.av@imim.ru.

Аннотация. В работе проведено экспериментальное исследование механических характеристик поликарбоната: предела текучести, предела прочности, модуля упругости и предельной деформации – при простом растяжении образцов, полученных методом 3D-печати. Построены индикаторные диаграммы зависимости растягивающей нагрузки от удлинения для пяти исследуемых образцов. Проведена оценка случайных погрешностей измерений, получены средние значения и доверительный интервал ошибок измерений механических характеристик поликарбоната. На основании представленных результатов эксперимента сделан вывод о хрупком разрушении полимерных образцов и слабом проявлении пластических свойств. Образцы из поликарбоната отличаются высокой прочностью при малой предельной деформации. Согласно сравнительному анализу механических характеристик поликарбонатной нити, используемой в 3D-принтере, и образцов, изготовленных методом 3D-печати, выявлены существенные отличия в значениях предела текучести, предела прочности, модуля упругости и предельной деформации.

Summary. The experimental study of the mechanical characteristics of polycarbonate: yield strength, tensile strength, modulus of elasticity and ultimate strain - in simple tension of the samples obtained by 3D-printing was carried out. Indicator diagrams of tensile load dependence on elongation were plotted for five investigated samples. The estimation of random errors of measurements was carried out, the mean values and confidence interval of errors of measurements of mechanical characteristics of polycarbonate were obtained. Based on the presented results of the experiment the conclusion about brittle fracture of polymeric specimens and weak manifestation of plastic properties has been made. The polycarbonate specimens are characterized by high strength at low deformation limit. According to the comparative analysis of mechanical characteristics of polycarbonate filament used in 3D-printing and samples made by 3D-printing, there are significant differences in the values of yield strength, tensile strength, elastic modulus and ultimate strain.

Ключевые слова: 3D-печать, поликарбонат, механические свойства, полимер, индикаторная диаграмма, штамповка.

Key words: 3D printing, polycarbonate, mechanical properties, polymer, indicator diagram, stamping.

УДК 593.3

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований в рамках научного проекта № 19-38-60020\19 «Разработка модели оптимизации форм штамповочных оснасток методом эффективного перераспределения материала».

Развитие аддитивных технологий и их активное внедрение в производство требуют изыскания наиболее прочных и удобных в изготовлении материалов. Поликарбонат является новым материалом для современной промышленности, немного исследований посвящено рассмотрению физико-механических свойств данного материала. Поскольку одним из основных преимуществ поликарбоната является возможность использования при изготовлении поликарбонатных изделий методом 3D-прототипирования, важным представляется вопрос оценки механических свойств поликарбонатных образцов при растяжении, изготовленных с помощью 3D-печати, а также сопоставление результатов эксперимента с известными справочными значениями механических характеристик для поликарбонатной нити, используемой в качестве рабочего материала для производства изделий.

Выбор поликарбоната как материала для 3D-прототипирования обусловлен тем, что данный материал обладает наибольшей прочностью среди большинства материалов, с помощью которых изготавливают детали путём 3D-печати. Поликарбонат способен выдерживать большие нагрузки, поэтому может быть использован в процессах формообразования при изготовлении и оптимизации штампов: матриц, реверсов пуансонов – методом 3D-печати. Современные модели оптимизированных изделий из полимеров для процессов штамповки представлены в трудах [1–5]. Следует отметить, что использование поликарбоната в 3D-печати осложняется тем, что основные механические характеристики поликарбоната представлены для нитей. При этом процесс 3D-печати изделий из поликарбоната протекает при повышенных температурах, соответственно, механические характеристики поликарбоната могут быть различными для объёмных изделий и нитей.

Кроме того, сложность при оценке прочностных свойств изделий из поликарбоната заключается в том, что справочные характеристики поликарбоната варьируются в широком диапазоне. Вопросам оценки механических свойств поликарбоната уделено мало исследований, некоторые из них отражены в работах [6–11]. В связи с этим при оценке напряжённо-деформированного состояния изделий, полученных методом 3D-печати из поликарбоната, прочностная картина изделия может оказаться необъективной.

В данной работе предлагается исследование следующих механических характеристик поликарбоната: модуля упругости, предела текучести, предела прочности, предельной деформации при растяжении. Данный выбор обусловлен тем, что именно эти характеристики требуются для построения аппроксимирующей кривой диаграммы деформирования, которая в дальнейшем может быть использована для оценки напряжённо-деформированного состояния при сложном объёмном нагружении.

Таким образом, в рамках данного исследования требовалось решить следующие задачи:

- изготовить образцы согласно ГОСТ 11262-2017 из поликарбонатной нити методом 3D-печати на основании цифрового моделирования;
- провести эксперимент на простое растяжение 5 поликарбонатных образцов;
- построить индикаторную диаграмму зависимости растягивающего усилия P от удлинения Δl ;
- оценить средние значения механических характеристик: модуля упругости E , условного предела текучести $\sigma_{0.2}$, предела прочности σ_b , предельной деформации ε_{pm} при растяжении – и случайные погрешности измерений;

– провести сравнительный анализ механических характеристик поликарбонатной нити и образцов из поликарбоната, изготовленных методом 3D-печати.

Для проведения эксперимента по простому растяжению были взяты 5 образцов, изготовленных методом 3D-печати на принтере Designer X марки Picaso3D. При изготовлении образцов использовалась технология печати Fused Filament Fabrication. Изготовление проводилось из поликарбонатной нити при температуре экструдера 295 °С и температуре стола 130 °С. Геометрические характеристики образцов до деформирования представлены в табл. 1.

Таблица 1
Начальные геометрические параметры образцов

№ образца	Длина, мм	Ширина, мм	Толщина, мм
1	80	6.3	2.4
2		6.15	
3		6.2	
4		6.15	
5		6.15	

Экспериментальное исследование на простое растяжение поликарбонатных образцов осуществлялось на испытательной машине AG-X № I33005102782 при скорости деформирования 0,125 мм/мин и температуре 20 °С. Форма образцов и условия закрепления соответствовали ГОСТ 11262-2017 [12] (см. рис. 1).



Рис. 1. Закрепление поликарбонатного образца в эксперименте на простое растяжение

На основании данных индикаторных диаграмм требовалось рассчитать условный предел текучести $\sigma_{0.2}$ и предел прочности σ_B поликарбоната для 3D-печати согласно соотношениям

$$\sigma_{0.2} = \frac{P_{0.2}}{F_0}, \quad \sigma_B = \frac{P_{\max}}{F_0},$$

где $P_{0.2}$ – растягивающая нагрузка при остаточной деформации 0.2 %; P_{\max} – максимальная растягивающая нагрузка; F_0 – начальная площадь поперечного сечения образца.

Оценка модуля упругости проводилась с помощью значений внешней нагрузки при удлинениях $\Delta l_1 = 0.001l_0$, $\Delta l_2 = 0.003l_0$:

$$E = \frac{(P_2 - P_1)l_0}{(\Delta l_2 - \Delta l_1)F_0},$$

где P_1, P_2 – значения внешней нагрузки при относительных деформациях: 0.1 %; 0.3 %; l_0 – начальная длина образца.

Предельная деформация ε_{pm} поликарбоната при максимальной нагрузке соответствует началу разрушения образца и определяется

$$\varepsilon_{pm} = \frac{\Delta l_{\max}}{l_0},$$

где Δl_{\max} – максимальное удлинение в момент разрушения образца.

Исследуемые механические характеристики поликарбоната для 3D-печати представим в виде

$$x = (\sigma_T; E; \sigma_B; \varepsilon_{PM}),$$

тогда расчёт средних значений предела текучести, предела прочности, модуля упругости и предельной деформации, а также оценку случайных погрешностей измерений будем проводить на основании закона распределения случайных ошибок.

Среднее арифметическое значение искомых характеристик при $n = 5$ измерениях

$$\bar{x} = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 x_i.$$

Абсолютная погрешность i -го измерения искомой характеристики

$$\Delta x_i = |\bar{x} - x_i|, \quad i = \overline{1; 5}.$$

Среднее квадратичное отклонение измеряемых характеристик

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{1}{20} \sum_{i=1}^5 \Delta x_i^2}.$$

При оценке погрешностей коэффициент Стьюдента принимается $t_{\alpha}(n) = 3.7$ для заданной надёжности $\alpha = 0.98$ и количестве измерений $n = 5$. Относительная погрешность измерения механических характеристик

$$\delta = \frac{\Delta x}{\bar{x}}, \quad \Delta x = S_{\bar{x}} t_{\alpha}(n).$$

В табл. 2-6 представлены результаты оценки средних значений механических характеристик поликарбоната и ошибки измерений.

Таблица 2

Результаты измерения условного предела текучести образцов из поликарбоната для 3D-печати

№ образца	Условный предел текучести $\sigma_{0.2}$, МПа	Среднее значение условного предела текучести $\overline{\sigma_{0.2}}$, МПа	Абсолютная погрешность измерения $\Delta \sigma_{0.2}$, МПа
1	42.24	41.97	0.27
2	43.45		1.48
3	41.96		0.01
4	40.98		0.99
5	41.23		0.74

Таблица 3

Результаты измерения предела прочности образцов из поликарбоната для 3D-печати

№ образца	Предел прочности σ_B , МПа	Среднее значение предела прочности $\overline{\sigma_B}$, МПа	Абсолютная погрешность измерения $\Delta \sigma_B$, МПа
1	54.17	50.03	4.14
2	52.28		2.25
3	45.40		4.63
4	51.17		1.14
5	47.11		2.92



Таблица 4

Результаты измерения предельной деформации образцов из поликарбоната для 3D-печати

№ образца	Относительная деформация при максимальной нагрузке ε_{pm} , %	Среднее значение относительной деформации $\bar{\varepsilon}_{pm}$, %	Абсолютная погрешность измерения $\Delta\varepsilon_{pm}$, %
1	2.64	2.26	0.38
2	2.28		0.02
3	1.96		0.3
4	2.36		0.1
5	2.05		0.21

Таблица 5

Результаты измерения модуля упругости при растяжении образцов из поликарбоната для 3D-печати

№ образца	Модуль упругости при растяжении E , МПа	Среднее значение модуля упругости \bar{E} , МПа	Абсолютная погрешность измерения ΔE , МПа
1	2602	2689	87
2	2756		67
3	2679		10
4	2687		2
5	2719		30

Таблица 6

Результаты измерения и оценки механических характеристик поликарбоната для 3D-печати

Механические характеристики поликарбоната для 3D-печати	Средние значения и доверительный интервал	Относительная ошибка измерения δ
Модуль упругости при растяжении E , МПа	2689 ± 95	0.04
Условный предел текучести $\sigma_{0.2}$, МПа	41.97 ± 1.6	0.04
Предел прочности σ_b , МПа	50.03 ± 6.05	0.12
Предельная деформация ε_{pm} , %	2.26 ± 0.45	0.19

На рис. 2 представлены образцы 1-5, изготовленные из поликарбоната методом 3D-печати, после разрушения. В соответствии с данными рис. 2, плоскость разрушения изделия перпендикулярна нормальному растягивающему усилию.

Согласно представленным индикаторным диаграммам при простом растяжении (см. рис. 3) и особенностям разрушения (см. рис. 2) следует отметить, что образцы из поликарбоната, полученные методом 3D-печати, слабо проявляют пластические свойства, разрушение образцов при достижении предельной нагрузки является хрупким. Это обусловлено тем, что относительная деформация в момент разрушения не превышает 3 %.



Рис. 2. Образцы из поликарбоната для 3D-печати после разрушения при растяжении

Согласно справочной информации ООО «ПринтПродакт» для поликарбонатной нити, из которой методом 3D-печати были изготовлены образцы для проведения эксперимента на простое растяжение, механические характеристики поликарбонатной нити соответствовали значениям: предел текучести 60 МПа, предел прочности 65 МПа, предел упругости при растяжении 2300 МПа, предельная деформация 120 %. Сравнивая механические характеристики (предел текучести, предел прочности, относительную деформацию при максимальной нагрузке и модуль упругости при растяжении) для поликарбонатной нити и образцов, изготовленных из поликарбоната методом 3D-печати, отметим, что для твердотельных образцов предел текучести отличается на 43 %, предел прочности – на 30 %, модуль упругости при растяжении – на 14 %, а предельная относительная деформация – более чем в 53 раза.

Сравнительный анализ показал существенные расхождения в значениях исследуемых механических характеристик поликарбонатной нити и изделий, полученных методом 3D-печати из поликарбоната, что обусловлено влиянием на механические свойства технологии изготовления и геометрии. Таким образом, использование справочных механических характеристик поликарбонатной нити может привести к большим погрешностям при проведении прочностного анализа полимерных изделий, полученных на 3D-принтере. Следует подчеркнуть, что расхождения в механических характеристиках поликарбонатной нити и изделий из поликарбоната отмечалось в работе [6].

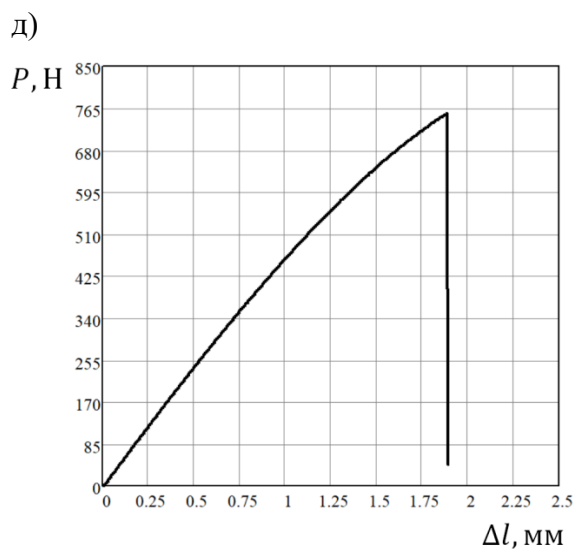
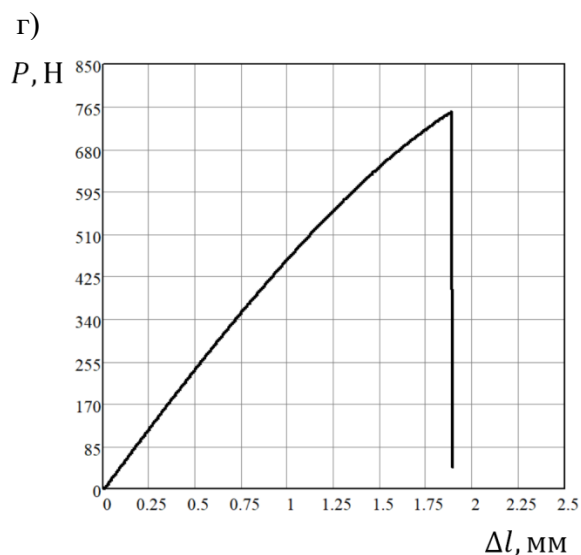
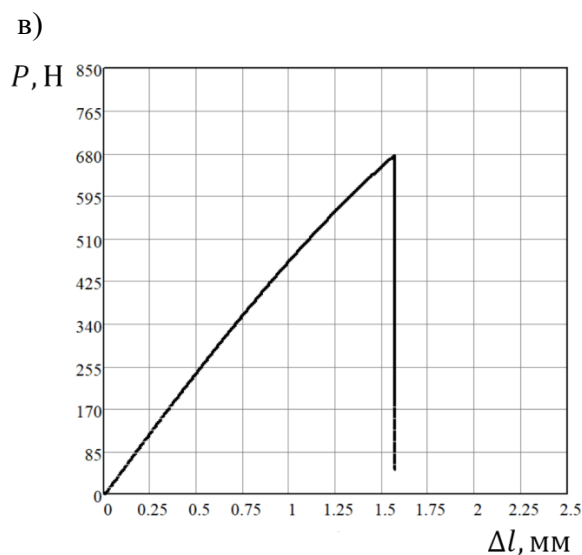
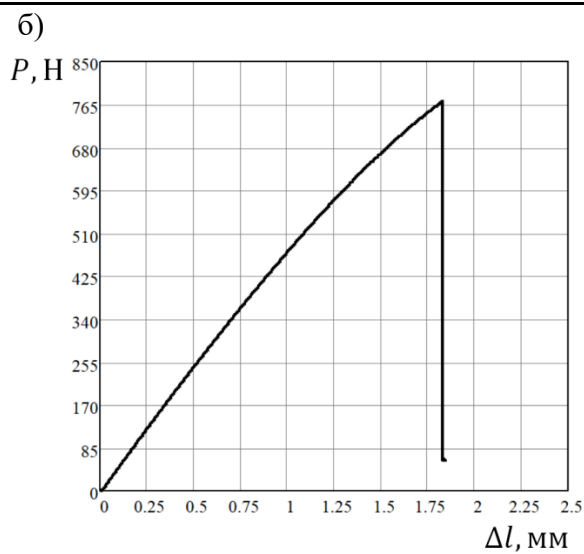
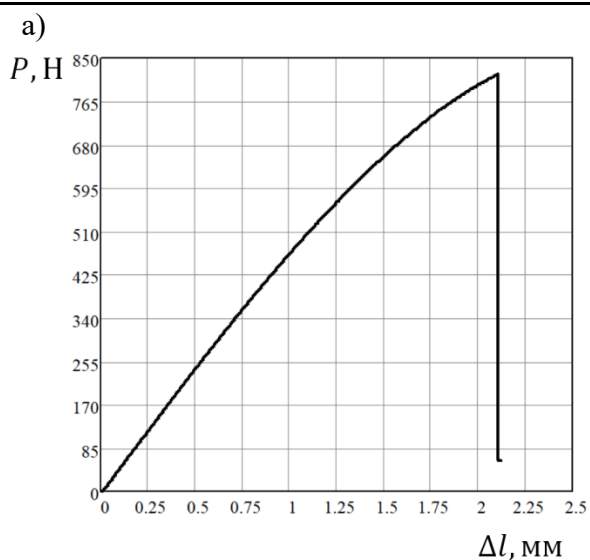


Рис. 3. Индикаторные диаграммы простого растяжения образцов из поликарбоната, полученных методом 3D-печати: а – образец № 1; б – образец № 2; в – образец № 3; г – образец № 4; д – образец № 5

Таким образом, согласно результатам исследования получены средние значения основных механических характеристик поликарбоната для 3D-печати (условного предела текучести, предела прочности, модуля упругости при растяжении, относительной деформации при максимальной нагрузке), проведена оценка доверительных интервалов, относительных ошибок измерений. Полученные характеристики могут быть использованы при проведении инженерного анализа изделий из поликарбоната, полученных методом 3D-печати, а также при топологической оптимизации полимерных изделий. Результаты исследования могут быть использованы при создании новой технологии изготовления штамповочных оснасток из поликарбоната.

ЛИТЕРАТУРА

1. Andrianov, I. K. Modification of the stamp topological optimization taking into account cyclic fatigue based on the finite element approach / I. K. Andrianov // International Journal of Mechanics. – 2021. – Т. 15. – P. 145-150.
2. Andrianov, I. K. The mathematical model of the stamp material redistribution using uniform bar structures // Lecture Notes in Networks and Systems, 2021, N 200, p. 47-54.
3. Андрианов, И. К. Модель оптимизации полимерного штампа с помощью стержневых элементов с учётом саморазогрева при циклическом нагружении / И. К. Андрианов // Вестник машиностроения. – 2021. – № 2. – С. 42-45.
4. Andrianov, I. K. Minimization of dies volume using uniform distribution of hollows in the conditions of multi-cycle fatigue dependence on temperature / I. K. Andrianov // CIS Iron and Steel Review. – 2022. – № 23. – P. 33-38.
5. Андрианов, И. К. Модель оптимизации объёма штамповочной оснастки с помощью стержневых структур на основании критериев устойчивости и долговечности / И. К. Андрианов // Кузнечно-штамповочное производство. Обработка материалов давлением. – 2020. – № 8. – С. 3-11.
6. Bahar, A. Mechanical and Thermal Properties of 3D Printed Polycarbonate / Bahar, A., Belhabib, S., Guessasma, S., Benmahiddine, F., Hamami, A., Belarbi, R. // Energies. – 2022. – V. 15. – 3686 p. DOI: 10.3390/en15103686.
7. Довыденко, Е. М. Композиционные материалы на основе полиэтилена низкой плотности для 3D-печати / Е. М. Довыденко, В. Е. Агабеков, С. А. Чижик // Полимерные материалы и технологии. – 2019. – Т. 5. – № 4. – С. 93-97.
8. Лебедев, С. М. Влияние технологических параметров на физико-механические характеристики поликарбоната / С. М. Лебедев, О. С. Гефле // Пластические массы. – 2012. – № 11. – С. 51-53.
9. Влияние эксплуатационных воздействий на оптические и механические характеристики атмосферостойкого оптически прозрачного поликарбоната / И. В. Мекалина, М. К. Айзатулина, Ю. А. Исаенкова, Е. Г. Сентюрин // Все материалы. Энциклопедический справочник. – 2019. – № 5. – С. 36-40.
10. Оптимизация состава полимерной композиции с пониженной пожарной опасностью на основе поликарбоната для технологии 3D-печати расплавленной полимерной нитью / М. М. Платонов, Г. Н. Петрова, С. А. Ларионов, С. Л. Барботько // Известия высших учебных заведений. Серия: Химия и химическая технология. – 2017. – Т. 60. – № 1. – С. 87-94.
11. Реологические свойства термопластичной композиции на основе поликарбоната: зависимость от температуры переработки; влияние на механические характеристики и размерную стабильность объектов, созданных по Fdm-технологии / Г. Н. Петрова, С. А. Ларионов, Ю. А. Сапего, М. М. Платонов // Труды ВИАМ. – 2017. – № 4 (52). – С. 9.
12. ГОСТ 11262-2017. Пластмассы. Метод испытания на растяжение = Plastics. Tensile test method: национальный стандарт Российской Федерации: издание официальное: утверждён и введён в действие Приказом Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии от 2 февраля 2018 г. № 45-ст: взамен ГОСТ 11262-80: дата введения 2018-10-01 / подготовлен Акционерным обществом «Институт пластмасс имени Г. С. Петрова». – М.: Стандартиформ, 2018. – 20 с.
13. Учёт осевых нагрузок при проектировании электромеханических приводов / С. Н. Иванов [и др.] // Учёные записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. Науки о природе и технике. – 2022. – № I-1 (57). – С. 63-67.
14. Анализ электромеханических систем методами имитационного моделирования / С. Н. Иванов, К. К. Ким, А. А. Просолович, М. И. Хисматулин // Учёные записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. Науки о природе и технике. – 2021. – № III-1 (51). – С. 29-38.



Матлыгин Г. В.
G. V. Matlygin

**ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ РЕЖИМОВ РЕЗАНИЯ НА ВЫХОДНЫЕ ПАРАМЕТРЫ
ПРИ ТОЧЕНИИ ФРЕЗЕРОВАНИЕМ БЫСТРОРЕЖУЩЕЙ СТАЛИ**

**STUDY OF THE INFLUENCE OF CUTTING CONDITIONS ON THE OUTPUT
PARAMETERS DURING MILLING OF HIGH-SPEED STEEL**

Матлыгин Георгий Валерьевич – аспирант Иркутского национального исследовательского технического университета (Россия, Иркутск). E-mail: gmatlygin@mail.ru.

Georgy V. Matlygin – Postgraduate Student, Irkutsk National Research Technical University (Russia, Irkutsk). E-mail: gmatlygin@mail.ru.

Аннотация. Ключевым отличием операции точение фрезерованием от традиционных методов обработки является то, что скорость резания включает в себя вращение как заготовки, так и инструмента. Актуальной проблемой при внедрении операции точение фрезерованием является достижение высокого качества поверхности, в первую очередь шероховатости. В работе представлен анализ результатов эксперимента, показывающий, что зависимость шероховатости от подачи имеет линейный характер на всём исследуемом диапазоне режимов резания. При этом с увеличением подачи шероховатость пропорционально увеличивается, что согласуется с основными положениями теории резания. Зависимость шероховатости от скорости резания имеет параболический характер с максимальными значениями шероховатости в диапазоне скоростей резания 90...95 м/мин. Влияние ширины фрезерования на шероховатость поверхности имеет также параболический характер.

Summary. The key difference between the turn mill operation and traditional machining methods is that the cutting speed includes both the rotation of the workpiece and the tool. An actual problem in the implementation of the turning milling operation is to achieve high surface quality, primarily roughness. The paper presents an analysis of the results of the experiment, showing that the dependence of the roughness on the feed is linear in the entire range of cutting modes under study. At the same time, with an increase in feed, the roughness increases proportionally, which is consistent with the main provisions of the cutting theory. The dependence of roughness on cutting speed has a parabolic character with maximum roughness values in the cutting speed range of 90...95 m/min. The influence of the milling width on the surface roughness is also parabolic.

Ключевые слова: режимы резания, механическая обработка, быстрорежущая сталь, математическая модель, шероховатость.

Key words: cutting conditions, machining, high-speed steel, mathematical model, roughness.

УДК 629.062

Альтернативой классического процесса резания является точение фрезерованием. Точение фрезерованием – это перспективная технология, которая выполняется для обработки симметричных или несимметричных вращающихся деталей, где и заготовке, и инструменту одновременно придаётся вращательное движение. Ключевым отличием от традиционных методов обработки является то, что скорость резания включает в себя вращение как заготовки, так и инструмента. Схема обработки представлена на рис. 1.

Основные исследования в области точения фрезерованием направлены на изучение данной технологии с применением традиционных конструкционных сталей [1; 2]. Исследования быстрорежущей стали, полученной методом порошковой металлургии, не являются распространёнными. Это ограничивает применение преимуществ точения фрезерованием при изготовлении вращающихся режущих инструментов [3].

Актуальной проблемой при внедрении операции точения фрезерованием является достижение высокого качества поверхности, в первую очередь шероховатости. Анализ публикаций позволяет выделить основные направления в исследовании путей достижения высокого качества поверхности:

1. изучение влияния эксцентриситета [4; 5];
2. определение профиля режущего инструмента со сменными многогранными пластинами (с применением круглой режущей кромки и скруглённой рабочей кромки пластины) [6];
3. изучение влияния температуры в зоне резания [7];
4. прогнозирование износостойкости режущей кромки при применении операции точения фрезерованием [8].

Эксперимент проводился на токарном обрабатывающем центре с приводным инструментом DMG NEF400. Зона обработки представлена на рис. 2.

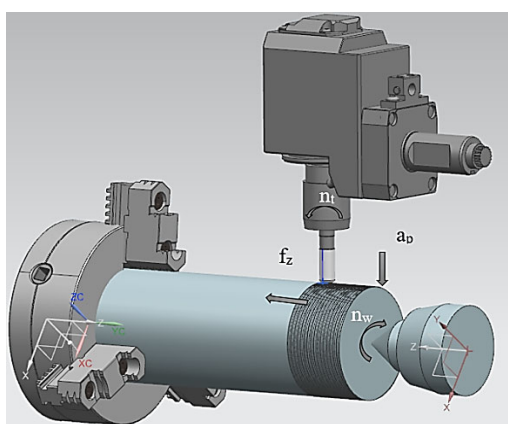


Рис. 1. Схема процесса точения фрезерованием



Рис. 2. Зона обработки при эксперименте

В качестве исследуемого материала была использована порошковая быстрорежущая сталь BÖHLER S390 MICROCLEAR. Заготовка представляла собой цилиндр размером 88×300 мм и закреплялась в трёхкулачковом гидравлическом патроне с поджатием центром, установленным в задней бабке станка. В качестве режущего инструмента была использована монолитная твёрдосплавная фреза YG-1 GM999 12(R3)×12×32×75, $z = 5$. Обработка проводилась без применения СОЖ. Измерения шероховатости обработанной поверхности производились на стационарном профилометре Taylor&Hobson Form Talysurf 200.

Планирование эксперимента проведено согласно предложенному Боксом и Бенкиным некомпозиционному плану, включающему в себя 15 опытов. Полагаем, что математическая модель отклонения шероховатости поверхности R_a может быть представлена уравнением [9]:

$$R_a = D + c_1 \cdot f_z + c_{11} \cdot f_z^2 + c_2 \cdot v_c + c_{22} \cdot v_c^2 + c_3 \cdot a_e + c_{33} \cdot a_e^2, \quad (1)$$

где D, c_1, c_2, c_3 – параметры исследуемой модели.

Прологарифмируем выражение (1):

$$\ln R_a = \ln D + c_1 \cdot \ln f_z + c_{11} \cdot \ln f_z^2 + c_2 \cdot \ln v_c + c_{22} \cdot \ln v_c^2 + c_3 \cdot \ln a_e + c_{33} \cdot \ln a_e^2.$$

Переименуем выражение следующим образом:

$$y_1 = g_0 \cdot x_0 + g_1 \cdot x_1 + g_{11} \cdot x_1^2 + g_2 \cdot x_2 + g_{22} \cdot x_2^2 + g_3 \cdot x_3 + g_{33} \cdot x_3^2,$$

где $y_1 = \ln R_a$; x_0 – фиктивная переменная; x_1, x_2, x_3 – кодированные значения факторов; g_0, g_1, g_2, g_3 – постоянные коэффициенты.

Верхние $(f_{z_{\max}}, V_{c_{\max}}, a_{e_{\max}})$, нижние $(f_{z_{\min}}, V_{c_{\min}}, a_{e_{\min}})$ и основные $(f_{z_0}, V_{c_0}, a_{e_0})$ уровни представлены в табл. 1.

Уровни значения факторов эксперимента

Факторы	Код	Нижний уровень (-1)	Основной уровень (0)	Верхний уровень (+1)
Подача на зуб f_z , мм/зуб	x_1	0,04	0,08	0,12
Скорость резания V_c , м/мин	x_2	80	90	100
Ширина резания a_e , мм	x_3	1	2	3

В окончательном виде модель зависимости отклонения шероховатости поверхности от параметров обработки и ширины резания будет иметь вид

$$Ra = 1,388 + 2,413 \cdot f_z^2 - 0,24 \cdot f_z.$$

Графики изменения шероховатости поверхности в зависимости от режимов резания показаны на рис. 3.

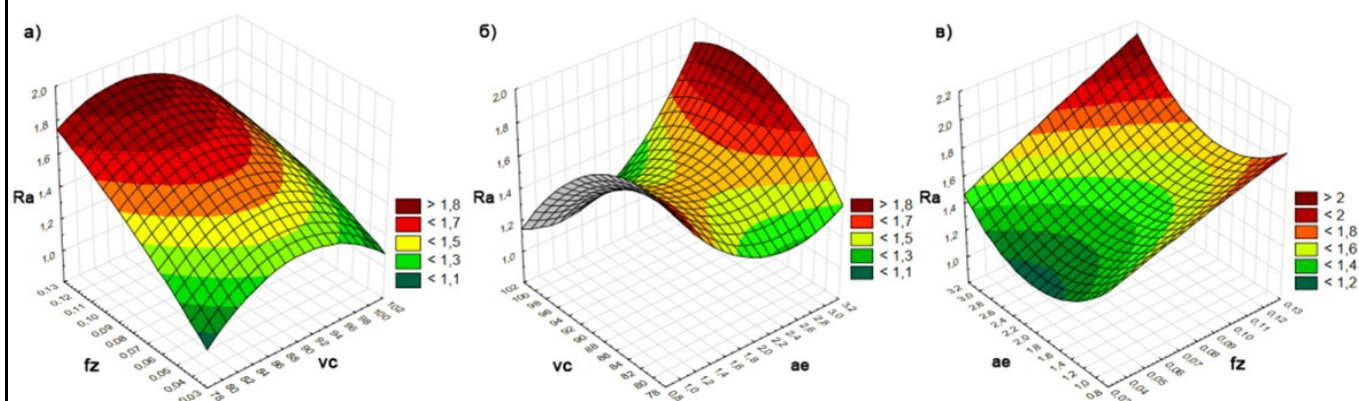


Рис. 3. Зависимости отклонения параметра шероховатости Ra : от подачи инструмента f_z и скорости резания V_c (а), от скорости резания V_c и от ширины фрезерования a_e (б), от ширины фрезерования a_e и подачи инструмента f_z (в)

Анализ полученных результатов показывает, что зависимость шероховатости от подачи имеет линейный характер на всём исследуемом диапазоне режимов резания (см. рис 3, а, в). При этом с увеличением подачи шероховатость пропорционально увеличивается, что согласуется с основными положениями теории резания. Максимальное значение параметра шероховатости Ra составляет 1,85 мкм, что соответствует наиболее распространённым требованиям при чистовой механообработке в машиностроении.

Зависимость шероховатости от скорости резания V_c (см. рис. 3, а, б) имеет параболический характер с максимальными значениями шероховатости в диапазоне скоростей резания 90...95 м/мин. Данный факт можно объяснить тем, что в указанном диапазоне скоростей резания имеет место эффект нароста материала на режущую кромку. Для подтверждения указанной гипотезы необходимо проведение дополнительных исследований с контролем температуры в зоне резания и использованием высокоскоростной видеокамеры для наблюдения за процессом стружкообразования и возможного формирования нароста.

Влияние ширины фрезерования a_e на шероховатость поверхности имеет также параболический характер (см. рис. 3, б, в), но при этом максимальные значения шероховатости достигаются при $a_e = 0,25$ мм и $a_e = 3$ мм, а минимальное значение – при $a_e = 1,8...2,2$ мм. Можно полагать, что в указанном диапазоне ширины резания на процесс обработки в меньшей степени влияют регенеративные колебания, зависящие также от конструктивных и геометрических параметров режущего инструмента.

В итоге можно констатировать, что при установленных режимах резания удалось достичь шероховатости поверхности не выше $Ra = 1,85$ без потери производительности процесса. Рекомендуется продолжение исследований с применением моделирования динамики процесса резания и геометрии режущих кромок инструмента [10; 11].

ЛИТЕРАТУРА

1. Schulz H., Lehmann T. Krafte und Antriebsleistungen beim Ortagonalen Drehfrasen (Forces and Drive Powers in Ortagogonal Turn-Milling). 1990, Werkstatt und Betrieb, 123, p. 921-924.
2. Savas V., Ozay C. Analysis of the surface roughness of tangential turn-milling for machining with end milling cutter // Journal of Materials Processing Technology. 2007. Vol. 186. Issue 1-3. P. 279-283.
3. Производство высокопроизводительного режущего инструмента в условиях ИАЗ / К. В. Богданов, Д. С. Никулин, А. В. Савилов, Е. П. Николаева, А. Е. Родыгина // Наука и технологии в промышленности. – 2013. – № 1-2. – С. 91-95.
4. An overview of turn-milling technology / Zhu L., Jiang Z., Shi J., Jin C. // The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. – 2015. – Vol. 81 (1-4). – P. 493-505.
5. Савилов, А. В. Исследование влияния дисбаланса инструментальных наладок на выходные показатели фрезерования / А. В. Савилов, Д. Ю. Николаев, А. Ю. Николаев // Вестник Иркутского государственного технического университета. – 2015. – № 7 (102). – С. 81-91.
6. Uncut chip geometry determination for cutting forces prediction in orthogonal turn-milling operations considering the tool profile and eccentricity / Harry Otalora-Ortega, Patxi Aristimuño Osoro, Pedro Arrazola Arriola // International Journal of Mechanical Sciences. – 2021. – Vol. 198. – Art. 106351.
7. Study on the relationship between material removal rate and tool flank temperature in orthogonal turn-milling / Koji Shimanuki, Akira Hosokawa, Tomohiro Koyano [et al.] // Journal of Advanced Mechanical Design, Systems, and Manufacturing. – 2021. – Vol. 15 (4). <https://doi.org/10.1299/jamdsm.2021jamdsm0043>.
8. Cutting Forces during Inconel 718 Orthogonal Turn-Milling / A. Felusiak-Czyryca, M. Madajewski, P. Twardowski [et al.] // Materials. – 2021. – Vol. 14. – P. 6152.
9. Пятых, А. Повышение производительности и качества обработки отверстий на основе оценки динамики процесса резания / А. Пятых // Вестник Иркутского государственного технического университета. – 2018. – Т. 22. – № 9 (140). – С. 67-81.
10. Nikolaev A. Yu. Simulation of the plain milling process // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 2017. – № 177. – P. 1.
11. Серебренникова, А. Г. Исследование зависимости сил резания от геометрических параметров токарного резца / А. Г. Серебренникова, А. С. Пятых, С. А. Тимофеев // Авиамашиностроение и транспорт Сибири: сборник статей IX Всероссийской научно-практической конференции. – Иркутск: Иркутский национальный исследовательский технический университет, 2017. – С. 241-246.



Муравьев В. И., Бахматов П. В., Григорьев В. В., Солнцева А. В.
V. I. Muravyev, P. V. Bakhmatov, V. V. Grigoriev, A. V. Solntseva

**ПРОЦЕССЫ СТРУКТУРООБРАЗОВАНИЯ ПРИ ВЫСОКОСКОРОСТНОЙ
МЕХАНИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКЕ ПОВЕРХНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ ИЗ ТИТАНОВОГО
СПЛАВА VT20, ОБЕСПЕЧИВАЮЩИЕ НАДЁЖНОСТЬ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ**

**STRUCTURE FORMATION PROCESSES DURING HIGH-SPEED MACHINING OF VT20
TITANIUM ALLOY SURFACE ELEMENTS, ENSURING THE RELIABILITY OF AIRCRAFTS**

Муравьев Василий Илларионович – доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник Комсомольского-на-Амуре государственного университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре). E-mail: vmuravyev@mail.ru.

Vasily I. Muravyev – Doctor of Technical Sciences, Professor, Chief Researcher, Komsomolsk-na-Amure State University (Russia, Komsomolsk-on-Amur). E-mail: vmuravyev@mail.ru.

Бахматов Павел Вячеславович – кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой технологии сварочного и металлургического производства Комсомольского-на-Амуре государственного университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре). E-mail: mim@knastu.ru.

Pavel V. Bakhmatov – PhD in Engineering, Associate Professor, Head of the Department of Technology of Welding and Metallurgical Production, Komsomolsk-na-Amure State University (Russia, Komsomolsk-on-Amur). E-mail: mim@knastu.ru.

Григорьев Владимир Владимирович – аспирант Комсомольского-на-Амуре государственного университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре). E-mail: grigorev.vlv@gmail.com.

Vladimir V. Grigoriev – Post-Graduate Student, Komsomolsk-na-Amure State University (Russia, Komsomolsk-on-Amur). E-mail: grigorev.vlv@gmail.com.

Солнцева Анастасия Вячеславовна – магистр Комсомольского-на-Амуре государственного университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре). E-mail: nastya-kasatyk@mail.ru.

Anastasia V. Solntseva – Master's Degree Student, Komsomolsk-na-Amure State University (Russia, Komsomolsk-on-Amur). E-mail: nastya-kasatyk@mail.ru.

Аннотация. Данная работа посвящена исследованию влияния шероховатости поверхности и насыщенности водородом после высокоскоростного фрезерования (торцевого и цилиндрического) поверхности из сплава VT20 на образование дефектов электронно-лучевой сварки. Выявлено, что параметром шероховатости некорректно оценивать качество механической обработки стыкуемых кромок под сварку, наиболее приемлемым параметром служит насыщенность капиллярно-конденсированной влагой. Исследованием установлены рациональные режимы механической обработки титанового сплава VT20, позволяющие исключить на поверхности стыкуемых кромок капиллярно-конденсированную влагу вплоть до обезводживания поверхности под электронно-лучевую сварку. Установленные режимы механической обработки позволили исключить образование пористости в сварных соединениях. Полученные результаты позволяют рекомендовать принятие завышенных режимов механической обработки к использованию на ПАО ОАК «КнААЗ им. Ю. А. Гагарина» при чистовой обработке стыкуемых под электронно-лучевую сварку кромок из титанового сплава VT20.

Summary. This work is devoted to the study of the effect of surface roughness and hydrogen saturation after high-speed milling (end and cylindrical) of the VT20 alloy surface on the formation of electron beam welding defects. It is revealed that the roughness parameter is incorrect to evaluate the quality of mechanical processing of the joined edges for welding; the most acceptable parameter is the saturation of capillary-condensed moisture. The study established rational modes of mechanical processing of titanium alloy VT20, allowing to exclude capillary-condensed moisture on the surface of the joined edges up to dewatering of the surface for electron beam welding. The established machining modes made it possible to exclude the formation of porosity in welded joints. The results obtained allow us to recommend the adoption of excessive machining modes for use at Branch of PJSC UAC, KoAAP named after Yuri Gagarin during the finishing treatment of edges made of titanium alloy VT20 that are joined for electron beam welding.

Ключевые слова: высокоскоростное фрезерование, VT20, шероховатость, насыщенность водородом.

Key words: high-speed milling, VT20, roughness, hydrogen saturation.

УДК 621.914.1

Титановые сплавы широко используются в авиакосмической промышленности благодаря их уникальным свойствам. Относительно небольшая плотность (значительно легче железа), высокие показатели прочности, жаропрочности (вдвое прочнее железа) и антикоррозионные свойства позволяют уменьшить массу силовых конструкций от 14 до 48 % по сравнению со сталями и алюминиевыми сплавами [1].

Но титановые сплавы менее технологичны по сравнению со сталями и алюминиевыми сплавами из-за целого ряда специфических технологических свойств. Наиболее важными из них являются низкая теплопроводность, высокая химическая активность, ограничение возможности холодной деформации, низкая обрабатываемость резанием, порообразование при сварке.

Скорости резания, применяемые при обработке деталей из титановых сплавов без окисленного газонасыщенного слоя («корки», альфированный слой), в зависимости от их предела прочности в 1,5...4,0 раза ниже скоростей резания, применяемых при обработке деталей из стали 45. При работе по «корке» скорости снижаются соответственно в 2 раза.

Цель настоящего исследования – оценить влияние высокоскоростной механической обработки на структурные изменения и качество поверхности на примере титанового сплава VT20.

Для проведения исследований использовались: вертикально-фрезерный станок BM127M (Россия, Воткинский завод), фрезерный станок DMU 80P3 duoBLOCK (Германия) (см. рис. 1, а, б) и смазочно-охлаждающая жидкость Avantin 361 I-N (CARL BECHEM, Германия).

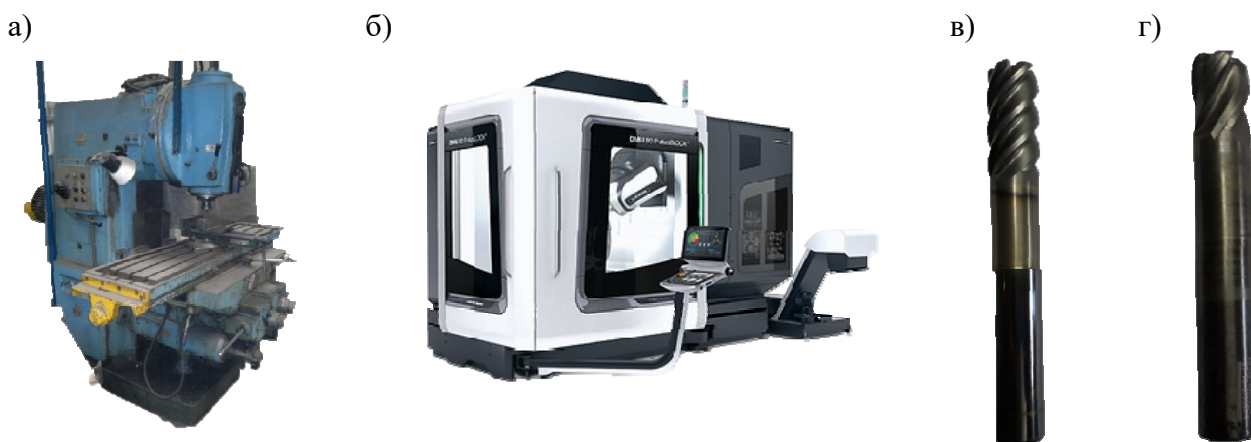


Рис. 1. Станки и инструмент для механической обработки образцов из сплава VT20: а – вертикально-фрезерный станок BM127M; б – фрезерный универсальный станок DMU 80P3 duoBLOCK; в – новый инструмент; г – изношенный инструмент

Обработку резанием плоскости образцов из титанового сплава VT20 производили как цилиндрическим, так и торцевым фрезерованием (см. рис. 2) концевой фрезой MT190VB-016Z16R05-32-L100-T (СКИФ-М, Россия) (см. рис. 1). Химический состав образцов из сплава VT20 представлен в табл. 1. Химический состав определяли на мобильном оптико-эмиссионном анализаторе с искровым источником возбуждения спектра SPECTROMAXx фирмы «Spectro Analytical Instruments» (Германия).

В эксперименте были использованы два образца из сплава VT20 с габаритными размерами 10×20×220. Первый образец обработан с использованием фрезы со сколами на радиусах и режущей части, которая была сдана на списание (изношенный инструмент). Второй образец обработан

новой фрезой без видимых сколов и повреждений (новый инструмент). Режимы резания представлены в табл. 2.

Таблица 1

Химический состав металла заготовок образца из сплава BT20

Материал	Содержание элементов, %						
	Ti	Al	Zr	V	Mo	Fe	H
Заготовки	86,15	6,76	2,48	2,25	1,71	0,16	0,0013
Требования ОСТ 1 90013-81	Основа	5,5...7,0	1,5...2,5	0,8...2,5	0,5...2,0	до 0,25	до 0,015

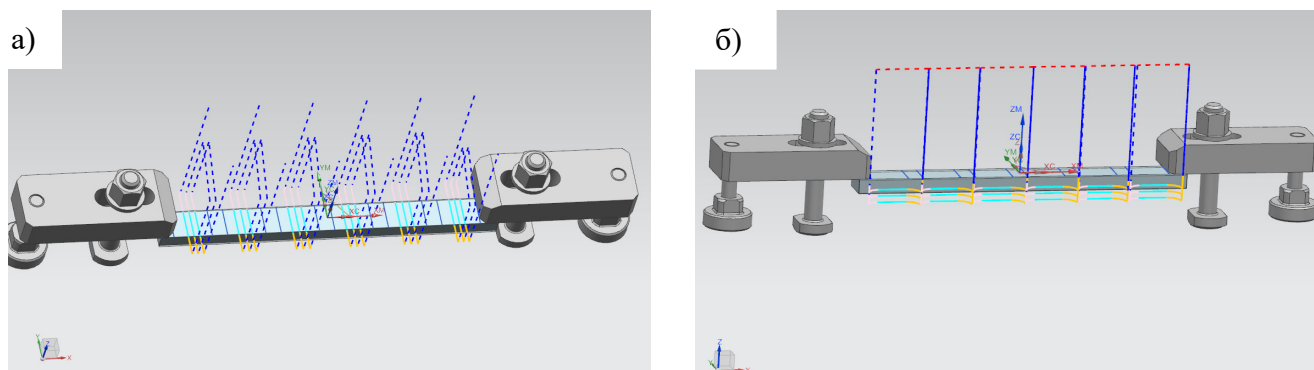


Рис. 2. Обработка резанием плоскости образцов из титанового сплава BT-20:
а – торцевое фрезерование; б – цилиндрическое фрезерование

Таблица 2

Режимы резания образцов из сплава BT20

Режим	Номер прохода					
	1	2	3	4	5	6
Обороты, об/мин	400	500	600	700	800	900
Подача, мм/мин	60	70	80	90	100	110
Скорость резания $V_{рез}$, м/мин	20	25	30	35	40	45

При этом режимы резания с 1-го по 3-й соответствовали режимам традиционной обработки титановых сплавов, а начиная с 4-го и далее соответствовали высокоскоростной обработке по данным каталога СКИФ-М.

Заготовки механически обработанных образцов подвергали исследованиям микроструктуры на оптическом микроскопе Nikon MA200.

Содержание водорода определяли спектральным методом с применением низковольтного и импульсного разряда методом 3 эталонов на спектрографе ИСП51 в соответствии с ОСТ 1 90034-81.

Шероховатость поверхности R_a измеряли на профилометре HOMMEL TESTER T500 (JENOPTIK Industrial Metrology Germany, Германия), рассчитывалось среднее арифметическое по 5 замерам, проведенным перпендикулярно сформированным бороздкам.

Определение микротвёрдости после фрезерования по косому срезу произведено с использованием твердомера Shimadzu HNMV-2.

Насыщенность поверхности капиллярно-конденсированной влагой оценивали по отношению поверхностного содержания водорода к содержанию в основном металле:

$$N = \frac{H_n}{H_o},$$

где H_n – поверхностное содержание водорода; H_o – содержание водорода в основном металле.

Аналитическая оценка традиционной технологии качества механической обработки резанием по параметрам шероховатости (ШП) производится согласно ГОСТ 25142-82. Оценка шероховатости представляет совокупность неровностей поверхностей с относительно малыми шагами выделения на базовой линии (см. рис. 3).

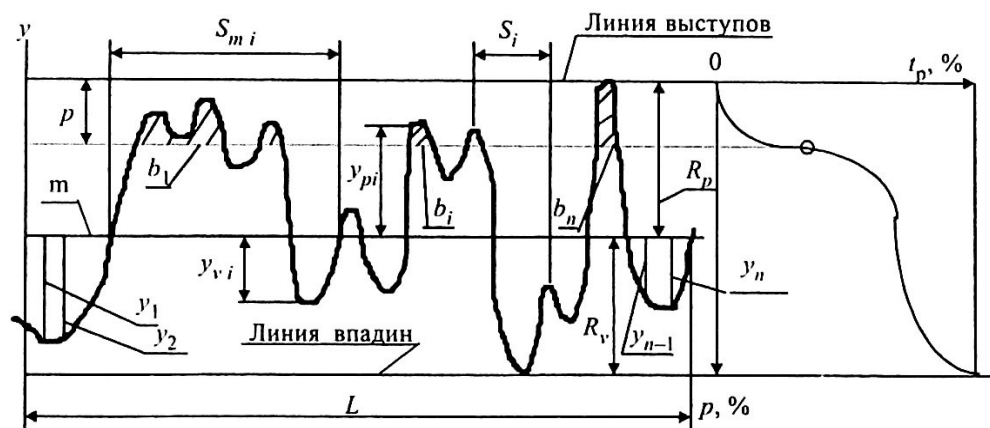


Рис. 3. Параметры ШП

При этом независимо от материала и способа изготовления ШП можно оценивать одним или несколькими параметрами.

Наиболее приемлемый параметр – R_a , поскольку для его определения используется большое число точек реального профиля.

R_a – среднее арифметическое отклонения профиля:

$$R_a = \frac{1}{l} \cdot \int_0^l |y(x)| dx,$$

где $y(x)$ – функция, описывающая профиль, или приближенно:

$$R_a = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n |y_i|,$$

здесь y_i – ординаты профиля от средней линии, измеряемые n раз.

Достижения при некоторых видах обработки фрезерованием составляют:

$R_a = 3,2 \dots 6,3$ мкм – чистовое фрезерование;

$R_a = 0,8 \dots 1,6$ мкм – тонкое фрезерование.

В работе [2, 3] установлено, что при резании конструкционных материалов более 99,5 % резания переходит в тепло. При этом распределение тепла между стружкой, деталью и инструментом зависит от скорости резания. При обработке стали 40Х со скоростью резания 20...50 м/мин в стружку уходит ~ 45 %, в деталь ~ 47 %, в инструмент ~ 4,5 %, а при скорости резания 300 м/мин в стружку уходит ~ 75 % тепла, в деталь и инструмент соответственно 22 и 1,5 %.

Вышеуказанные закономерности распределения тепла на обрабатываемой поверхности металла могут привести к изменению качества поверхностного и приповерхностного слоёв.

Аналитическая оценка качества обрабатываемой поверхности металла позволяет наблюдать зависимость качества от вида и скорости резания при механической обработке по параметрам шероховатости, как показано на примере фрезерования поверхности металла (см. табл. 3).

Но изменения, происходящие в приповерхностном слое механически обработанной поверхности металла, по параметру шероховатости оценить не представляется возможным.

Таблица 3

Типичные параметры ШП после механической обработки фрезерованием плоскости металла

Вид фрезерования	Режимы фрезерования			
	Скорость резания $V_{рез}$, м/мин	Предварительное	Чистовое	Тонкое
		Rz, мкм	Ra, мкм	Ra, мкм
Цилиндрическое	20...50*	20...320	3,2...6,5	1,6...0,8
	120...190**	20...160	2,5...1,25	2,5...0,63
Торцевое	20...50*	20...320	3,2...6,5	1,6...0,8
	120...190**	20...160	2,5...1,25	1,25...0,63

Примечания: * Данные по ГОСТ 25142-82, ** Данные по справочному каталогу СКИФ-М

Обработка металла резанием сопровождается не только изменением тепловых процессов в детали, но и процессами деформации, разрушения и удаления с поверхности части металла. Это приводит к существенному изменению свойств приповерхностного слоя, которое сопровождается уменьшением плотности у поверхности излома за счёт концентрации напряжений от скопления дислокаций около препятствий (например, границы зёрен и др.) и образования субмикропор и субмикротрещин [3].

Таким образом, любой параметр шероховатости, в том числе Ra, не позволяет оценить в тонком приповерхностном слое очаги разрушения в виде субмикротрещин.

Как видно из данных рис. 4 и табл. 2, при традиционных режимах резания сплава ВТ20 наблюдается неравномерное распределение значений шероховатости поверхности (скорости резания $V = 20...30$ м/мин). При переходе к высокоскоростной обработке сплава ВТ20 (скорости резания $V = 35...45$ м/мин) устанавливается практически равномерное распределение параметров шероховатости. При этом необходимо отметить, что при торцевом фрезеровании плоскости сплава ВТ20 показатели шероховатости практически на порядок меньше показателей при цилиндрическом фрезеровании плоскости образцов.

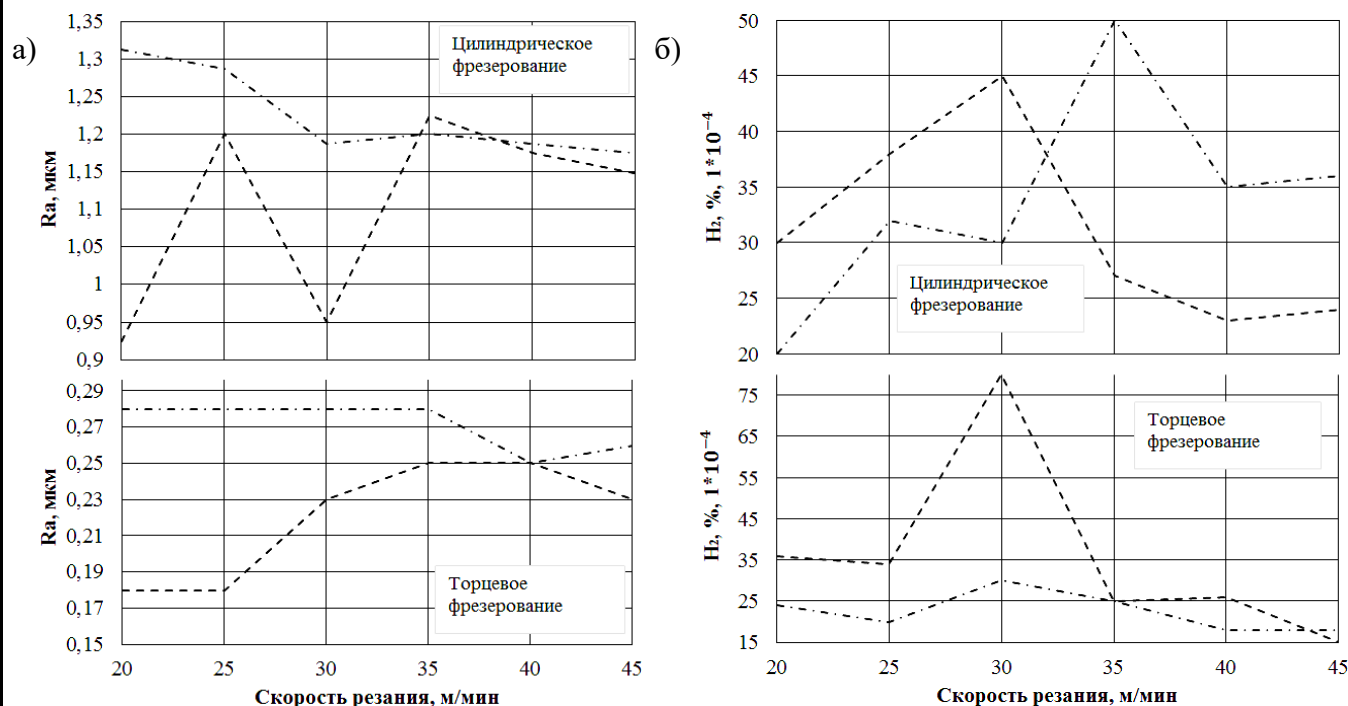


Рис. 4. Влияние режимов механической обработки на шероховатость поверхности (а) и изменение содержания водорода (б) образцов из сплава ВТ20.

--- изношенная фреза; --- новая фреза

Общий вид образцов, обработанных по разным режимам высокоскоростной механической обработки (ВСМ), изображён на рис. 5.

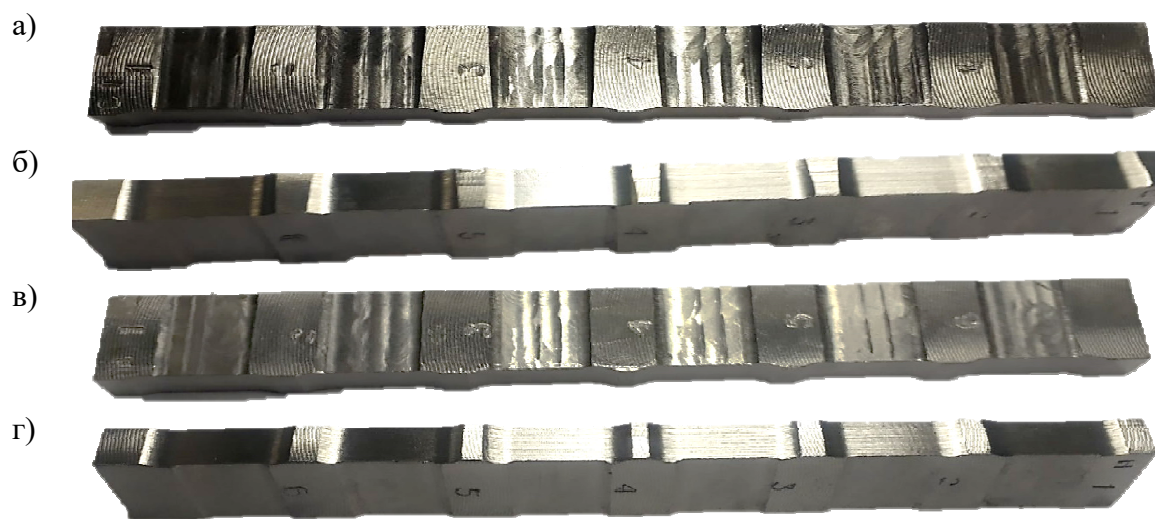


Рис. 5. Вид образцов из сплава ВТ20 после механической обработки фрезерованием: а – торцевым фрезерованием изношенной фрезой; б – цилиндрическим фрезерованием изношенной фрезой; в – торцевым фрезерованием новой фрезой; г – цилиндрическим фрезерованием новой фрезой

Высокая химическая активность титана и его сплавов приводит к конденсации на поверхности загрязнений, физической адсорбции и последующему процессу хемосорбции. Скорость физической адсорбции весьма велика [4], адсорбционное равновесие достигается за считанные секунды (10...12 с), причём 90...95 % адсорбирующего вещества связывается адсорбентом уже за 1...2 с, как и десорбция при нагреве.

Необходимо учитывать, что, помимо адсорбционного процесса, во множестве капиллярных углублений (субмикропор, микротрещин) из-за хорошей смачиваемости поверхности протекают процессы капиллярной конденсации загрязнений (влаги и др.), удаление которых представляет определённую сложность. По расчётам, приведённым в работе [5], для выброса жидкости из капилляров необходима следующая температура: для воды – 100...370 °С, глицерина – 100...320 °С, этилового спирта – 100...260 °С, ацетона – 100...240 °С.

Определение капиллярно-конденсированных загрязнений позволяет более точно оценивать качество поверхности изделий из титановых сплавов после различных технологических операций обработки, в том числе после ВСМО сплава ВТ20. Для этой цели в работе [6] был использован метод спектрального анализа, позволяющий с высокой степенью точности определить насыщенность поверхностного слоя капиллярно-конденсированными загрязнениями. Исследованиями установлено, что высокоскоростная механическая обработка позволяет практически полностью исключить насыщение поверхностного слоя водородом, особенно это касается торцевого фрезерования сплава ВТ20 (см. рис. 4, б). Содержание водорода в основном металле образцов из сплава ВТ20 составляет $H_2 = 0,0013 \%$, а в поверхностном слое $H_2 = 0,0015...0,0017 \%$.

Известно [3], что в титановых сплавах из-за низкой теплопроводности в резец отводится до 20...40 % всей теплоты, соответственно, поверхность практически не прогревается. В титановой стружке аккумулируется максимум тепла, особенно при высокоскоростной обработке. При скоростях 35...45 м/мин и более в зоне резания достигается температура фазового превращения и характер отрыва стружки от детали не сопровождается образованием субмикротрещин, способных насыщаться капиллярной влагой и другими компонентами (см. рис. 4, б; рис. 6).

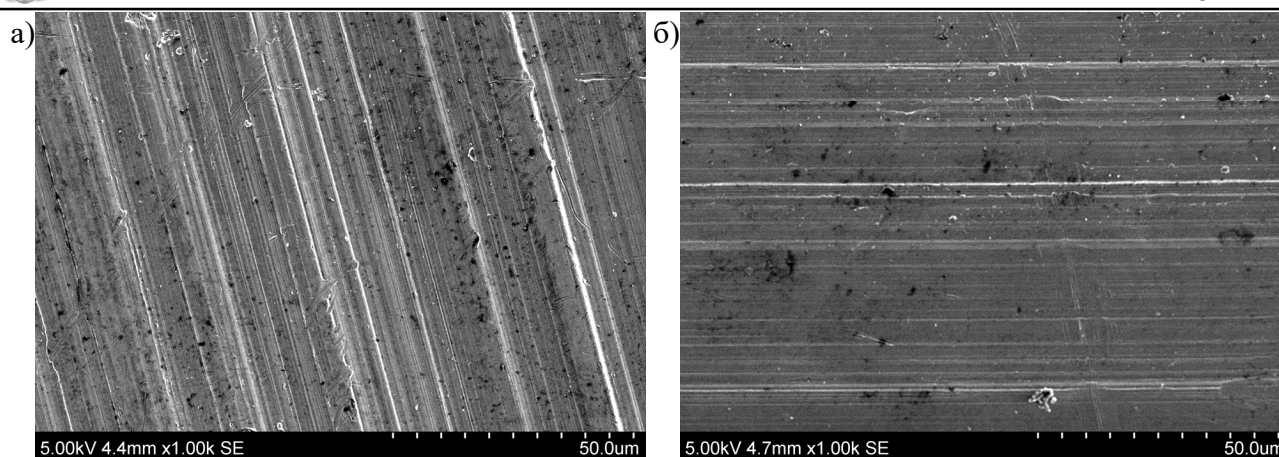


Рис. 6. СЭМ изображения поверхности титанового сплава ВТ20 после торцевого фрезерования (а) и бокового фрезерования (б)

Подтверждением вышесказанного служит анализ микротвёрдости (см. рис. 7) и микроструктуры (см. рис. 8 и 9). В микроструктуре поверхностного слоя сплава ВТ20 как при торцевом фрезеровании (см. рис. 8), так и при цилиндрическом (боковом) фрезеровании наблюдаются следы глобулярного строения зёрен, отличные от вытянутых зёрен основного металла.

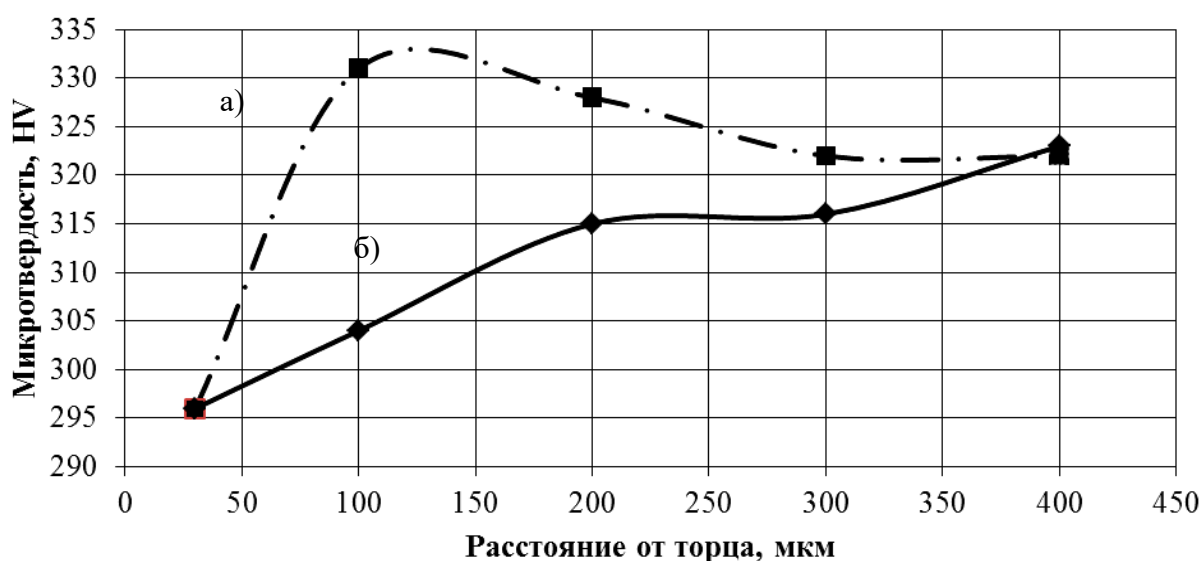


Рис. 7. Микротвёрдость поверхностного слоя после фрезерования сплава ВТ20:
а – торцевое фрезерование, твёрдость в центральной части 322HV;
б – боковое фрезерование, твёрдость в центральной части 321HV

Повышенная микротвёрдость (см. рис. 7) приповерхностного слоя при торцевом фрезеровании по сравнению с цилиндрическим объясняется некоторым упрочнением поверхностного слоя торцевой фрезой после отрыва стружки.

Полученные результаты были апробированы в технологическом процессе электронно-лучевой сварки (ЭЛС) на установке КЛ-144 (КнААЗ им. Ю. А. Гагарина) с учётом опыта [6]. Апробирование произведено на сплаве ВТ20 толщиной 30 мм после высокоскоростной механической обработки заготовок под сварку торцевым и цилиндрическим фрезерованием. После сварки произведён радиографический контроль с использованием аппарата РАП 150/300, недопустимых дефектов, согласно РТМ 1.4.1379-84, не обнаружено. Внешний вид сварного соединения после ЭЛС представлен на рис. 10.

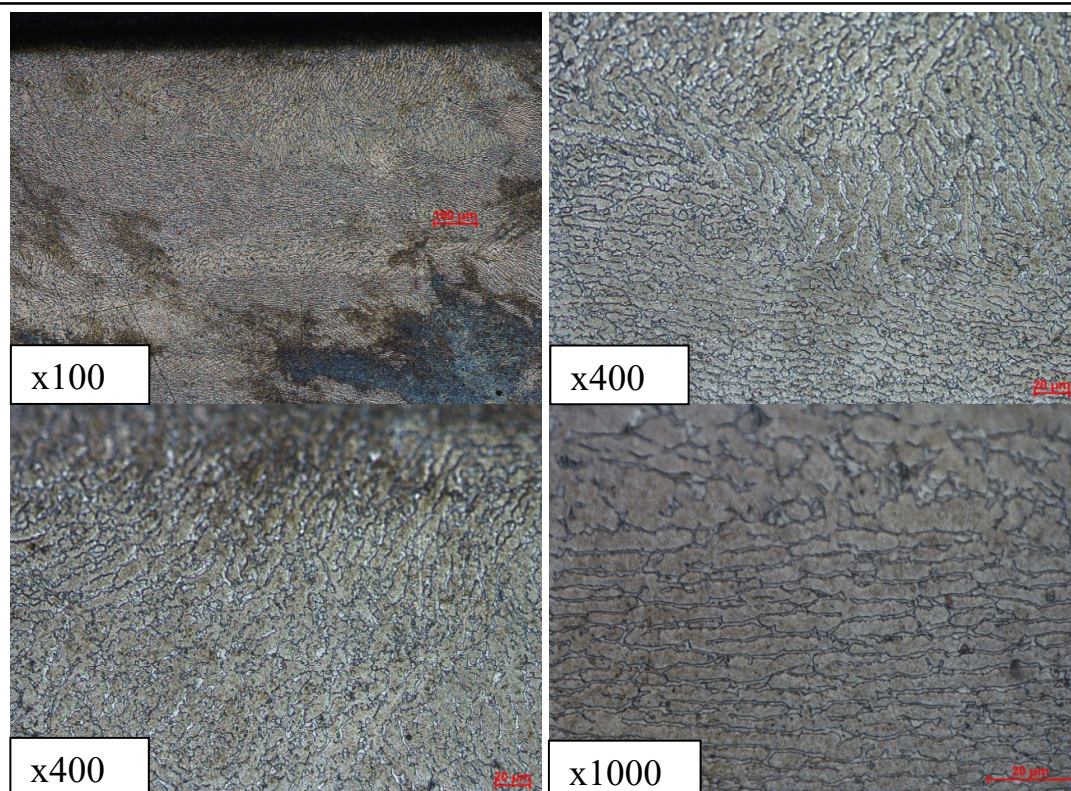


Рис. 8. Микроструктура на разных участках приповерхностного слоя после высокоскоростного фрезерования сплава ВТ20 торцевой поверхностью фрезы

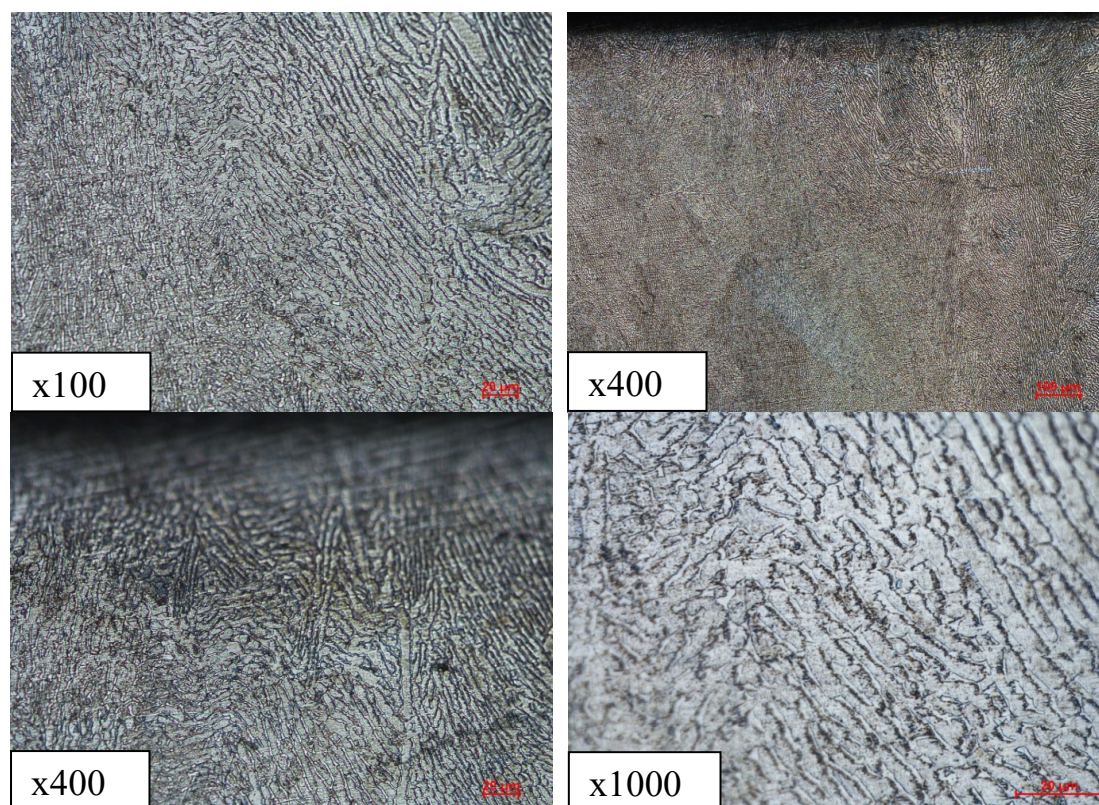


Рис. 9. Микроструктура на разных участках приповерхностного слоя после высокоскоростного фрезерования сплава ВТ20 боковой поверхностью фрезы

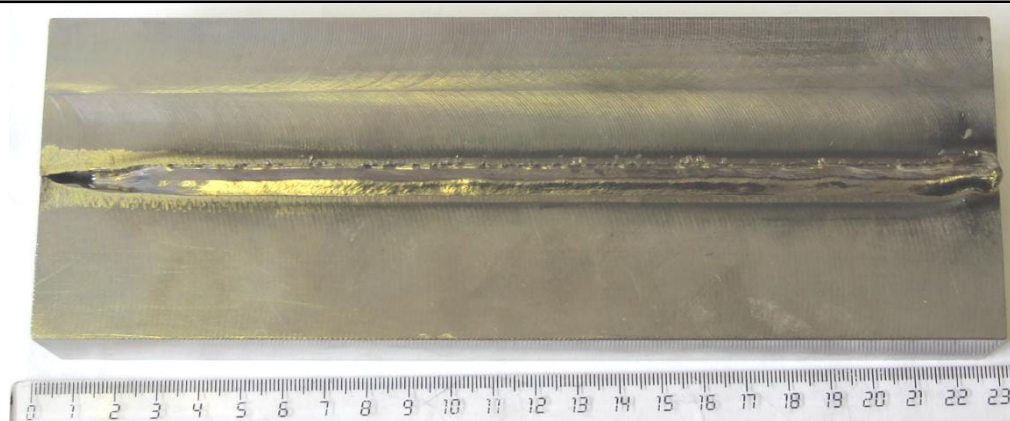


Рис. 10. Внешний вид сварного соединения после ЭЛС

Результатами сравнительных исследований влияния различных режимов механической обработки на образцах установлено существенное различие в показателях качества стыкуемых поверхностей сплава ВТ20. Вышеуказанные обстоятельства позволяют рекомендовать принятие завышенных режимов к использованию на предприятии при чистовой обработке стыкуемых под ЭЛС кромок из титанового сплава ВТ20.

ЛИТЕРАТУРА

1. Эффективность применения титана и его сплавов в авиастроении / А. Г. Братухин, В. И. Муравьев, Б. И. Долотов, Ю. Л. Иванов // *Авиационная промышленность*. – 1997. – № 3-4. – С. 3-9.
2. Резников, А. Н. Теплофизика процессов механической обработки материалов / А. Н. Резников. – М.: Машиностроение, 1981. – 279 с.
3. Кабалдин, Ю. Г. Резание металлов в условиях адиабатического сдвига элемента стружки / Ю. Г. Кабалдин // *Вестник машиностроения*. – 1995. – № 7. – С. 19-25.
4. Пористость при сварке цветных металлов / В. В. Редчиц, В. А. Фролов, В. А. Казаков, В. И. Лукин. – М.: Технология машиностроения, 2002. – 448 с.
5. Ханьжин, П. С. Влияние технологии контроля на выявление дефектов капиллярным методом / П. С. Ханьжин, Л. М. Яблоник // *Дефектоскопия*. – 1980. – № 6. – С. 64-71.
6. Муравьев, В. И. Влияние режимов механической обработки стыкуемых кромок на качество неразъемных соединений, выполненных сваркой плавлением, при сборке титановых конструкций летательных аппаратов / В. И. Муравьев, П. В. Бахматов, В. В. Григорьев // *Известия высших учебных заведений. Машиностроение*. – 2021. – № 6. – С. 67-79.

Потянихин Д. А., Квашнин А. Е.
D. A. Potianikhin, A. E. Kvashnin

**НОВЫЕ КОНСТРУКТИВНЫЕ РЕШЕНИЯ УСТРОЙСТВА ДЛЯ РЕАЛИЗАЦИИ
СОВМЕЩЁННЫХ ПРОЦЕССОВ ЛИТЬЯ И ДЕФОРМАЦИИ МЕТАЛЛОВ**

**NEW CONSTRUCTIVE DECISIONS FOR THE IMPLEMENTATION OF COMBINED
PROCESSES OF CASTING AND DEFORMATION OF METALS**

Потянихин Дмитрий Андреевич – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Авиационное» Комсомольского-на-Амуре государственного университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре). E-mail: potyanikhin@mail.ru.

Dmitrii A. Potianikhin – PhD in Physics and Mathematics, Associate Professor, Aircraft Engineering Department, Komsomolsk-na-Amure State University (Russia, Komsomolsk-on-Amur). E-mail: potyanikhin@mail.ru.

Квашнин Александр Евгеньевич – аспирант Комсомольского-на-Амуре государственного университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре). E-mail: kvashnin_ae@mail.ru.

Alexander E. Kvashnin – Postgraduate Student, Komsomolsk-na-Amure State University (Russia, Komsomolsk-on-Amur). E-mail: kvashnin_ae@mail.ru.

Аннотация. В статье рассматриваются две новые конструктивные схемы литейно-ковочного модуля вертикального типа. Первая модификация имеет кристаллизатор с одним рабочим боковым приводным бойком и упорной водоохлаждаемой вертикальной плитой. Вторая модификация отличается от предшествующих образцов наличием конических выступов в каждом вертикальном бойке, осуществляющем продвижение деформируемого образца в вертикальном направлении. Обсуждаются преимущества новых конструктивных решений по сравнению с известными. Описывается технический результат, получаемый при осуществлении заявляемых устройств.

Summary. The article discusses 2 new design schemes of a vertical type casting and forging module. The first modification has a mold with one working lateral drive head and a water-cooled vertical plate. The second modification differs from the previous samples by the presence of conical protrusions in each vertical striker, which advances the deformable sample in the vertical direction. The advantages of new design solutions in comparison with the known ones are discussed. The technical result obtained in the implementation of the claimed devices is described.

Ключевые слова: литейно-ковочный модуль, кристаллизатор, кристаллизующийся металл, деформация заготовки.

Key words: casting and forging module, crystallizer, crystallizing metal, workpiece deformation.

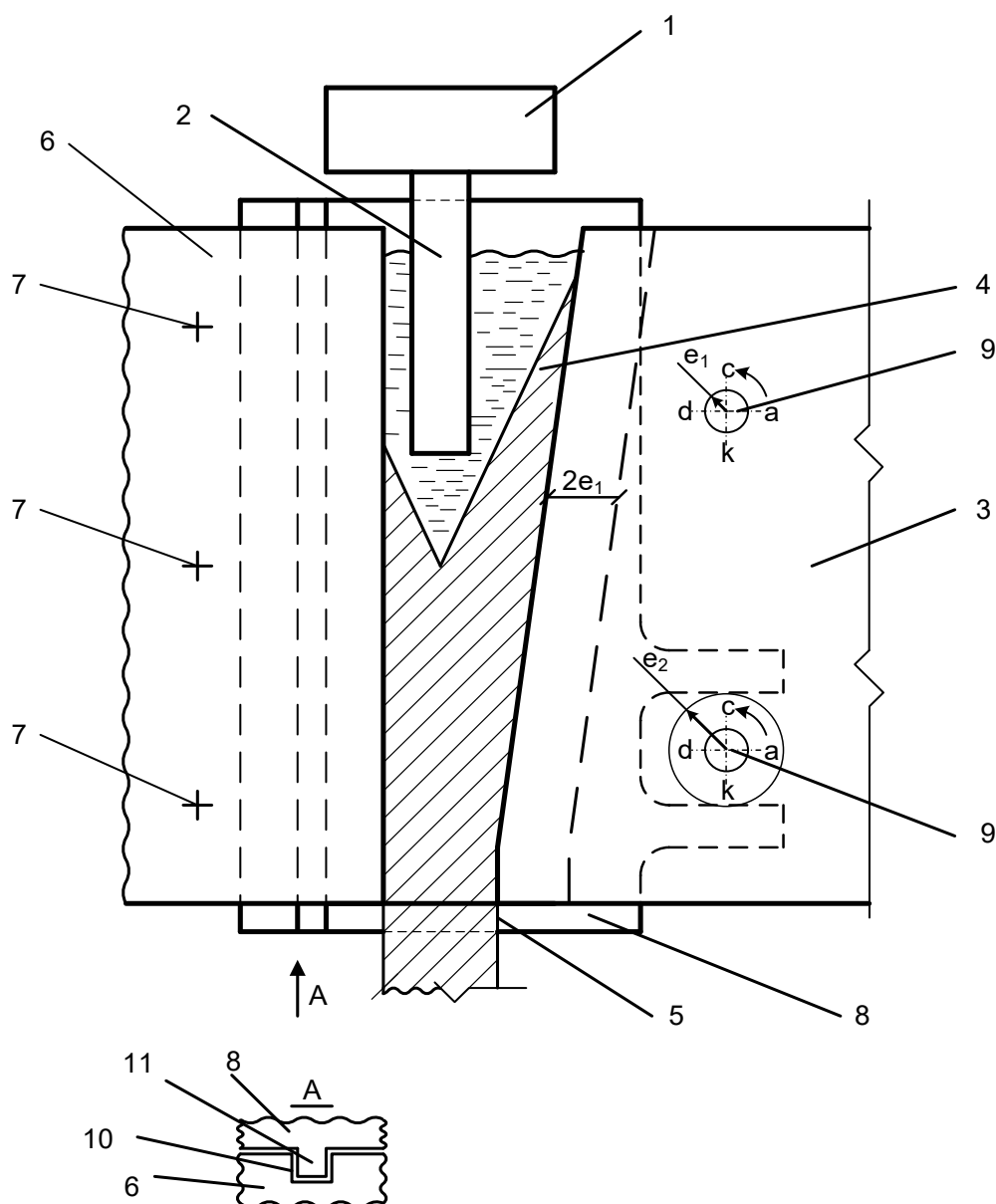
УДК 621.7.075

Авторы выражают благодарность профессорам В. И. Одинокovu, А. И. Евстигнееву и Э. А. Дмитриеву.

Изобретение В. И. Одинокова [1] послужило началом цикла экспериментальных и теоретических работ по исследованию совмещённых процессов литья и деформирования металлов в заданный профиль, реализованных конструктивно в одном устройстве. На данный момент описаны десятки модификаций устройства, все технические решения которых защищены патентами Российской Федерации. В настоящей работе предлагается две новых модификации литейно-ковочного модуля вертикального типа [2; 3].

Структурная схема первой модификации [2] показана на рис. 1. В качестве прототипа было выбрано устройство [4]. Его кристаллизатор тоже состоит из двух бойков, на первом из которых

торцевая поверхность выполнена вертикальной, а на втором – в виде наклонного и вертикального участков, и пары боковых вертикальных стенок. Его отличие от предлагаемого варианта состоит в том, что составной кристаллизатор крепится на четырёх приводных валах, но вертикальный боёк неподвижен и посажен на приводные валы с помощью цилиндрических втулок. Валы, на которые посажен неприводной боёк, и редуктор, передающий на них вращение от двигателя, составляют значительную долю стоимости изделия. Поэтому в предлагаемой модификации неподвижный боёк закреплён на штангах.



- 1 – разливочный ковш; 2 – погружной стакан; 3 – вертикальный кристаллизатор, включающий боковой боёк; 4 – вертикальный кристаллизатор с наклонным участком; 5 – калибрующий участок; 6 – водоохлаждаемая плита; 7 – штанги; 8 – рабочие стенки; 9 – нижний приводной вал с эксцентриками; 10 – пазы; 11 – выступы

Рис. 1. Схема конструкции литейно-ковочного модуля вертикального типа с неподвижной плитой

Уменьшение количества приводных эксцентриковых валов в два раза существенно упрощает конструкцию передающего редуктора и, следовательно, его металлоёмкость и энергоёмкость.

Другая конструктивная особенность нового устройства состоит в том, что неподвижная плита спроектирована как водоохлаждаемая, что увеличивает скорость кристаллизации расплава металла. Повышение эффективности теплоотвода от кристаллизующегося металла к кристаллизатору за счёт водоохлаждаемых рабочих вставок на подвижных бойках уже было ранее описано в работе [5]. Водоохлаждаемая плита имеет с боковых сторон вертикальные пазы, а вертикальные стенки в плоскости соприкосновения с плитой имеют выступы, обеспечивающие строго вертикальное перемещение вертикальных стенок кристаллизатора. Локальный вид фрагмента зацепления стенок приведён на рис. 1 по стрелке «А».

Технический результат, получаемый при осуществлении заявляемого устройства, заключается в уменьшении габаритов устройства и редуктора, передающего вращение от двигателя валам устройства.

При работе устройства расплав металла попадает из разливочного ковша 1 с погружным стаканом 2 в составной вертикальный кристаллизатор, включающий боковой боёк 3 с наклонным участком 4 и калибрующим участком 5, водоохлаждаемую плиту 6, крепящуюся на боковых стойках станины на штангах 7, и пару рабочих стенок 8, приводящихся в движение от нижнего приводного вала 9 с эксцентриками e_2 . Попадая в кристаллизатор, жидкий металл охлаждается за счёт отвода тепла водоохлаждаемыми частями. Боковой боёк 3 приводится в движение от приводных валов 9 с эксцентриком e_1 . Водоохлаждаемая плита 6 имеет с боковых сторон пазы 10, а подвижные стенки 8 имеют выступы 11 в плоскостях соприкосновения с плитой 6.

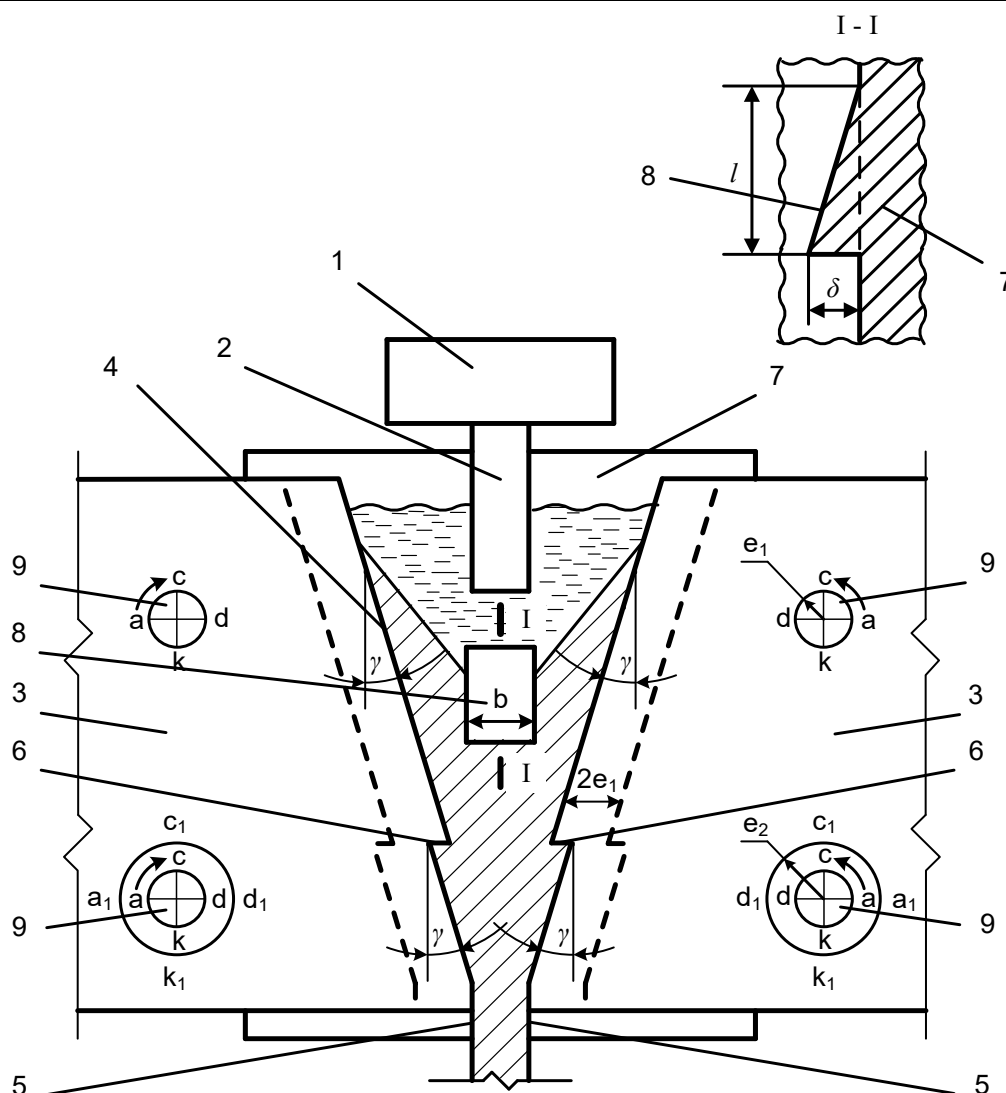
При повороте эксцентриковых валов 9 боковой боёк 3 совершает вращательное движение и сближается с плитой 6, деформируя закристаллизовавшийся металл. Так как шероховатая плита неподвижна, при перемещении бойка 3 в металле будут возникать значительные касательные напряжения, которые наряду с нормальными напряжениями способствуют глубокой проработке литого металла и залечивают имеющиеся дефекты (раковины, трещины и др.). Стенки 8 при этом приводятся в движение от нижнего приводного вала 9, увлекая закристаллизовавшуюся заготовку.

Численное моделирование деформации металла на литейно-ковочном модуле с одним неподвижным вертикальным рабочим бойком по сравнению с ранее известной конструкцией показало эффективность новой конструкции [6].

Структурная схема второй предлагаемой модификации [3] показана на рис. 2. В качестве прототипов для неё были выбраны устройства [7; 8]. В них также применяются уступы 6 (см. рис. 2) на каждом наклонном рабочем бойке. Это обеспечивает кинематически более стабильную работу устройства за счёт того, что при деформации закристаллизовавшегося металла наклонными участками бойков силы трения на них оказываются больше, чем силы трения на вертикальных плитах, перемещающихся по кинематике процесса вверх и старающихся увлечь за собой деформируемый наклонными бойками металл.

В предлагаемом устройстве каждый из боковых вертикальных бойков 7 в центральной части поверхности имеет конический выступ 8. При перемещении вертикальных бойков вниз при разведении боковых бойков происходит, совместно с подачей заготовки вниз, деформация металла выступами на вертикальных бойках, осуществляя тем самым дополнительную деформацию периферийных участков заготовки, что способствует получению качественной структуры боковых участков заготовки и полному заполнению фигурного паза (если таковой имеется по технологии).

На рис. 2 приведён внешний вид устройства (сечение в вертикальной плоскости симметрии) и локальное сечение I – I. Здесь b – ширина выступа, l – длина, δ – размер выступа.



1 – разливочный ковш; 2 – погружной стакан; 3 – вертикальный кристаллизатор, включающий два боковых бойка; 4 – наклонные участки кристаллизатора; 5 – калибрующие участки; 6 – уступы; 7 – вертикальные бойки; 8 – выступы; 9 – приводные эксцентриковые валы

Рис. 2. Схема конструкции литейно-ковочного модуля вертикального типа с коническим выступом в центральной части

Приведённые технические решения могут существенно повысить эффективность проработки металла и качество получаемых металлоизделий при деформировании металлов в заданный профиль. За счёт создания подпора движению металла увеличиваются сдвиговые деформации, тем самым способствуя более интенсивному залечиванию возможных дефектов сплошности заготовки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Патент № 2041011 С1 Российская Федерация, МПК В22D 11/051, В22D 11/04. Устройство для непрерывного литья заготовок: № 92007791/02: заявлено 24.11.1992: опубликовано 09.08.1995 / Одинокое В. И.; заявитель Институт машиноведения и металлургии Дальневосточного отделения РАН. – 8 с.
2. Патент № 2769679 С1 Российская Федерация, МПК В22D 11/051. Устройство для получения непрерывнолитых деформированных заготовок: № 2021123605: заявлено 05.08.2021: опубликовано 05.04.2022 / Одинокое В. И., Евстигнеев А. И., Дмитриев Э. А., Потянихин Д. А., Лошманов А. Ю., Квашнин А. Е.; заявитель ФГБОУ ВО «КНАГУ». – 7 с.

3. Патент № 2775387 С1 Российская Федерация, МПК В22D 11/04 (2006.01). Устройство для получения непрерывно-литых деформированных заготовок: № 2021123606: заявлено 05.08.2021: опубликовано 30.06.2022 / Одинок В. И., Евстигнеев А. И., Дмитриев Э. А., Потянихин Д. А., Лошманов А. Ю., Квашнин А. Е.; заявитель ФГБОУ ВО «КНАГУ». – 7 с.
4. Патент № 2463126 С1 Российская Федерация, МПК В22D 11/00. Устройство для непрерывного литья и деформации металла: № 2011114091/02: заявлено 11.04.2011: опубликовано 10.10.2012 / Черномас В. В., Одинок В. И., Саликов С. Р.; заявитель Учреждение Российской академии наук Институт машиноведения и металлургии Дальневосточного отделения РАН. – 7 с.
5. Патент № 2678719 С1 Российская Федерация, МПК В22D 11/04. Устройство для получения непрерывно-литой деформированной заготовки: № 2018112511: заявлено 06.04.2018: опубликовано 31.01.2019 / Одинок В. И., Дмитриев Э. А., Евстигнеев А. И., Туев М. Ю.; заявитель ФГБОУ ВО «КНАГУ». – 7 с.
6. Математическое моделирование процесса деформации металла на литейно-ковочном модуле с изменённым приводом боковых бойков / В. И. Одинок, Э. А. Дмитриев, А. И. Евстигнеев [и др.] // Математическое моделирование и численные методы. – 2021. – № 3 (31). – С. 3-23.
7. Патент № 2699889 С1 Российская Федерация, МПК В22D 11/04 (2006.01). Устройство для получения непрерывнолитой деформируемой заготовки: № 2019118515: заявлено 14.06.2019: опубликовано 11.09.2019 / Одинок В. И., Дмитриев Э. А., Евстигнеев А. И., Одинок Л. Ю.; заявитель ФГБОУ ВО «КНАГУ». – 8 с.
8. Патент № 2727135 С1 Российская Федерация, МПК В22D 11/04 (2006.01). Устройство для получения непрерывно-литой деформируемой заготовки: № 2019133089: заявл. 16.10.2019: опубл. 20.07.2020 / Одинок В. И., Дмитриев Э. А., Евстигнеев А. И., Одинок Л. Ю., Кузнецов С. А.; заявитель ФГБОУ ВО «КНАГУ». – 7 с.



Жилин С. Г., Богданова Н. А., Комаров О. Н.
S. G. Zhilin, N. A. Bogdanova, O. N. Komarov

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ КВАЗИСТАТИЧЕСКОГО И ИМПУЛЬСНОГО РЕЖИМОВ УПЛОТНЕНИЯ ВОСКООБРАЗНЫХ ПОРОШКОВЫХ СРЕД

COMPARATIVE ANALYSIS OF THE RESULTS OF THE QUASI-STATIC AND PULSE MODES OF COMPACTION OF WAXY POWDER MEDIA

Жилин Сергей Геннадьевич – кандидат технических наук, доцент, ведущий научный сотрудник Института машиноведения и металлургии Дальневосточного отделения Российской академии наук (Россия, Комсомольск-на-Амуре). E-mail: sergeyzhilin1@rambler.ru.

Sergey G. Zhilin – PhD in Engineering, Leading Researcher, Institute of Machinery and Metallurgy, Far-Eastern Branch of Russian Academy of Sciences (Russia, Komsomolsk-on-Amur). E-mail: sergeyzhilin1@rambler.ru.

Богданова Нина Анатольевна – младший научный сотрудник Института машиноведения и металлургии Дальневосточного отделения Российской академии наук (Россия, Комсомольск-на-Амуре). E-mail: joyful289@inbox.ru.

Nina A. Bogdanova – Junior Researcher, Institute of Machinery and Metallurgy, Far-Eastern Branch of Russian Academy of Sciences (Russia, Komsomolsk-on-Amur). E-mail: joyful289@inbox.ru.

Комаров Олег Николаевич – кандидат технических наук, доцент, директор Института машиноведения и металлургии Дальневосточного отделения Российской академии наук (Россия, Комсомольск-на-Амуре). E-mail: olegnikolaevitsch@rambler.ru.

Oleg N. Komarov – PhD in Engineering, Associate Professor, Director of Institute of Machinery and Metallurgy, Far-Eastern Branch of Russian Academy of Sciences (Russia, Komsomolsk-on-Amur). E-mail: olegnikolaevitsch@rambler.ru.

Аннотация. Формирование высокоточной геометрии и качества поверхности металлических заготовок, не нуждающихся в дополнительной механической обработке, в современных условиях обеспечивается реализацией специальных производственных процессов, среди которых литьё по выплавляемым моделям является одним из наиболее распространённых. При всех очевидных преимуществах к недостаткам данного метода следует отнести ряд неопределённостей, связанных со сложностью прогнозирования геометрии воскообразных выплавляемых моделей ввиду теплофизических особенностей процессов, сопровождающих их формирование. Установлено, что вероятность появления усадки материала таких моделей снижается при наличии пористости в их структуре. Формирование пор – самопроизвольный процесс, обусловленный внешним силовым воздействием на порошок воскообразной модельной массы, помещённый в пресс-матрицу. В ходе ряда экспериментов установлено, что технологически приемлемым является уровень пористости, соответствующий значениям плотности воскообразного модельного материала, меньшим на 8...12 %, чем его плотность, характерная для литого состояния. Применение пористых выплавляемых моделей, полученных таким способом, позволяет устранить не только явление усадки, но и повысить трещиностойкость оболочковых форм за счёт отсутствия термомеханических воздействий на их внутренние стенки на стадиях удаления модельной массы из форм. Недостатком такого способа является наличие упругого отклика уплотняемого материала, что может привести к увеличению размеров прессовки на 0,7...1,5 % и 0,4...0,7 % соответственно в продольном и поперечном направлениях прессования. Управление величиной упругого отклика видится в рациональном подходе к выбору скорости прессования, определяющей ряд теплофизических явлений, сопровождающих этот процесс. В этой связи интерес представляют значения упругого отклика воскообразного порошкового тела, уплотняемого в условиях широкого диапазона скоростей деформирования – от квазистатического до импульсного. В настоящей работе представлено сравнение экспериментальных зависимостей значений упругого отклика прессовок, полученных при различных режимах деформирования.

Summary. The formation of high-precision geometry and surface quality of metal blanks that do not require additional machining is ensured in modern conditions by the implementation of special production processes, among which investment casting is one of the most common. With all the obvious advantages, the disadvantages of this method include a number of uncertainties associated with the complexity of predicting the geometry of waxy investment models due to the thermophysical features of the processes that accompany their formation. It has been established that the probability of shrinkage of the material of such models decreases in the presence of porosity in their structure. The formation of pores is a spontaneous process caused by an external force action on the powder of a waxy model mass placed in a press matrix. In the course of a series of experiments, it was found that the level of porosity corresponding to the values of the density of the waxy model material, which is 8-12% less than its density characteristic of the cast state, is technologically acceptable. The use of porous investment models obtained in this way makes it possible to eliminate not only the phenomenon of shrinkage, but also to increase the crack resistance of shell molds due to the absence of thermomechanical effects on their inner walls at the stages of removing the model mass from the molds. The disadvantage of this method is the presence of an elastic response of the compacted material, which can lead to an increase in the size of the compact by 0.7-1.5 % and 0.4-0.7 %, respectively, in the longitudinal and transverse directions of pressing. The control of the elastic response value is seen in a rational approach to the choice of pressing speed, which determines a number of thermophysical phenomena accompanying this process. In this regard, of interest are the values of the elastic response of a waxy powder body compacted under conditions of a wide range of strain rates, from quasi-static to pulsed. This paper presents a comparison of the experimental dependences of the values of the elastic response of compacts obtained under different deformation modes.

Ключевые слова: квазистатическое уплотнение, импульсное силовое воздействие, напряжённо-деформированное состояние, пористость, воскообразный материал, порошковые среды, пресс-форма, начальная упаковка компонентов.

Key words: quasi-static seal, pulsed force, stress-strain state, porosity, waxy material, powder media, mold, initial packaging of components.

УДК 621.74.045:53.09

Работа выполнена в рамках государственного задания ХФИЦ ДВО РАН.

Введение. Технологические аспекты играют важную роль в эффективности физико-технических приёмов обработки материалов и направлены преимущественно на достижение качества формируемых изделий конструкционного назначения в увязке с приемлемым уровнем материальных и энергетических затрат. Отмеченная проблема особенно актуальна для многооперационных последовательно осуществляемых процессов, направленных на получение деталей сложной геометрии с высоким уровнем требований, предъявляемых к точности. Целям обеспечения машиностроения такими изделиями в значительной мере отвечает метод литья по выплавляемым моделям, позволяющий получать отливки различной конфигурации, в том числе с поверхностями, в ряде случаев не требующими механической обработки [1; 2]. Наряду с очевидными преимуществами у рассматриваемого метода есть и недостатки, среди которых, с одной стороны, многооперационность технологической последовательности получения отливок и относительно высокая стоимость материалов, с другой – существенная зависимость от теплофизических условий формирования изделий на промежуточных стадиях. К последнему фактору стоит отнести, например, усадочные процессы, характерные для выплавляемых моделей, формируемых заливкой в пресс-форму модельной массы [3], её проникновение в керамическую оболочку на стадии выплавления и температурное расширение на стадии прокаливания. Значения объёмной усадки выплавляемой модели и её термического расширения при нагревании может достигать 10...14 %. В совокупности отмеченные недостатки приводят к значительному повышению стоимости конечных изделий и определяют необходимость поиска вариантов сокращения издержек.

Исследованиями установлена предпочтительность использования выплавляемых моделей, получаемых прессованием порошковых модельных композиций без подведения внешних источ-



ников тепла [4]. Процесс формирования таких выплавляемых моделей обуславливает наличие в их структуре пор, что делает значение их плотности на 8...12 % меньше, чем плотность литой выплавляемой модели. Поверхность пористых прессованных моделей отличается отсутствием внешних усадочных дефектов. Эффект от наличия пор в структуре прессованных моделей наблюдается на стадиях удаления модельной массы из керамических оболочковых форм и на этапе прокаливания, обуславливая высокую трещиностойкость последних [5]. Однако повышению точности размеров конечного литья, позволяющему полностью устранить из технологической последовательности операции механического устранения припусков, мешает упругий отклик модельного материала, возникающий в результате его запрессовки [6]. Величина упругого отклика прессованной пористой выплавляемой модели определена серией предварительных экспериментов и составляет 0,4...1,2 % от линейных размеров изделия. При этом определяющим фактором такого диапазона значений упругого отклика стала скорость деформирования порошкового тела, на которую оказала влияние скорость перемещения пресс-пуансона в интервале значений 15...90 мм/мин в ходе уплотнения.

В результатах исследований, опубликованных отечественными и зарубежными учёными, представлены сведения о процессах уплотнения металлических порошков [7] и полимерных материалов [8] в режимах уплотнения, характерных для скоростей перемещения пуансонов стандартного гидравлического или механического прессового оборудования. Очевидно, что скорость деформирования оказывает существенное влияние на результат уплотнения, а именно на конечную геометрию прессовки. Так, например, при одноосном магнитно-импульсном уплотнении наноразмерных порошков оксида алюминия достигаются более высокие значения плотности прессовок [9]. Закономерности ударно-волнового уплотнения удаётся проследить и в условиях высокоскоростного взрывного нагружения металлических и керамических порошков [10].

Однако ввиду того, что воскообразные модельные материалы не являются конструкционными, использование известных методов и подходов к прогнозированию свойств прессовок из них в стационарных и ударно-волновых режимах на основании «шаблонных» сведений представляется весьма затруднительной задачей. Решение проблемы видится в экспериментальном определении результатов уплотнения порошковых воскообразных тел в широком диапазоне скоростей нагружения – от квазистатического до импульсного. Результатом нагружений в нашем случае становится величина упругого отклика прессовки после снятия нагрузки. Полученные в ходе экспериментального исследования сведения направлены на предотвращение влияния релаксационных процессов на конечные размеры и форму прессовок из воскообразных модельных материалов, что обуславливает актуальность таких сведений для использования в условиях промышленного производства.

Цели и задачи. Целью работы является сравнительный анализ результатов экспериментального определения геометрических параметров прессовок, полученных в условиях одноосного вертикального нагружения в жёсткой матрице из порошков воскообразных модельных материалов при различных режимах деформирования.

В рамках поставленной цели решались следующие задачи:

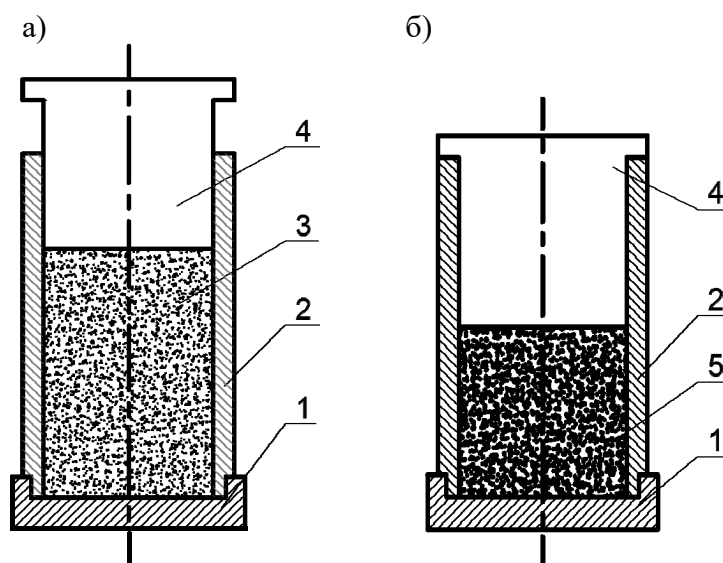
- обоснование выбора режимов, определяющих скорости деформирования уплотняемых порошковых сред и методов их осуществления;
- регистрация параметров нагружения уплотняемого материала при различных режимах его деформирования;
- определение наиболее приемлемого режима деформирования в аспекте достижения минимальных значений упругого отклика уплотнённого материала порошкового тела.

Методы и материалы. В качестве испытуемого материала выбран наиболее распространённый компонент воскообразных модельных масс – парафин марки Т1, отвечающий требованиям ГОСТ 23683-89 «Парафины нефтяные твёрдые. Технические условия». Экспериментально определённая плотность очищенного парафина при 15 °С марки Т1 с учётом распределённой пористости, образующейся при свободной заливке, составляет 0,86 г/см³.

Серией предварительных экспериментов получены результаты влияния скорости деформирования воскообразного порошкового тела на величину упругого отклика получаемой в ходе уплотнения прессовки [11]. Скорость деформирования порошкового тела в этих экспериментах зависела от перемещения прессующего поршня. Установлено, что в процессе уплотнения в экспериментальной оснастке порошков фракций 0,63 мм при скорости перемещения прессующего поршня 1 мм/с скорость деформирования составила 0,95 мм/с. При этом в ходе прессования были достигнуты условия, при которых пористость конечной прессовки составляла 10 %, т. е. её плотность составила 774 г/см^3 , а величина упругого отклика не превышала 0,2 %.

Поставленная задача была реализована при помощи тестовой испытательной машины AG-X plus Shimadzu, на поверхность рабочего стола которой устанавливалась цилиндрическая пресс-форма, выполненная из стали 45 с внутренним диаметром 50,15 мм и толщиной стенки 4 мм. Такой запас конструкционной прочности пресс-формы обеспечивает достоверность получаемых в ходе эксперимента результатов, позволяя пренебречь её деформацией при уплотнении порошковых тел, состоящих из фракций воскообразных материалов. Схема последовательности операций деформирования воскообразного порошкового тела в жёсткой цилиндрической пресс-матрице представлена на рис. 1, а (до начала перемещения пресс-пуансона) и рис. 1, б (финальная стадия уплотнения). Температура воздуха в помещении составляла 20 °С. В эксперименте использована фракция 0,63 мм материала Т1.

Для визуального наблюдения изменения фронта уплотнения воскообразного порошкового материала от скорости его деформирования последний помещали в пресс-форму таким образом, чтобы каждые 10 % навески уплотняемого порошка были разделены поверхностью из измельченного графита фракцией не более 0,063 мм.



1 – опорная плита; 2 – цилиндрический канал; 3 – порошковое тело;
4 – подвижный пресс-пуансон; 5 – прессовка

Рис. 1. Схема устройства пресс-матрицы для уплотнения порошковых тел

Технические характеристики испытательной машины AG-X plus Shimadzu позволяют обеспечить точность деформации в интервале значений 0...10 мм с отклонением не более 0,03 % при интервале значений нагрузок 0...100 кН. Такие характеристики позволяют осуществить эксперимент в квазистатическом режиме, когда уплотнение происходит под действием заданной постоянной нагрузки до формирования прессовки с пористостью 10 %. В этой связи становится возможным проследить уплотнение порошкового тела в интервале скоростей от квазистационарного ре-

жима до 10 мм/с с итерацией 1 мм/с. В эксперименте регистрация значений нагрузки при уплотнении начинается с начала деформации всего объёма порошкового тела.

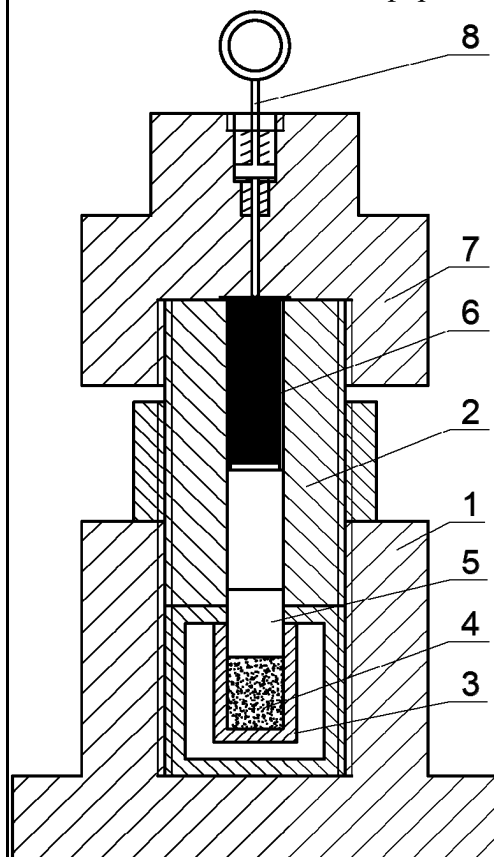


Рис. 2. Схема устройства для реализации импульсного уплотнения порошковых тел:
1 – станина; 2 – цилиндрический канал; 3 – пресс-матрицы;
4 – порошок воскообразного материала; 5 – подвижный пресс-пуансон; 6 – заряд;
7 – крышка; 8 – боёк

Для обеспечения условий импульсного уплотнения воскообразного порошкового тела было рассчитано и изготовлено устройство, схема которого представлена на рис. 2. Устройство позволяет уплотнять пластические смеси взрывом, сообщая последним некоторое количество энергии при ударе до формирования прессовок конечной длины. При расчёте, проектировании и изготовлении устройства в качестве заряда использовали порох бездымный марки «Соккол» с выделением газов до 1 м³/кг, температурой горения $T = 2500^\circ\text{C}$ и насыпной плотностью 510 кг/м³. Массу бойка принимали в зависимости от диаметра и длины ствола, представляющего собой однослойную трубку.

Расчёт устройства и параметров прессования выполняли с использованием теории малых деформаций по методу, приведённому в [12]. Расчётное давление в объёме, заключённом в камере ствола, составило 500 Н/мм². Сила, с которой пороховые газы воздействуют на ударник, составила 628 кН.

Результаты и обсуждение. По завершении процесса уплотнения порошковых воскообразных тел и формирования прессовок с пористостью 10 % их размеры регистрировались при помощи цифрового регистратора DIN 863 Vogel, обеспечивающего точность измерения 0,001 мм.

В ходе эксперимента установлено, что поверхности прессовок, формируемых в динамическом импульсном режиме, характеризуются наличием сетки крупных трещин, как представлено на рис. 3, а. Безусловно, нагрузки при таком динамическом воздействии, возникающие в начале фронта уплотнения, не позволяют завершиться фазе перераспределения частиц в объёме материала прессовки, и пластическая деформация охватывает локальные участки порошкового тела, что приводит к высоким значениям упругого отклика материала и в конечном итоге к разрушению изделия после снятия нагрузки. По окончании визуального осмотра прессовок находили значение величины

упругого последействия из выражений

$$O_{\Pi} = \frac{(d_{\Pi} - d)}{d_{\Pi}} \cdot 100\%, \quad O_B = \frac{(h_B - h)}{h_B} \cdot 100\%,$$

где O_{Π} , O_B – величина упругого последействия в поперечном сечении прессовки (п) и вдоль оси прессования (в) соответственно, %; d и d_{Π} – контролируемые размеры внутреннего диаметра пресс-формы и внешнего диаметра прессовки соответственно, мм; h и h_B – контролируемые размеры внутренней высоты пресс-формы и внешней высоты прессовки соответственно, мм.

Параметры процессов уплотнения прессовок и значения величин их упругого последействия сведены в табл. 1.

Из анализа данных, представленных в табл. 1, видно, что квазистатический режим уплотнения обеспечивает такой режим пластической деформации порошкового тела, при котором значения разгрузки материала прессовки в её продольном и поперечном направлениях стремятся к нулю. Такой режим уплотнения позволяет напряжениям, возникающим в процессе деформации,

релаксировать практически во всём объёме прессовки преимущественно за счёт пор в её структуре. Однако значительная продолжительность такого процесса уплотнения представляется технологически нецелесообразной. Значения O_{Π} и $O_{\text{В}}$ для режимов уплотнения, характеризующихся диапазоном скоростей 6...10 мм/с, представляются недопустимо высокими. Напряжения в материале прессовок, полученных при таких режимах уплотнения, можно значительно снизить за счёт их выдержки под нагрузкой и завершения процессов пластической деформации. Такая разгрузка, безусловно, приводит к временным затратам и, в целом, завершается без внешнего подведения тепла. Корректное определение значений O_{Π} и $O_{\text{В}}$ для режима импульсного уплотнения не представляется возможным ввиду нарушения геометрии поверхности прессовок.

Таблица 1

Экспериментальные значения параметров прессовки, полученные при различных режимах уплотнения воскообразных порошковых сред

Параметр прессовки	Скорость деформирования, мм/с											
	0*	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	P*
Нагрузка, кН	6	20	21	22	23	24	25	25,5	25,8	26	26,2	628
O_{Π}	0	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30	0,4	0,50	0,55	0,60	0,65	-
$O_{\text{В}}$	0	0,20	0,30	0,50	0,70	1,00	1,20	1,35	1,5	1,60	1,70	-

Примечание: 0 и P – условно принятые обозначения скоростей деформирования, характерных для квазистатического и импульсного режимов нагружения соответственно.

На рис. 3 представлены схемы формирования поверхности цилиндрических прессовок и внешнего вида их сечений в диаметральной плоскости при различных режимах перемещения подвижного пресс-пуансона.

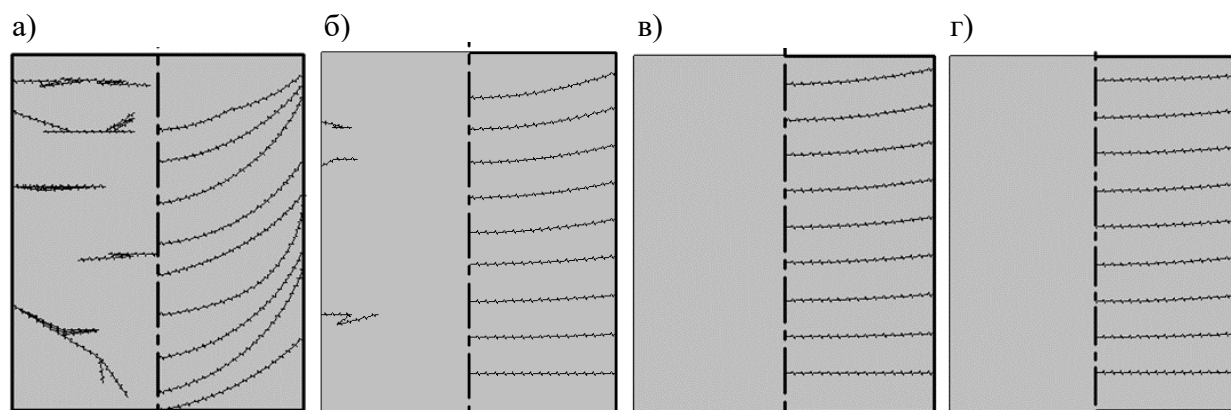


Рис. 3. Схема формирования поверхности цилиндрической прессовки (слева от оси симметрии) и внешнего вида их сечений в диаметральной плоскости (справа от оси симметрии) при различных режимах перемещения подвижного пресс-пуансона: а – импульсное уплотнение; б – скорость 10 мм/с; в – скорость 1 мм/с; г – квазистационарное уплотнение

Из рис. 3 видно, что при квазистатическом режиме уплотнения достигается наиболее равномерное уплотнение слоёв материала. При режимах уплотнения, связанных со скоростью деформирования порошкового тела, не превышающей 1 мм/с, в большинстве случаев выдержка прессовки под нагрузкой не требуется, пластическая деформация материала, как правило, осуществляется одновременно с продвижением фронта уплотнения.

Выводы. В ходе сравнительного анализа результатов экспериментального определения геометрических параметров прессовок, полученных в условиях одноосного вертикального нагружения в жёсткой матрице из порошков воскообразных модельных материалов при различных ре-



жимах деформирования, установлены минимальные значения упругого отклика материала прессовок, полученных при квазистационарных и медленных режимах деформирования.

Определена нецелесообразность использования импульсного режима формирования прессовок из рассматриваемых материалов ввиду высоких внутренних напряжений в теле формируемого изделия, приводящих к деградации его поверхности и механическому разрушению.

Предпочтительность использования скорости деформирования порошкового тела, состоящего из фракций воскообразного модельного материала, обусловлена обеспечением требуемых значений величины упругого отклика прессовки без применения операции выдержки уплотнённого материала под нагрузкой для завершения процессов пластической деформации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Озеров, В. А. Литьё по выплавляемым моделям / В. А. Озеров. – М.: Машиностроение, 1994. – 448 с.
2. Определение параметров логарифмического уравнения прессования для описания процесса одноосного уплотнения порошкового тела из полимерного материала / С. Г., Жилин, О. Н. Комаров, Д. А. Потянихин, А. А. Соснин // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Машиностроение, материаловедение. – 2016. – Т. 18. – № 4. – С. 48-59.
3. Исследование линейной усадки модельных составов и механизмов взаимодействия в системе «Выплавляемая модель – огнеупорная керамическая форма» / К. В. Никитин, В. Н. Дьячков, В. И. Никитин, А. Ю. Баринов // Известия высших учебных заведений. Цветная металлургия. – 2019. – № 6. – С. 42-50.
4. Zhilin, S. G., Komarov, O. N., Bogdanova, N. A. Production of the steel casting with improved dimensional and geometrical accuracy using complex models // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 2020, 709(3), 033104.
5. Экспериментальное определение параметров регрессионной зависимости Кольрауша для пористых прессовок из воскообразных порошковых композиций / С. Г. Жилин, О. Н. Комаров, Д. А. Потянихин, А. А. Соснин // Инженерный журнал: наука и инновации. – 2018. – № 2 (74). – С. 9.
6. Zhilin, S. G., Bogdanova, N. A., Komarov, O. N., Sosnin, A. A. Decrease in the Elastic Response in Compacting a Paraffin-Stearin Powder Composition // Russian Metallurgy (Metally), 2021, 2021(4), p. 459-463.
7. Brewin P. R., Coube O., Doremus P., Tweed J. H. Modelling of Powder die compaction. Springer, London, 2008. 651 p.
8. Буренин, А. А. Упругий отклик среды при развитии, остановке и повторном вязкопластическом течении, включая мгновенную разгрузку / А. А. Буренин // Фундаментальные проблемы теоретической и прикладной механики. Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского. – 2011. – № 4 (5). – С. 2043-2044.
9. Одноосное компактирование нанопорошков на магнитно-импульсном прессе / А. А. Боков, Г. Ш. Болтачев, Н. Б. Волков, С. В. Заяц, А. М. Ильина, А. А. Ноздрин, С. Н. Паранин, Е. А. Олевский // Журнал технической физики. – 2013. – Т. 83. – № 10. – С. 68-77.
10. Прессование порошков взрывом: моногр. / В. И. Лысак, А. В. Крохалев, С. В. Кузьмин, В. Д. Рогозин, А. М. Каунов. – М.: Машиностроение, 2015. – 252 с.
11. Жилин, С. Г. Влияние параметров уплотнения порошкового тела из воскообразного материала на формирование остаточных напряжений прессовки / С. Г. Жилин, Н. А. Богданова, О. Н. Комаров // Вестник Чувашия государственного педагогического университета им. И. Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. – 2019. – № 3 (41). – С. 110-121.
12. Комаров, О. Н. Технологические особенности прессования алюмотермитной композиции / О. Н. Комаров, И. Г. Сапченко, С. Г. Жилин // XXXVI Дальневосточная математическая школа-семинар имени академика Е. В. Золотова, 1-10 сентября 2012 г., Владивосток: сб. материалов. – Владивосток: ИАПУ ДВО РАН, 2012. – С. 143-146.

Ким К. К., Иванов С. Н., Горбунов А. В.
K. K. Kim, S. N. Ivanov, A. V. Gorbunov

Триботехнические характеристики элементов скольжения электромеханических преобразователей

TRIBOTECHNICAL CHARACTERISTICS OF SLIDING ELEMENTS OF ELECTROMECHANICAL CONVERTERS

Ким Константин Константинович – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой электротехники и теплоэнергетики Петербургского государственного университета путей сообщения (Россия, Санкт-Петербург); Россия, 190031, Московский пр., д. 9; тел. 8(903)096-57-70. E-mail: kimkk@inbox.ru.

Konstantin K. Kim – Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of Theoretical Electrical Engineering Department, Sankt-Petersburg State Transport University (Russia, Sankt-Petersburg); house 9, Moskovsky Av., Sankt-Petersburg, Russia. E-mail: kimkk@inbox.ru.

Иванов Сергей Николаевич – доктор технических наук, профессор кафедры электромеханики Комсомольского-на-Амуре государственного университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре); 681013, Хабаровский край, г. Комсомольск-на-Амуре, пр. Ленина, 27. E-mail: ivanov.sn@email.knastu.ru.

Sergey N. Ivanov – Doctor of Technical Sciences, Professor, Electromechanics Department, Komsomolsk-na-Amure State University (Russia, Komsomolsk-on-Amur); 681013, Khabarovsk territory, Komsomolsk-on-Amur, 27 Lenin str. E-mail: ivanov.sn@email.knastu.ru.

Горбунов Александр Владимирович – аспирант кафедры электромеханики Комсомольского-на-Амуре государственного университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре); 681013, Хабаровский край, г. Комсомольск-на-Амуре, пр. Ленина, 27. E-mail: froze96@mail.ru.

Alexander V. Gorbunov – Postgraduate Student, Electromechanics Department, Komsomolsk-na-Amure State University (Russia, Komsomolsk-on-Amur); 681013, Khabarovsk territory, Komsomolsk-on-Amur, 27 Lenin str. E-mail: froze96@mail.ru.

Аннотация. Повышение эффективности технических систем связано с использованием новых материалов и технологий. В статье рассмотрен вопрос применения разработок, полученных в результате практических исследований различных сочетаний компонентов композитных материалов в качестве триботехнических элементов электромеханических преобразователей.

Summary. Increase of efficiency of technical systems is connected with the use of new materials and technologies. In the article, the question of application of the developments received as a result of practical researches of various combinations of components of composite materials as tribotechnical elements of electromechanical transducers is considered.

Ключевые слова: триботехнические материалы, технология изготовления, электромеханический преобразователь.

Key words: tribotechnical materials, manufacturing technology, electromechanical converter.

УДК 621.74

Введение. Разработка и внедрение новых материалов с высокими триботехническими характеристиками позволяют не только улучшать эксплуатационные параметры существующих технических систем, но и являются основой для создания принципиально новых типов устройств. Примером такого решения являются универсальные приводные устройства на основе электромеханических преобразователей. Традиционные конструкции электродвигателей постоянного и переменного тока используют узлы на основе различных серий и исполнений подшипников качения или скольжения, которые стоят на втором месте по интенсивности отказов после моточных эле-

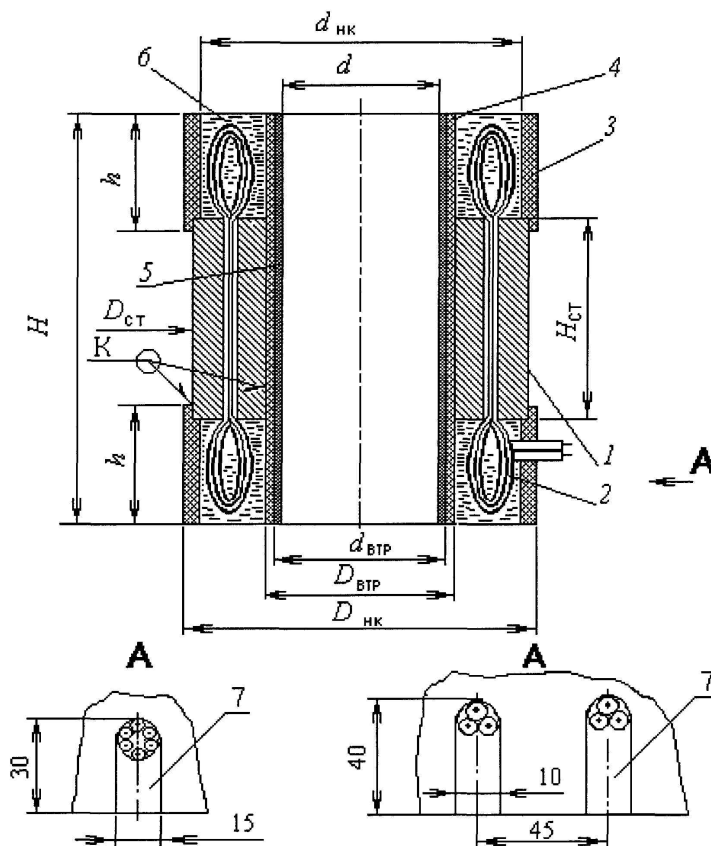
ментов. Задача повышения их надёжности решается отечественными учёными и производителями на протяжении многих лет.

Одно из перспективных направлений обеспечения и повышения надёжности подшипниковых узлов связано с применением конструкционных материалов на основе композитов с содержанием антифрикционных модификаторов. Возможность эффективного использования самосмазывающихся материалов в электромеханических преобразователях показали исследования, выполненные сотрудниками лаборатории «Композиционные материалы» Тихоокеанского государственного университета В. А. Ивановым, Ри Хосеном, Д. В. Отмаховым, С. П. Захарычевым [1–3].

Теоретические основы применения триботехнических композитов приведены в работах В. А. Белого, Е. Р. Брейтуэйта, А. И. Свириденко, Г. И. Трояновской, Л. И. Сентюрихиной, Г. В. Сагалаева и др. Ими рассмотрены вопросы применения наполненных фторопластов, эпоксидов, твёрдых смазочных покрытий [4]. Особое внимание направлено на композиты с использованием эпоксидно-диановой смолы, фторопласта и наполнителей, в том числе дисульфида молибдена.

Применительно к электромеханическим приводам формирование радиально-упорного самосмазывающегося подшипника скольжения позволяет отказаться от жидкой или пластичной смазки без снижения ресурса, повысить класс электробезопасности и упростить конструкцию преобразователя.

В основе технологии изготовления подшипникового узла лежат операции намотки и литья изделий из антифрикционных полимерных композиционных материалов. Практическая реализация узлов скольжения на основе композитных материалов зависит от технологии их изготовления. Для электромеханических систем основным конструкционным элементом является статор преобразователя, конструктивная схема которого показана на рис. 1.



1 – статор; 2 – сетевая обмотка; 3 – наружное покрытие; 4 – внутренняя труба;
5 – внутреннее покрытие; 6 – лобовые части; 7 – выводы

Рис. 1. Конструкция покрытия статора

Анализ конструкции покрытия показывает, что ей свойственна высокая технологичность, обусловленная выбором процесса формирования внутреннего покрытия статора, являющегося опорной поверхностью вращающегося ротора. Для оценки получаемых показателей прочности, стабильности и точности толщины покрытия внутренней поверхности необходимо определение его физико-механических характеристик [5-7].

При измерении твёрдости используется стационарный твердомер («Точприбор», г. Иваново). В протоколах измерений твёрдости указываются: обозначение образца, диаметр индентора, значение испытательного усилия, продолжительность выдержки, число твёрдости для каждого отпечатка, число твёрдости, полученное в результате обработки результатов измерений (см. табл. 1).

Таблица 1

Твёрдость поверхностей образцов

№ опыта	D , мм	F , Н	t , с	d , мм	НВ, МПа	Примечания
1вн	5	612,9	180	3,10	72,5	Композит: ЭД-20+Ф-4 литьё центробежное, термообработки нет
1н	5	612,9	180	2,95	81,1	
2вн	5	612,9	180	2,97	79,7	
2н	5	612,9	180	2,80	92,5	
3вн	5	612,9	180	2,16	160,0	Композит: ЭД-20+Ф-4+MoS ₂ литьё центробежное, термообработки нет
3н	5	612,9	180	2,23	149,4	
4вн	5	612,9	180	2,46	121,0	
4н	5	612,9	180	2,13	163,5	

Твёрдость образцов из эпоксидфторопластового состава (ЭД-20 – эпоксидно-диановая смола, ГОСТ 10587-84, ПЭПА (10 мас. %) – полиэтиленполиамин ТУ 6-02-594-70, Ф-4 – фторопласт ГОСТ 10007-80, MoS₂ – дисульфид молибдена) измеряется как с внутренней (вн), так и наружной (н) стороны в каждом опыте.

Твёрдость поверхности статора после полимеризации без термообработки имеет среднюю величину 232,5 НВ. Модификация композиции фторопластом Ф-4, который имеет твёрдость порядка 30...60 НВ, приводит к снижению твёрдости. Поскольку наполнитель в зависимости от его долевого содержания занимает определённый объём в композиции, это препятствует появлению и снижает число сшивок в полимерной матрице. При литье центробежным методом проявляется фактор разделения, возрастающий с увеличением частоты вращения. Под действием центробежных усилий наполнитель перемещается по толщине формирующегося слоя композиции. Перемещение смещается к наружной поверхности при плотности наполнителя больше, чем плотность матрицы, внутренней – при меньшей. Концентрация наполнителя по толщине зависит от фракционной репрезентативности наполнителя и формы отдельных компонентов. Определённое влияние оказывают абсорбционные свойства наполнителя. Например, фторопласт Ф-4 (один из самых низкофрикционных технических материалов) имеет разброс размеров фракталов 10...315 мкм и практически не смачивается матрицей.

Теоретически в зависимости от технологических особенностей центробежного литья можно сформировать внутренний, переходный и наружный слой, насыщенные различными фракциями фторопласта и имеющие разную износостойкость и коэффициенты трения.

Среднее напряжение на растяжение для синтезированной композиции, как показал анализ измерений, составляет порядка 42 МПа, на сжатие – 88 МПа (см. табл. 2). Для сравнения: матрица ЭД-20, полученная при скорости вращения 5 с⁻¹, имеет среднее напряжение на растяжение около 30 МПа.

Анализ трения и изнашивания материалов показывает, что между трением и износом существует взаимосвязь, приведённая к удельным нагрузкам, скорости скольжения, сочетаниям свойств материалов. Исследования триботехнических характеристик подшипников скольжения проведены при режимах трения: давление (p) до 12 МПа, скорость скольжения (v) 4 м/с, количе-



ство циклов – 100. Коэффициент трения при $[pv] = 14 \text{ МПа} \cdot \text{м/с}$ композитного покрытия по стали составляет от 0,025 до 0,12 при $p = 4 \dots 12 \text{ МПа}$.

Таблица 2

Прочность внутренней поверхности статора

Величины	Номера образцов					Среднее
	1	2	3	4	5	
	Растяжение					
Сила F , Н	380	350	410	370	360	374
Площадь S , мм ²	10,41	6,54	11,87	10,76	7,31	9,378
Напряжение σ , МПа	36,5	53,51	34,54	34,38	49,42	41,63
	Сжатие					
Сила F , Н	3470	3180	3260	2700	3750	3272
Площадь S , мм ²	38,7	35,76	38,90	32,70	41,38	37,488
Напряжение σ , МПа	89,7	88,9	83,8	82,6	90,6	88,1

Следует отметить, что при нагрузке полимерный материал характеризуется увеличением линейного размера в среднем на 3...4 мкм (предельное приращение осевого размера составило 8 мкм). Это требует учёта при определении допуска при изготовлении подшипника.

ЛИТЕРАТУРА

1. Иванов, В. А. Прогрессивные самосмазывающиеся материалы на основе эпоксидофторопластов для триботехнических систем / В. А. Иванов, Хосен Ри. – Владивосток; Хабаровск: ДВО РАН, 2000. – 429 с.
2. Патент № 2410852 Российская Федерация, МПК7 H05B 6/10 (2006.01), F25B 29/00 (2006.01), B21D 5/012 (2006.01). Теплогенерирующий электромеханический преобразователь; № 2008144042/09; заявлено 05.11.2008; опубликовано 27.01.2011 / Иванов В. А., Захарычев С. П., Богачев А. П., Уханов С. В., Иванов С. Н., Ким К. К.; заявитель ГОУВПО «КНАГТУ». – 7 с.
3. Патент № 2525234 Российская Федерация, МПК7 H05B 6/10 (2006.01), F25B 29/00(2006.01), H01B 3/40 (2006.01). Теплогенерирующий электромеханический преобразователь; № 2012133033/07; заявлено 01.08.2012; опубликовано 10.08.2014 / Ким К. К., Ким В. А., Иванов С. Н., Попкова А. А. – 2 с.
4. Хопин, П. Н. Комплексная оценка работоспособности пар трения с твёрдосмазочными покрытиями в различных условиях функционирования / П. Н. Хопин. – М.: МАТИ, 2012. – 255 с.
5. О теории газовой смазки и одной её задаче / Космынин А. В., Хвостиков А. С., Щетинин В. С., Смирнов А. В. // Учёные записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. Науки о природе и технике. – 2020. – № III-1 (43). – С. 94-98.
6. Отряскина, Т. А. Исследование деформационных процессов при трении / Т. А. Отряскина, М. В. Хортик // Учёные записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. Науки о природе и технике. – 2020. – № III-1 (43). – С. 104-109.
7. Расширение области применения портативных измерителей твёрдости при контроле изделий машиностроения / Е. Г. Кравченко, С. А. Афанасьева, А. К. Кравченко, С. Б. Пачурина // Учёные записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. Науки о природе и технике. – 2022. – № III-1 (59). – С. 91-98.

Старцев Е. А., Бахматов П. В., Михайлов К. А.
РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ СВАРОЧНОЙ ПОРОШКОВОЙ ПРОВОЛОКИ,
ПОЛУЧЕННОЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПЕРЕРАБОТАННЫХ ОТХОДОВ МЕТАЛЛУРГИЧЕСКОГО ПРЕДПРИЯТИЯ

Старцев Е. А., Бахматов П. В., Михайлов К. А.
E. A. Startsev, P. V. Bakhmatov, K. A. Mikhailov

РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ СВАРОЧНОЙ ПОРОШКОВОЙ ПРОВОЛОКИ, ПОЛУЧЕННОЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПЕРЕРАБОТАННЫХ ОТХОДОВ МЕТАЛЛУРГИЧЕСКОГО ПРЕДПРИЯТИЯ

DEVELOPMENT AND RESEARCH OF WELDING FLUX-CORED WIRE PRODUCED USING RECYCLED METALLURGICAL WASTE

Старцев Егор Андреевич – аспирант Комсомольского-на-Амуре государственного университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре). E-mail: egorstarts@inbox.ru.

Egor A. Startsev – Post-Graduate Student, Komsomolsk-na-Amure State University (Russia, Komsomolsk-on-Amur). E-mail: egorstarts@inbox.ru.

Бахматов Павел Вячеславович – кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой технологии сварочного и металлургического производства Комсомольского-на-Амуре государственного университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре). E-mail: mim@knastu.ru.

Pavel V. Bakhmatov – PhD in Engineering, Associate Professor, Head of the Department of Technology of Welding and Metallurgical Production, Komsomolsk-na-Amure State University (Russia, Komsomolsk-on-Amur). E-mail: mim@knastu.ru.

Михайлов Кирилл Александрович – магистрант Комсомольского-на-Амуре государственного университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре). E-mail: mim@knastu.ru.

Kirill A. Mikhailov – Master's Degree Student, Komsomolsk-na-Amure State University (Russia, Komsomolsk-on-Amur). E-mail: mim@knastu.ru.

Аннотация. Данная работа посвящена разработке и исследованию сварочной порошковой проволоки с экспериментальными наполнителями при послойной наплавке. Авторами разработана и апробирована порошковая проволока для наплавки изнашивающихся изделий из низколегированных сталей. Наплавку осуществляли сварочным трактором АДФ-1201 с использованием изготовленной порошковой проволоки на пластины из стали Ст3 в пять слоёв. Всего в работе применяли 6 порошковых проволок, в которых в качестве наполнителей использовали металлургический шлак и вторичный металлургический шлак с добавлением графита в пропорциях 0, 1,8 и 10 % от массы основного материала. В результате проведённой работы была апробирована сварочная порошковая проволока с экспериментальными наполнителями, проанализирована микроструктура полученных наплавочных покрытий, а также их химический состав.

Summary. This work is devoted to the development and research of welding powder wire with experimental fillers for layer-by-layer surfacing. The authors have developed and tested a powder wire for surfacing wearable products made of low-alloy steels. The surfacing was carried out with an ADF-1201 welding tractor using a manufactured powder wire on St3 steel plates in five layers. In total, 6 powder wires were used in the work, where metallurgical slag and secondary metallurgical slag were used as fillers with the addition of graphite in the proportions of 0 %, 1.8 % and 10 % of the mass of the base material. As a result of the work carried out, welding powder wire with experimental fillers was tested, the microstructure of the obtained surfacing coatings, as well as their chemical composition, were analyzed.

Ключевые слова: порошковые проволоки, наплавка, наплавочные материалы, экспериментальный наполнитель, металлургический шлак, переработка отходов, микроструктура, химический состав.

Key words: powder wires, surfacing, surfacing materials, experimental filler, metallurgical slag, waste processing, microstructure, chemical composition.

УДК 621.791.042.3

Введение. Порошковые проволоки, содержащие оболочку, полость которых заполнена шихтой из всевозможных гранулированных компонентов, представляют собой композит из металлических и минеральных составляющих [1-2]. Электродуговая наплавка порошковой проволокой

играет важную роль в ремонте изнашивающихся изделий [2-3]. Для защиты и восстановления сильно нагружаемых деталей широко применяются методы наплавки, которые обеспечивают многократное повышение их функциональных свойств. В настоящее время широко распространено развивающееся направление электродуговой наплавки порошковыми проволоками под слоем флюса [3-4]. В связи с этим актуально проведение сопутствующих исследований по созданию сварочных материалов, при использовании которых будут обеспечиваться качественные формирование наплавляемых покрытий и необходимые физико-химические свойства.

Необходимо отметить, что в последнее время основным направлением в создании таких сварочных материалов является применение переработанного минерального и техногенного сырья, т. к. в их составе содержатся необходимые легирующие элементы, благоприятно влияющие на процессы сварки и наплавки [5-6]. Необходимость утилизации и переработки минерального и техногенного сырья также является актуальной задачей, т. к. шлаки имеют пагубное воздействие на окружающую среду и ухудшают экологическую обстановку.

Цель работы – разработка и исследование сварочной порошковой проволоки, полученной с использованием переработанных отходов металлургического предприятия, а также её применение в процессе послойной наплавки под слоем флюса.

Методология проведения исследований. Для проведения экспериментальных исследований в лабораторных условиях изготовлены образцы порошковой проволоки с использованием переработанных техногенных отходов металлургического предприятия, а именно металлургического шлака завода «Амурсталь».

Изготовление порошковой проволоки производилось на лабораторном станке. Станок производит сворачивание ленты путём волочения через фильеры и намотку полученной порошковой проволоки на барабан. Волочильный барабан станка приводится в движение от асинхронного электродвигателя. Упаковочная лента устанавливается на катушку. Фильера устанавливается в оправке. В процессе сворачивания лента очищается от смазки, пыли и других загрязнений в устройстве.

Всего в работе применяли 6 порошковых проволок, в которых в качестве наполнителей, использовали металлургический шлак и вторичный металлургический шлак с добавлением графита в пропорциях 0, 1,8 и 10 % от массы основного материала.

Наплавку порошковой проволокой проводили на установке для автоматической сварки АДФ-1201 с источником питания ВДУ-1201 на пластины из стали Ст3 в пять слоёв для исключения перемешивания наплавляемого металла со сталью подложки. Режимы сварки: $I = 450$ А, $U = 40 \dots 45$ В, $V = 1 \dots 2$ м/ч.

Исследования микроструктуры проводили на шлифах, изготовленных по стандартной методике: раскрой и нарезка – на прецизионном станке IsoMet1000 и абразивном станке AbraseMet250; шлифование, полирование образцов – на станке EcoMet250 с полуавтоматической насадкой AutoMet250 с использованием традиционных алмазных кругов и паст. Микроструктуру оценивали на оптическом микроскопе Nikon MA200 и на растровом электронном микроскопе Hitachi S3400-N.

Химический состав наплавленных валиков определяли оптико-эмиссионным методом на спектроанализаторе Q4 TASMAN 170 Bruker.

Результаты исследований и их обсуждение. Полученная сварочная порошковая проволока и вид её сечения показаны на рис. 1. Химический состав металлургического шлака и вторичного металлургического шлака, использованных в качестве наполнителя, приведены в табл. 1-2.

Полученные образцы изображены на рис. 2.

Визуальный анализ поверхности наплавленных покрытий свидетельствует об их удовлетворительном качестве. Для образцов № 2, № 3 и № 4 характерно большее количество пор, выходящих на поверхность, однако размер пор не является критичным и не относится к браковочным параметрам для наплавки. Образец № 3 является неудовлетворительным.

Микроструктура полученных образцов представлена на рис. 3 и 4.

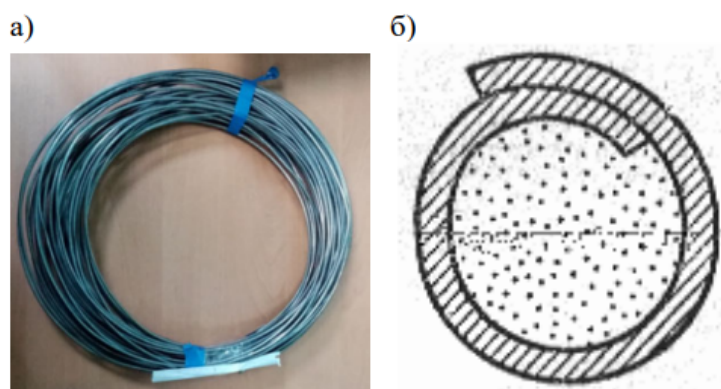


Рис. 1. Полученная сварочная порошковая проволока (а) и вид её сечения (б)

Химический состав металлургического шлака

Таблица 1

В процентах

CaO	MgO	SiO ₂	Al ₂ O ₃	Fe/FeO	MnO
15,4...21,03	2,33...3,81	8,7...14,94	4,87	48,24...66,05	5,56...5,98

Химический состав вторичного металлургического шлака

Таблица 2

В процентах

C	S	SiO ₂	CaO	MgO	Al ₂ O ₃	Fe/FeO
0,308	0,048	41,7	15,7	4,11	9,29	23,87

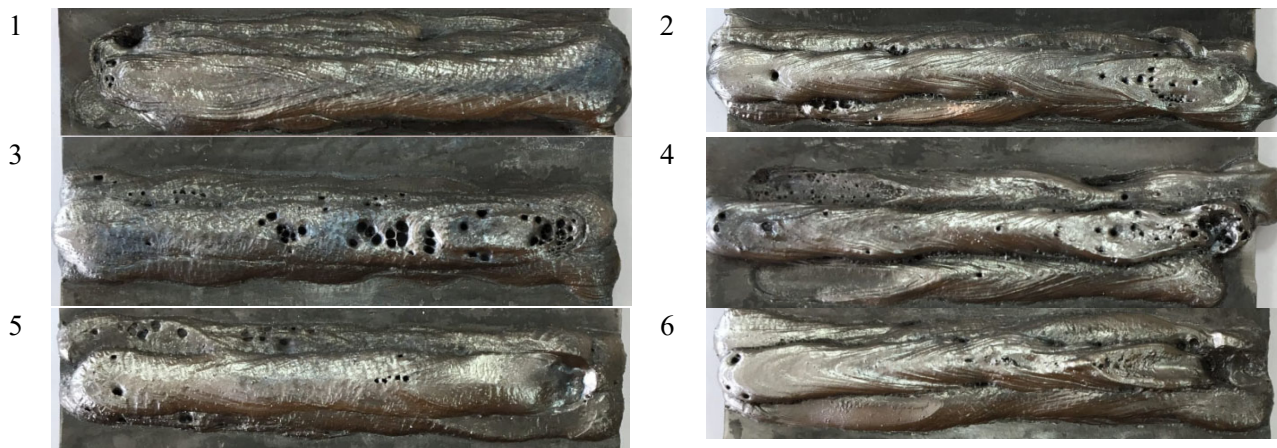
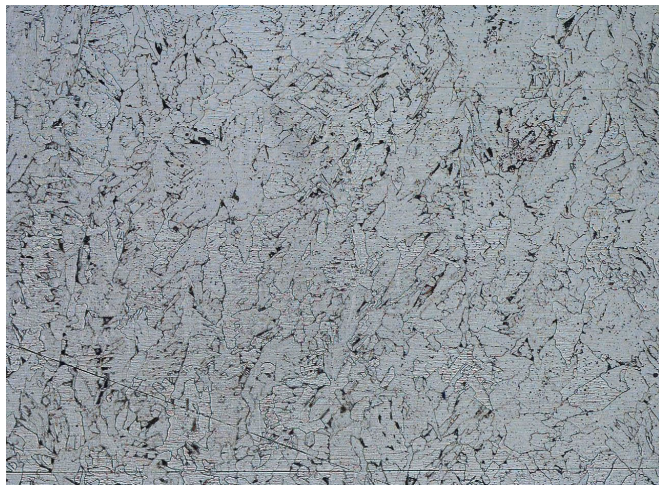


Рис. 2. Полученные образцы

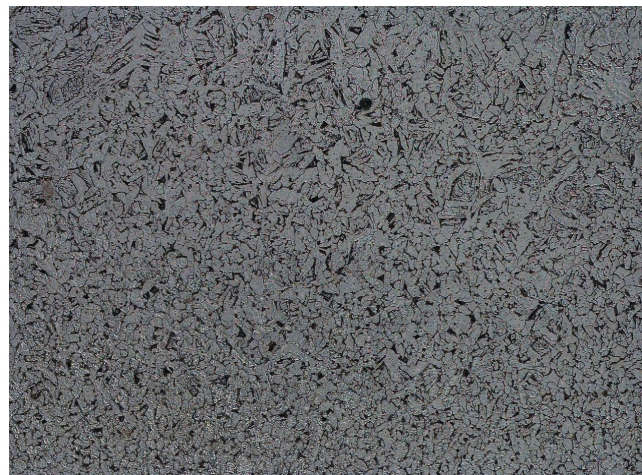
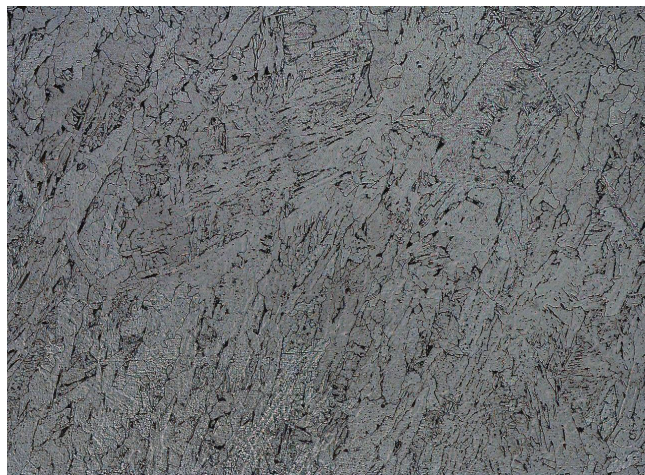
При изучении микроструктуры (см. рис. 3 и 4) полученных образцов установлено, что верхний участок наплавленного металла имеет столбчатое строение, т. к. процесс кристаллизации произошёл в направлении, обратном отводу тепла, вглубь жидкой ванны, и металл приобрёл столбчатую структуру. Кристаллит состоит из отдельных дендритов, имеющих общую направленность. Группа дендритов имеет чёткую границу. В корне шва, ближе к переходной зоне, составляющие столбчатый кристаллит дендриты разветвлены минимально.

Так как наплавка выполнена в несколько проходов, то наложение каждого последующего шва оказало тепловое влияние на каждый нижний шов. В результате структура нижележащих швов стала мелкозернистой. Микроструктура: феррит и небольшое количество перлита.

Образец № 1



Образец № 2



Образец № 3

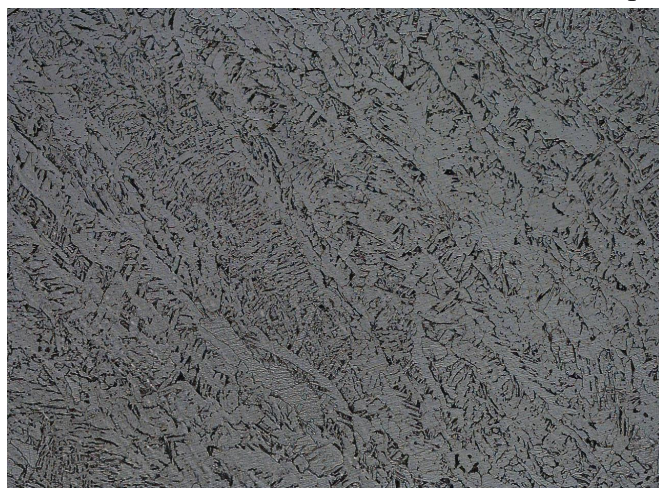
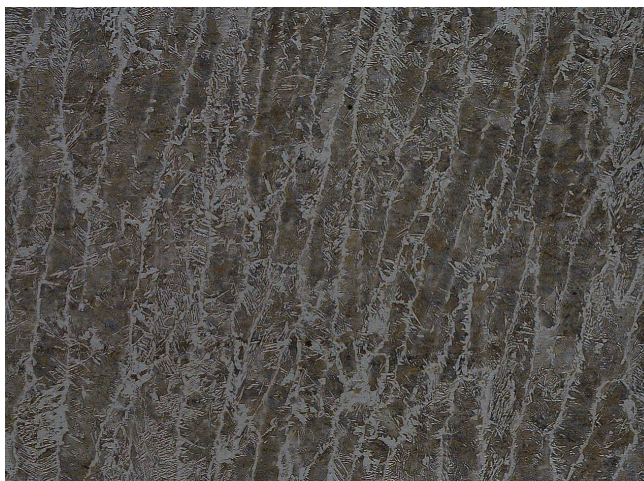
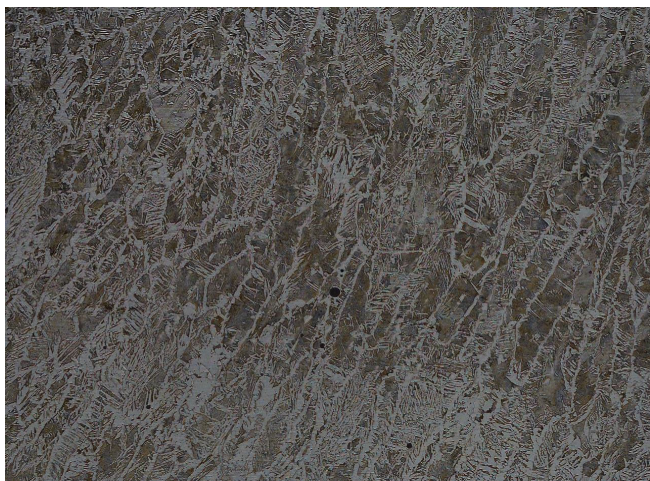


Рис. 3. Микроструктура наплавленных слоёв в образцах № 1, № 2 и № 3

Образец № 4



Образец № 5



Образец № 6



Рис. 4. Микроструктура наплавленных слоёв в образцах № 4, № 5 и № 6

В табл. 3 приведены результаты химического анализа.

В процессе изучения среднего химического состава поверхности наплавленного металла установлено, что химический состав практически не отличается от основного металла, за исключением повышения содержания марганца в некоторых образцах. Несмотря на добавление графита в



состав наполнителей, содержание углерода в составе металла не повышается. Можно сделать вывод о том, что используемые наполнители не легируют наплавляемый металл, но и не обедняют его.

Таблица 3
Средний химический состав наплавленного металла
В процентах

Химический состав	Номер образца					
	1	2	3	4	5	6
C	0,116	0,110	0,149	0,070	0,274	0,146
Si	0,077	0,028	0,0122	0,055	0,176	0,094
Mn	0,418	0,428	0,732	0,532	1,020	0,643
S	<0,150	<0,150	<0,150	<0,150	<0,150	<0,150
P	0,061	0,053	0,073	0,053	0,056	0,056
Cr	0,112	0,111	0,091	0,065	0,086	0,084
Ni	0,064	0,069	0,035	0,035	0,035	0,039
V	<0,0050	<0,0050	<0,0050	<0,0050	<0,0050	<0,0050
Mo	<0,010	<0,010	<0,010	<0,010	<0,010	<0,010
Ti	<0,0015	<0,0010	<0,0014	<0,0010	<0,0010	<0,0010
Cu	0,123	0,096	0,072	0,065	0,068	0,071
Al	<0,0050	<0,0050	<0,0050	<0,0050	<0,0050	<0,0050
W	0,017	0,015	0,014	0,013	0,013	0,014
Nb	<0,0010	<0,0010	<0,0010	<0,0010	<0,0010	<0,0010
Co	0,012	0,012	0,011	0,012	0,012	0,012
Zn	0,0042	0,0053	<0,0020	<0,0020	<0,0020	<0,0020
Fe	98,82	98,97	98,53	98,93	98,09	98,66

Закключение. Поиск альтернативных источников сырья при создании новых сварочных материалов является актуальной задачей, и решением видится использование техногенных и минералогических отходов.

В ходе работы исследована микроструктура полученных образцов наплавленных покрытий. Установлено, что полученная микроструктура соответствует стандартной при сварке и наплавке стандартизированными сварочными материалами и имеет феррито-перлитную структуру.

В процессе изучения среднего химического состава поверхности наплавленного металла установлено, что химический состав практически не отличается от основного металла.

ЛИТЕРАТУРА

1. Походня, И. К. Сварка порошковой проволокой / И. К. Походня, А. М. Суптель, В. Н. Шлепаков. – Киев: Наукова думка, 1972. – 223 с.
2. Износостойкость и структурно-фазовые состояния поверхности наплавки, сформированной на стали сварочным методом / С. В. Райков, К. В. Соснин, Е. В. Капралов и др. // Технология металлов. – 2014. – № 10. – С. 35-40.
3. Рябцев, И. А. Теория и практика наплавочных работ / И. А. Рябцев, И. К. Сенченков. – Киев: Екотехнологія, 2013. – 400 с.
4. Изучение структуры и свойств металла, наплавленного порошковой проволокой системы Fe-C-Si-Mn-Cr-Mo-Ni-V-Co / А. И. Гусев, Н. А. Козырев, Н. В. Кибко, М. В. Попова, Р. Е. Крюков // Актуальные проблемы в машиностроении. – 2017. – Т. 4. – № 2. – С. 113-119.
5. Изучение структуры и свойств металла, наплавленного порошковой проволокой системы Fe-C-Si-Mn-Mo-Ni-V-Co при введении вольфрама и хрома / А. И. Гусев, Н. А. Козырев, Н. В. Кибко [и др.] // Вестник Сибирского государственного индустриального университета. – 2017. – № 2 (20). – С. 4-8.
6. Bakhmatov P. V., Startsev E. A., Sobolev B. M. Impact and effect study of submerged-arc welding conditions on structural changes in weld metal / Lecture Notes in Networks and Systems. – 2021. – Т. 200. – С. 65-76.

Чернышова Д. В., Иванкова Е. П., Евстигнеева А. А., Тарануха Н. А.
НОВЫЕ РЕШЕНИЯ ПО УПРАВЛЕНИЮ СИЛОВЫМ ВОЗДЕЙСТВИЕМ ОПОРНОГО
НАПОЛНИТЕЛЯ НА КЕРАМИЧЕСКУЮ ОБОЛОЧКОВУЮ ФОРМУ ПРИ ПРОКАЛИВАНИИ И ЗАЛИВКЕ МЕТАЛЛА

Чернышова Д. В., Иванкова Е. П., Евстигнеева А. А., Тарануха Н. А.
D. V. Chernyshova, E. P. Ivankova, A. A. Evstigneeva, N. A. Taranukha

**НОВЫЕ РЕШЕНИЯ ПО УПРАВЛЕНИЮ СИЛОВЫМ ВОЗДЕЙСТВИЕМ ОПОРНОГО
НАПОЛНИТЕЛЯ НА КЕРАМИЧЕСКУЮ ОБОЛОЧКОВУЮ ФОРМУ
ПРИ ПРОКАЛИВАНИИ И ЗАЛИВКЕ МЕТАЛЛА**

**NEW SOLUTIONS FOR CONTROLLING THE FORCE EFFECT OF THE SUPPORT FILLER
ON THE CERAMIC SHELL MOLD DURING CALCINATION AND POURING OF METAL**

Чернышова Дарья Витальевна – аспирант Комсомольского-на-Амуре государственного университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре). E-mail: daracernysova744@gmail.com.

Darya V. Chernyshova – Post-Graduate Student, Komsomolsk-na-Amure State University (Russia, Komsomolsk-on-Amur). E-mail: daracernysova744@gmail.com.

Иванкова Евгения Павловна – кандидат технических наук, старший преподаватель кафедры промышленной электроники Комсомольского-на-Амуре государственного университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре). E-mail: jenyvany@mail.ru.

Eugenia P. Ivankova – PhD in Engineering, Senior Lecturer, Industrial Electronics Department, Komsomolsk-na-Amure State University (Russia, Komsomolsk-on-Amur). E-mail: jenyvany@mail.ru.

Евстигнеева Анна Алексеевна – студент Комсомольского-на-Амуре государственного университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре). E-mail: annka.ewstic@mail.ru.

Anna A. Evstigneeva – Student, Komsomolsk-na-Amure State University (Russia, Komsomolsk-on-Amur). E-mail: annka.ewstic@mail.ru.

Тарануха Николай Алексеевич – доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник Комсомольского-на-Амуре государственного университета (Россия, Комсомольск-на-Амуре). E-mail: taranukha@knastu.ru.

Nikolay A. Taranukha – Doctor of Technical Sciences, Professor, Chief Researcher, Komsomolsk-na-Amure State University (Russia, Komsomolsk-on-Amur). E-mail: taranukha@knastu.ru.

Аннотация. В работе изложены некоторые результаты по моделированию силового воздействия опорного наполнителя на оболочковую форму при прокаливании и затвердевании в ней стальной отливки, влияющего на трещинообразование в оболочке. Предложено на уровне изобретения новое технологическое решение по предотвращению растрескивания оболочковых форм при прокаливании и их заливке жидким металлом.

Summary. The paper presents some results on modeling the force effect of the support filler on the shell form during calcination and solidification of a steel casting in it, affecting cracking in the shell. A new technological solution has been proposed at the level of the invention to prevent cracking of shell forms during calcination and their pouring with liquid metal.

Ключевые слова: литьё по выплавляемым моделям, оболочковая форма, напряжённое состояние, трещинообразование, напряжение, перемещение.

Key words: casting by investment models, shell mold, stress state, cracking, stress, displacement.

УДК 621.74.045

Работа выполнена под руководством доктора технических наук Э. А. Дмитриева.

Литьё по выплавляемым моделям является одним из наиболее перспективных специальных способов, применяемым для получения литых заготовок деталей машин высокой сложности. Основное его достоинство – высокая точность геометрии получаемых отливок. Однако ряд недостат-

ков этого метода существенно сдерживает его широкое применение. Главным недостатком данного метода является повышенный брак отливок из-за частичного (растрескивание) или полного разрушения оболочковых форм (ОФ) при заливке их расплавленным металлом и затвердевании отливок [1]. Образование микро- и макротрещин в ОФ связано с неравномерностью их нагрева при заливке металла и остывании отливки и возникающего при этом неравномерного термоупругого напряжённо-деформированного состояния (НДС). Однако, несмотря на имеющиеся наработки и накопившийся опыт в этом направлении, проблема снижения уровня НДС ОФ до сих пор актуальна и требует проведения дополнительных дальнейших исследований.

В последнее время всё большее внимание исследователи уделяют вопросу влияния внутренних и внешних факторов на НДС ОФ.

К внешним факторам воздействия на ОФ относятся силовое и температурное воздействие со стороны жидкого металла и опорного наполнителя (ОН).

Температурное воздействие со стороны ОН на НДС ОФ теоретически исследовано в работах [2; 3; 4], а в работе [5] предложен способ управления уровнем НДС ОФ при заливке их металлом. При этом остаётся менее исследовано силовое взаимодействие ОН с ОФ, которому посвящена только экспериментальная работа [6], а силовому влиянию со стороны заливаемого металла – работа [7].

К внутренним факторам относятся морфологическое строение ОФ, его виды, связи между контактирующими слоями.

Наиболее углубленно влияние морфологического строения многослойных ОФ на её НДС исследовано в работе [8], но в ней, как и в других работах, остался незатронутым вопрос об особенностях влияния внутренних межслойных связей в ОФ (наличие и отсутствие трения) на её трещиностойкость.

Таким образом, на основании анализа вышесказанного можно сформулировать цель настоящей работы, которая заключается в постановке задачи по математическому моделированию процесса силового воздействия сыпучего опорного наполнителя в виде монолитного тела на стойкость оболочковой формы к трещинообразованию и в разработке новых технологических решений по предотвращению растрескивания оболочек при их прокаливании и заливке металлом.

В работе [9] описаны процедура разработки математической модели исследуемого процесса и алгоритм решения поставленной задачи. Поэтому в данной работе авторы сочли целесообразным не повторять эту процедуру, а отправить читателя непосредственно к первоисточнику, а здесь ограничиться непосредственно только некоторыми результатами решения задачи и их анализом.

Предыдущие исследования авторов статьи показали, что для достижения желаемого уровня НДС ОФ при заливке и охлаждении в ней отливки определяющими являются растягивающие напряжения σ_{22} , хотя расчёты проводятся для всех видов напряжений. Расчёты приведены для различных коэффициентов трения между ОФ и ОН от 0 до 50, которые показали, что наиболее оптимальным для НДС ОФ является значение коэффициента трения $\psi = 10$.

Эпюры напряжений σ_{11} , σ_{22} , σ_{12} и перемещений U_2 при $\psi = 10$ приведены на рис. 1.

На рис. 1, а приведена эпюра температуры θ по оси симметрии ОФ через 18.1 с. По другим сечениям ОФ графики изменения температуры по сравнению с рис. 1, а незначительны. На рис. 1, б приведены эпюры σ_{22} , σ_{11} . Видим, что практически вся область находится в состоянии сжатия, кроме небольших растягивающих напряжений на наружной поверхности ОФ. Наибольшие значения по модулю сжимающие напряжения σ_{22} имеют место в сферической части ОФ, растягивающие – в цилиндрической части у открытой поверхности торца литниковой чаши. Имеем полное сцепление ОФ с ОН. Касательные напряжения σ_{12} на поверхности ОФ достигают максимального значения на цилиндрической поверхности (см. рис. 1, в). Перемещения U_1 не показаны, т. к. они значительно меньше, чем U_2 .

При росте значений ψ растягивающие напряжения σ_{22} уменьшаются. Так, при $\psi = 50$ минимальные напряжения $\sigma_{22} = 12,4$ МПа у открытой поверхности торца литниковой чаши, но программа их отсеяла по наложенным ограничениям, т. к. в сферической области $\sigma_{22} = -62$ МПа на поверхности контакта затвердевшего металла и ОФ.

Таким образом, поставлена и решена актуальная задача математического программирования по влиянию величины трения между ОФ и ОН при охлаждении в ней жидкого металла на НДС ОФ. Показано, что чем больше величина трения между ОФ и ОН, тем ОФ более устойчива к трещинообразованию.

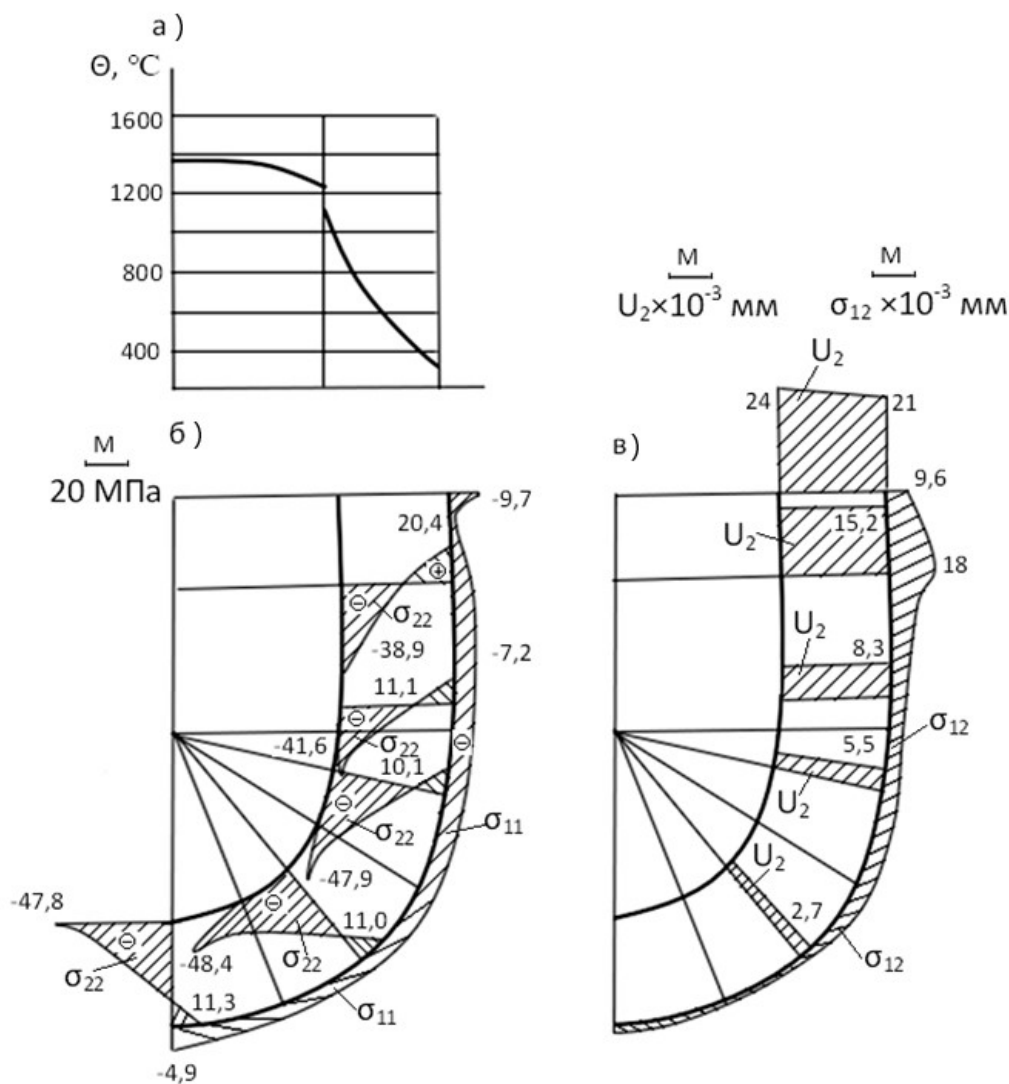


Рис. 1. Распределение температуры (а), поля напряжений σ_{11} , σ_{22} (б), напряжений σ_{12} и перемещений U_2 (в) по толщине оболочки при времени охлаждения $\tau_{\text{охл}} = 18,1$ с и коэффициенте трения $\psi = 10$

Для повышения величины трения между ОФ и ОН в качестве ОН можно рекомендовать использовать крупнозернистую крошку, создавать оребренную или «шершавую» поверхность ОФ.

Другим более радикальным способом управления уровнем контактного взаимодействия ОФ и ОН является создание буферного демпфирующего слоя между ОФ и ОН [10].

С этой целью предложено, чтобы наружный внешний слой ОФ был выполнен с возможностью создания буферного демпфирующего слоя между ОФ и ОН за счёт перехода из твёрдого в вязкопластичное состояние при воздействии температуры прокаливания ОФ в ОН, при этом наружный внешний слой выполнен с использованием материалов, размягчение и текучесть которых при воздействии температуры прокаливания ОФ ниже температуры прокаливания ОФ в ОН.

Вследствие того, что при прокаливании ОФ в ОН материал наружного внешнего слоя формы из-за воздействия температуры прокаливания подвергается сначала размягчению, а потом



начинает и течёт, между прямым контактом ОФ и ОН создаётся своего рода барьерный или буферный демпфирующий слой из вязкопластичного материала. Этот слой способствует повышению стойкости ОФ к трещинообразованию в ней и возможному полному разрушению при прокаливании и заливке металлом в ОН из-за релаксации и гашения возникающих растягивающих и сжимающих напряжений по всей внешней поверхности оболочки.

Всё это в совокупности делает такую ОФ более устойчивой к силовому воздействию со стороны ОН, а значит сокращает потери форм из-за их растрескивания.

Пример. У пятислойной этилсиликатной ОФ тонкостенные облицовочный (первый) и внутренние промежуточные слои выполняются из кварцевого песка, а наружный внешний (пятый) слой выполнен из материала, например глазури, температура размягчения которой составляет 720...740 °С, а температура растекания 880...890 °С, при которой проявляется сначала размягчение, а потом и течение материала пятого слоя. При этом у облицовочного и внутренних промежуточных слоёв оболочки, выполненных из кварца, размягчения и растекания материала не происходит. Размягчение и течение материала внешнего наружного слоя при прокаливании обеспечивает образование барьерного демпфирующего слоя между ОФ и ОН, который принимает на себя силовое воздействие ОН и обеспечивает равномерную релаксацию напряжений по всей поверхности ОФ. Это приводит к уменьшению величины сжимающих и растягивающих напряжений от высокой температуры прокаливания, а значит повышает её трещиностойкость на этапе прокаливания оболочки в ОН и заливки жидким металлом.

Работа такой литейной формы. При прокаливании ОФ в ОН внешний наружный слой оболочки, разогреваясь, начинает увеличиваться в объёме, его материал сначала размягчается, а потом течёт, что способствует релаксации напряжений со стороны силового воздействия ОН, это приводит к уменьшению величины сжимающих и растягивающих напряжений в ОФ от высокой температуры прокаливания, при этом промежуточные и облицовочный слои тоже нагреваются, но с меньшей интенсивностью и меньшим увеличением объёма, т. к. их температура меньше температуры наружного слоя.

При заливке металлом такой ОФ в ОН нагретые до определённой температуры при прокаливании слои ОФ дополнительно испытывают температурный и силовой удар со стороны заливаемого жидкого металла, особенно облицовочный слой. Первым соприкасается с жидким металлом внутренний облицовочный слой, затем промежуточные и далее внешний наружный слой оболочки. Поскольку температура заливаемого металла значительно превышает температуру прокаливания формы в ОН, то уже размягчённый материал внешнего слоя оболочки, ещё более прогреваясь уже со стороны заливаемого металла, продолжает течь, т. е. этот слой в таком состоянии ещё больше становится барьером или демпфером между оболочкой и ОН, что дополнительно усиливает релаксацию напряжений со стороны как силового влияния ОН, так и заливаемого металла.

ЛИТЕРАТУРА

1. Литье по выплавляемым моделям / В. Н. Иванов, С. А. Казенов, Б. С. Курчман и др.; под общ. ред. Я. И. Шкленника, В. А. Озерова. – 3 изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1984. – 408 с.
2. Одинокое, В. И. Эволюция напряжённого состояния керамической формы при нестационарном внешнем тепловом воздействии / В. И. Одинокое, Г. М. Севастьянов, И. Г. Сапченко // Математическое моделирование. – 2010. – Т. 22. – № 11. – С. 97-108.
3. Влияние внешнего теплового воздействия на напряжённое состояние оболочковых форм по выплавляемым моделям / А. И. Евстигнеев, В. И. Одинокое, Э. А. Дмитриев, Е. П. Иванкова, А. В. Свиридов // Математическое моделирование. – 2021. – Т. 33. – № 1. – С. 63-76.
4. Тимофеев, Г. И. Влияние температурного фактора на напряжённо-деформированное состояние оболочковых форм / Г. И. Тимофеев, В. П. Огорельцев, А. Ю. Черепнин // Известия вузов. Чёрная металлургия. – 1990. – № 8. – С. 69-71.
5. Патент № 2722955 Российская Федерация, МПК В22С 9/02 (2006.01). Способ заливки металла в холодную литейную оболочковую форму; № 2019134265; заявлено 24.10.2019; опубликовано 05.06.2020 / Евстигнеев А. И., Дмитриев Э. А., Одинокое В. И., Свиридов А. В., Усанов Г. И. – 4 с.

6. Голенков, Ю. В. Силовое взаимодействие опорного материала с оболочкой формой при литье по выплавляемым моделям / Ю. В. Голенков, В. А. Рыбкин, Р. Ф. Юсипов // Литейное производство. – 1988. – № 2. – С. 14-15.
7. Севастьянов, Г. М. Трещинообразование в керамических формах при заливке металла / Г. М. Севастьянов, В. И. Одинок, И. Г. Сапченко // Деформация и разрушение материалов. – 2010. – № 10. – С. 25-28.
8. Моделирование и оптимизация выбора свойств материалов и структур оболочковых форм по выплавляемым моделям / В. И. Одинок, Э. А. Дмитриев, А. И. Евстигнеев и др. // Известия вузов. Чёрная металлургия. – 2020. – Т. 63. – № 9. – С. 742-754.
9. Влияние опорного наполнителя и структуры оболочковой формы на её трещиностойкость / В. И. Одинок, А. И. Евстигнеев, Э. А. Дмитриев, Д. В. Чернышова, А. А. Евстигнеева // Известия вузов. Чёрная металлургия. – 2022. – Т. 65. – № 4. – С. 285-293.
10. Патент № 2769192 Российская Федерация, МПК В22С 9/04 (2006.01). Литейная многослойная оболочковая форма для прокаливания и заливки металла в опорном наполнителе; № 2021136287; заявлено 08.12.2021; опубликовано 29.03.2022 / Евстигнеев А. И., Дмитриев Э. А., Одинок В. И., Чернышова Д. В., Евстигнеева А. А. – 5 с.



Окулов Р. А., Семенова Н. В.
R. A. Okulov, N. V. Semenova

МОДЕЛИРОВАНИЕ ОЧАГА ДЕФОРМАЦИИ ВОЛОЧЕНИЯ ПРОФИЛЬНЫХ ТРУБ С ОПРАВКОЙ И БЕЗ НЕЁ

SIMULATION OF THE DEFORMATION CENTER OF DRAWING OF PROFILE PIPES WITH AND WITHOUT A MANDREL

Окулов Роман Александрович – кандидат технических наук, доцент Уральского федерального университета имени первого Президента России Б. Н. Ельцина (Россия, Екатеринбург). E-mail: okulov.roman@gmail.com.

Roman A. Okulov – PhD in Engineering, Associate Professor, Ural Federal University named after the First President of Russia B. N. Yeltsin (Russia, Yekaterinburg). E-mail: okulov.roman@gmail.com.

Семенова Наталья Владимировна – кандидат технических наук, доцент Уральского федерального университета имени первого Президента России Б. Н. Ельцина (Россия, Екатеринбург). E-mail: n.v.semenova@urfu.ru.

Natalya V. Semenova – PhD in Engineering, Associate Professor, Ural Federal University named after the First President of Russia B. N. Yeltsin (Russia, Yekaterinburg). E-mail: n.v.semenova@urfu.ru.

Аннотация. В работе описана математическая модель, объективно описывающая процессы профилирования шестигранной трубы методом волочения с использованием оправки и без неё. Для обоих случаев изучены результаты при формообразовании, деформационные параметры обработанных труб и определены энергосиловые параметры процессов. Данные результаты представляют практическую пользу для производителей и потребителей профильных труб. Проведён натурный эксперимент, результаты показали удовлетворительную сходимость.

Summary. The paper describes a mathematical model that objectively describes the processes of profiling a hexagonal pipe by drawing with and without a mandrel. For both cases, the results of shaping, the deformation parameters of the processed pipes were studied, and the energy-power parameters of the processes were determined. The presented results are of practical use for manufacturers and consumers of profile pipes. A full-scale experiment was carried out, the results showed satisfactory convergence.

Ключевые слова: волочение, оправка, труба.

Key words: drawing, mandrel, pipe.

УДК 621.778.014

Работа выполнена при поддержке РФФИ, проект № 20-21-00063 и в рамках госзадания ИМЕТ УрО РАН, тема № 122020100287-1 ЕГИСУ НИОКТР.

Введение. Потребители профильных труб, в том числе прецизионных, предъявляют особые требования к качеству продукции [1]. Помимо геометрических параметров, описывающих поперечное сечение труб, учитываются деформационные характеристики изделия и качество поверхности [2]. В ряде случаев производитель выполняет оценку энергоёмкости процесса производства с целью оптимизации затрат и сокращения издержек, что также оказывает влияние на себестоимость продукции [3]. Для того чтобы удовлетворять предъявляемым требованиям к точности производимой продукции, в производственной практике применяют оправки [4]. Поскольку применение оправки влечёт за собой технологические сложности при её извлечении после обработки и приводит к росту издержек при производстве, то целесообразность её применения не всегда оправдана. При профилировании труб можно подобрать воздействующие на формообразование

параметры таким образом, чтобы производимая продукция по качеству удовлетворяла предъявляемым требованиям без использования оправки [5]. В свою очередь в литературе в недостаточной степени представлены работы, позволяющие прогнозировать итоги обработки гранёных труб на стадии проектирования процесса. Таким образом, актуальными темами исследования являются изучение влияния воздействующих факторов на геометрические и механические свойства производимых труб, определение энергосиловых параметров процесса, обоснованность применения оправки.

Целью данной работы является разработка компьютерной модели процесса профилирования гранёных труб, позволяющей адекватно описать процесс профилирования с целью прогнозирования результатов обработки. Представленная компьютерная модель позволит на стадии проектирования определить, как зависят форма, механические свойства и параметры процесса от исходных данных. На основании представленных данных разработаны рекомендации по ведению процесса и обоснованию применения оправки. Полученные итоги имеют практическую пользу для производителей технологического оборудования и потребителей трубной продукции.

Поставленная задача решена при помощи метода конечных элементов, который нашёл широкое применение в описании процессов обработки металлов давлением, в том числе для моделирования волочения труб [6]. Полученные при помощи компьютерного моделирования результаты были верифицированы путём проведения натурного эксперимента.

Создание математической модели очага деформации. В качестве пакетов, реализующих метод решения стоящей задачи, применили DEFORM и ANSYS. Проведение компьютерного эксперимента с использованием двух расчётных пакетов обусловлено сравнением полученных результатов для оценки их объективности. Моделирование процесса профилирования выполнено в следующей последовательности: создание трёхмерных моделей деталей, описывающих внутренний канал и входящих в состав очага; выбор граничных условий и свойств материалов; определение степеней свободы и приложение усилия волочения; работа с препроцессором вычислительных программ с целью выбора оптимального значения размера элемента разбиения и величины шага расчётной итерации.

Созданы модели оправочного и безоправочного волочения шестигранной трубы в один переход из заготовки круглого сечения наружным диаметром 12 мм и толщиной стенки 1 мм. Материал трубы – сталь 10 ГОСТ 1050-2013. Коэффициент трения по Амонтону – Кулону приняли 0,15 [7]. Схемы очагов деформаций представлены на рис. 1.

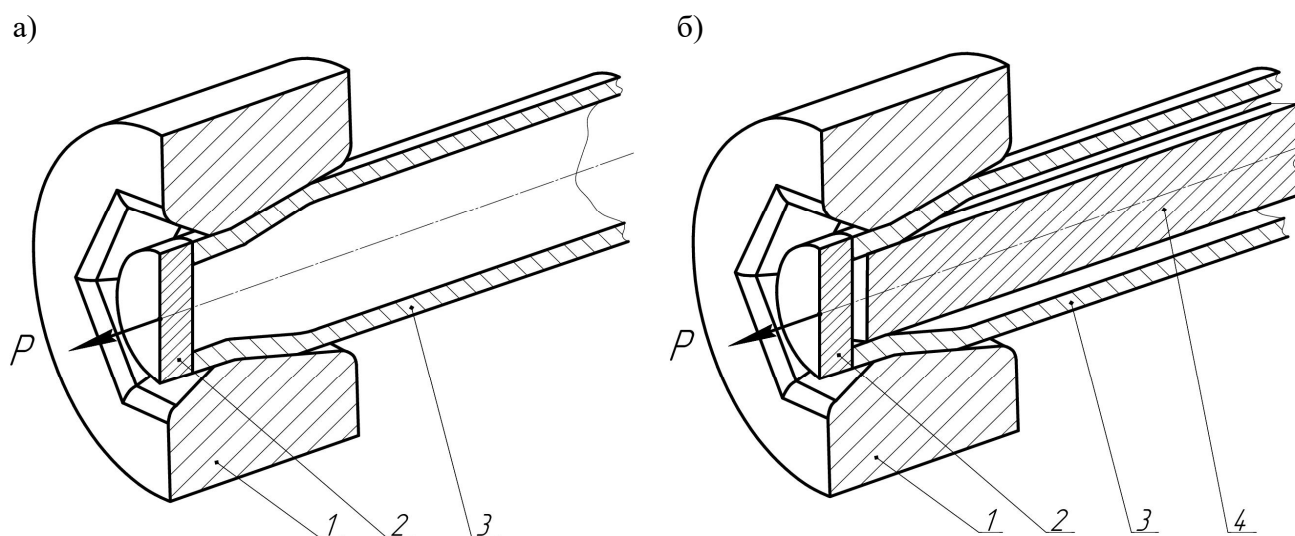


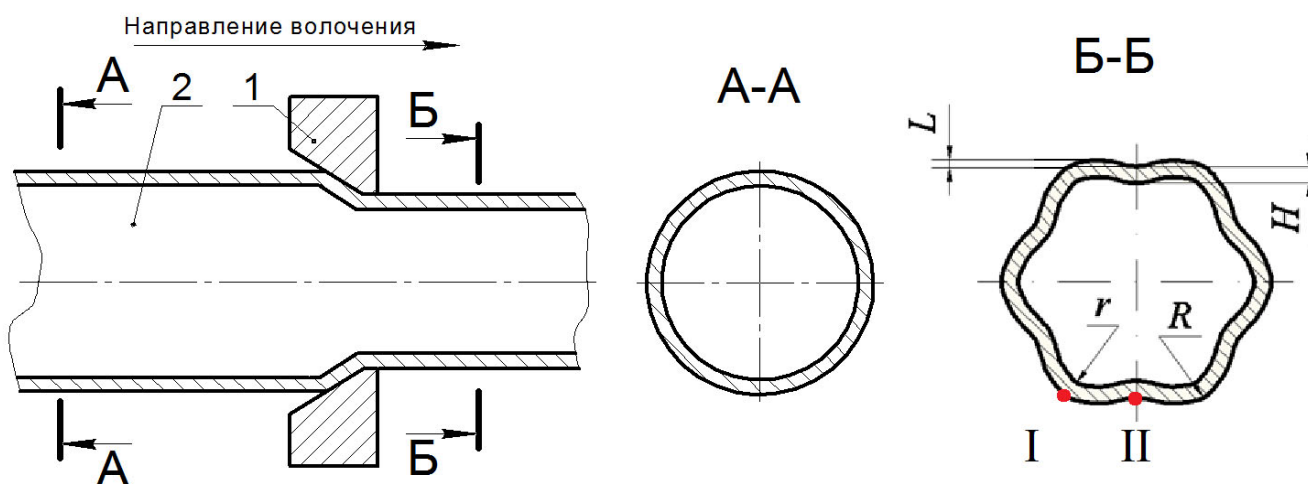
Рис. 1. Схемы очагов деформации безоправочного (а) и оправочного (б) процесса профилирования: 1 – волокна; 2 – тяга; 3 – труба; 4 – оправка; P – усилие

Как видно из рис. 1, в состав очага деформации входит волока. Её внутренний канал состоит из двух основных участков: обжимного и калибрующего. Обжимной участок выполнен в виде усечённой пирамиды с плоскими гранями, угол наклона которых 10° . Калибрующий участок волоки представляет собой прямоугольную призму, в основании которой равносторонний шестигранник с диаметром вписанной окружности 10,2 мм. Более подробно об особенности формы рабочего инструмента представлено в работе [8]. При изучении оправочного волочения смоделировали длинную подвижную оправку, которая представляла собой прямоугольную призму, в основании которой равносторонний шестигранник с диаметром вписанной окружности 8,1 мм. Более подробное описание очага деформации с указанием схемы приложения нагрузок представлено в работе [9].

С целью создания адекватной математической модели очага деформации, используемой в процессе проведения компьютерного эксперимента, разработали 3D-модель волоки, сканированную с фактической, используемой при проведении натурного эксперимента. Сканирование поверхности волоки проводилось на координатной измерительной машине Power SHAPE 7080 Global Performance. Данное оборудование позволяет сканировать и передавать облако точек в программный пакет с точностью до 1,3 мкм. При последующей обработке в программном пакете облако точек преобразуется в поверхность, которая используется для описания обжимного и калибрующего участков. При помощи данного оборудования учтены особенности поверхностей рабочего инструмента, образовавшиеся в процессе эксплуатации волоки.

Точность результатов математического эксперимента повышается при уменьшении размера элементов разбиения конечно-элементной сетки. В свою очередь, существует временное ограничение на выполнение требуемого расчёта. При выборе размера элементов разбиения конечно-элементной сетки необходимо учитывать, что он должен быть таким, чтобы учесть поверхностные, подповерхностные и срединные процессы и явления, происходящие в теле трубы. С учётом описанного опыта выбран размер элемента 0,2 мм. В тех случаях, когда в определённых областях математической модели требовалось получить более точные результаты, разбивали рассматриваемую зону с большей плотностью.

Для потребителей профильных труб особый интерес представляют следующие геометрические параметры (см. рис. 2): толщина стенки в центре грани H , мм; наружный прогиб в центре грани L , мм; радиусы сопряжений граней по наружной R , мм, и внутренней r , мм, поверхностям; площадь поперечного сечения S , мм².



1 – труба; 2 – волока; L – наружный прогиб в центре грани; H – толщина стенки в центре грани; R – радиус сопряжения граней по наружной поверхности трубы; r – радиус сопряжения граней по внутренней поверхности трубы; I и II – характерные точки

Рис. 2. Схема процесса профилирования трубы

Для потребителей профильных труб также представляют интерес эксплуатационные свойства, на которые воздействуют деформационные параметры. В рамках данной работы исследована интенсивность деформации в характерных точках профиля обработанных труб (см. рис. 2). В качестве характерных точек приняли точки, расположенные на наружной поверхности обработанной трубы. Точка I расположена на сопряжении смежных граней на оси симметрии, точка II – в центре грани. Выбор места положения характерных точек обусловлен практикой применения профильных труб. Определили численные значения интенсивности деформации ε_I и ε_{II} в каждой точке соответственно.

Для производителей профильных труб представляют интерес энергосиловые параметры процесса профилирования: усилие обработки P , Н; энергоёмкость процесса профилирования E , кДж/кг. Численное значение величины удельной энергоёмкости определяли согласно методике, описанной в работе [10], как отношение работы усилия волочения к массе смещаемого материала.

Для повышения точности провели по пять параллельных компьютерных экспериментов в каждом из программных пакетов. Результаты усреднены и представлены в табл. 1.

Таблица 1

Результаты математического эксперимента при исследовании оправочного и безоправочного волочения

Параметр	H , мм	L , мм	R , мм	r , мм	P , кН	E , кДж/кг	ε_I	ε_{II}
Оправочное	1,023	0,02	0,81	0,61	6,6	3,111	0,136	0,2883
Безоправочное	1,028	0,101	1,946	1,285	4,58	2,329	0,1336	0,2678

Согласно данным, приведённым в табл. 1, при профилировании труб с использованием оправки точность размеров увеличивается. С другой стороны, энергосиловые показатели процесса и значения интенсивности деформации выше, чем при волочении труб без её использования. Кроме того, использование оправки предполагает дополнительную технологическую операцию для её последующего извлечения из обработанной трубы, что ухудшает качество поверхности, приводит к снижению точности размеров, увеличивает время на производство. Использование оправки ограничивает длину производимых труб, удорожает стоимость процесса, в том числе за счёт её изготовления и потребности в химической обработке поверхностей. Существуют профили труб, которые исключают возможность использования оправки при их производстве, что также является недостатком применения оправки.

Для стальных шестигранных труб допускаемые отклонения по форме и толщине стенки определяются по ГОСТ 8639-82. Как видно из представленных данных, можно подобрать параметры, воздействующие на формообразование таким образом, чтобы производимая продукция удовлетворяла требованиям к допускаемым отклонениям размеров, в том числе при безоправочном волочении [11].

Описание натурного эксперимента и сравнительный анализ с результатами теоретического. С целью верификации результатов теоретического эксперимента, полученных в итоге проведения компьютерного исследования, выполнен натурный эксперимент. Проведён сравнительный анализ данных, полученных в результате натурного и компьютерного экспериментов процесса безоправочного волочения. Рассмотрены геометрические и деформационные параметры трубы, а также определены значения энергосиловых характеристик процесса профилирования.

Процесс профилирования шестигранных труб выполнен на разрывной машине МИ-40У с использованием оснастки. Данное оборудование в своём составе имеет блок управления и программно-методическое обеспечение машины, позволяющие осуществлять подачу сигналов измерительных каналов на стандартный интерфейс RS-232 для подключения ПЭВМ. Данная аппаратура позволяет производить измерения значений линейного перемещения траверсы и текущей силы (точность измерения составляет ± 5 Н).



Для проведения натурного эксперимента изготовили пять образцов, соответствующих описанным в теоретическом эксперименте: бесшовная круглая труба из стали 10, выполненная по ГОСТ 1050-2013, с наружным диаметром 12 мм и толщиной стенки 1 мм. В качестве рабочего инструмента использовалась волока, использованная для сканирования на координатной измерительной машине Power SHAPE 7080 при проведении теоретического эксперимента и описанная выше. Измерение размеров сечения обработанных образцов проводили на координатно-измерительных машинах с оптико-механическим преобразованием УИМ-23 и ДИПЗ с точностью измерения до 5 мкм.

Для обеспечения коэффициента трения в очаге деформации по Амонтону – Кулону, составляющего 0,15, использован пастообразный пластично-смазывающий материал, состоящий из технического вазелина (60 %), мыла хозяйственного (10 %) и графита (30 %) [12]. Интенсивность деформации определена в точке II, расположенной на середине наружной грани обработанной отрубы. Расчёт интенсивности деформации выполнили по методике [13]. Поскольку измеряемые величины подвержены воздействию ряда факторов, оказывающих воздействие на итоги обработки результата измерений, то провели статистическую обработку результатов эксперимента. Так как количество образцов по каждому варианту составляло пять штук, был выбран наиболее подходящий метод статистического анализа точечных диаграмм размахов и их средних значений [14]. Результаты натурного эксперимента представлены в табл. 2.

Таблица 2

Данные теоретического и натурного экспериментов безоправочного волочения

Параметр	H , мм	L , мм	R , мм	r , мм	P , кН	E , кДж/кг	ε_{II}
Теоретический	1,028	0,101	1,946	1,285	4,58	2,329	0,2678
Натурный	1,03	0,1	2,07	1,3	4,7	2,615	0,2743

Как видно из табл. 2, результаты математического и натурного экспериментов согласуются и демонстрируют удовлетворительную сходимость. Более подробно выполненный натурный эксперимент изложен в работе [15].

Заключение. Создана оптимальная компьютерная модель очага деформации, позволяющая прогнозировать результат процесса профилирования гранёных труб при оправочном и безоправочном волочении. Точность результатов теоретического эксперимента подтверждается проведением параллельных расчётов в программных пакетах, реализующих выбранный метод, с использованием специализированного оборудования для создания 3D-модели, позволяющего сканировать поверхность деталей, входящих в состав очага деформации, с учётом износа использованных при проведении натурного эксперимента, а также обоснованным выбором оптимального размера элемента разбиения конечно-элементной сетки, используемой при решении поставленной задачи. Адекватность компьютерной модели и результатов, полученных в процессе теоретического эксперимента, подтверждена проведением натурного эксперимента, результаты которого продемонстрировали удовлетворительную сходимость и согласуются с производственной практикой волочения гранёных труб.

Представленная модель может быть использована как производителями технологического оборудования, так и его потребителями при отработке и совершенствовании производства труб и для управления характеристиками получаемых трубных изделий на стадии проектирования. Описанная модель позволяет определить целесообразность применения оправки и установить характеристики формы получаемых труб и энергосиловых параметров процесса.

Как видно из полученных данных, можно подобрать воздействующие на формообразование параметры таким образом, чтобы производимая методом безоправочного волочения продукция удовлетворяла требованиям к предельным отклонениям размеров, например указанным в ГОСТ 8639-82, в том числе при волочении в один переход. Результаты представляют практическую пользу, поскольку позволяют оценить эксплуатационные свойства труб и энергоёмкость процесса при реализации волочения с использованием оправки и без неё.

ЛИТЕРАТУРА

1. Boutenel F., Delhomme M., Velay V., and Boman R. Finite element modelling of cold drawing for high-precision tubes // *Comptes Rendus Mecanique*. 2018. Vol. 346. P. 665-677.
2. Okulov R. A. and Semenova N. V. Modeling the Drawing of Square-Cross-Section Pipes / Tubes Made from Various Materials // *Metallurgist*. 2021. T. 65. № 5-6. P. 571-577.
3. Окулов, Р. А. Совершенствование процессов профилирования гранёных труб на основе моделирования очага деформации с целью повышения их точности: дис. ... канд. техн. наук: 05.02.09 / Окулов Роман Александрович; Уральский федеральный университет имени Б. Н. Ельцина. – Екатеринбург, 2015. – 152 с.
4. Паршин, С. В. Процессы и машины для изготовления профильных труб / С. В. Паршин. – Екатеринбург: ГОУ ВПО УГТУ-УПИ, 2006. – 356 с.
5. Okulov R. A. and Semenova N. V. Simulating the Faceted Tube Drawing // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2020. T. 969. № 1. P. 012073.
6. Сахаров, А. С. Метод конечных элементов в механике твёрдых тел / А. С. Сахаров. – Киев: Вища школа, 1982. – 480 с.
7. Okulov R. A. and Semenova N. V. Influence of contact friction on the shaping of profiled pipes of cold mandrel-free drawing // *AIP Conference Proceedings*, 2022, т. 2456, p. 020034.
8. Okulov R. A. and Parshin S. V. Comparative analysis of the use of different types of dies to draw tubes // *Metallurgist*, 2015, т. 59, № 1-2, p. 156-158.
9. Okulov R. A., Parshin S. V. and Spiridonov V. A. Effectiveness of additional loading in drawing noncircular pipe // *Russian Engineering Research*, 2014, т. 34, № 8, p. 509-511.
10. Окулов, Р. А. Энергоёмкость обработки заклепочной проволоки из дюралюминия волочением и радиальным обжатием / Р. А. Окулов, В. С. Паршин, А. П. Карамышев // *Вестник машиностроения*. – 2012. – № 9. – С. 80-81.
11. Окулов, Р. А. Моделирование влияния отклонений диаметра заготовки на точность размеров при изготовлении профильных труб с целью совершенствования процесса / Р. А. Окулов, Н. В. Семенова // *Инженерный вестник Дона*. – 2019. – № 5 (56). – С. 21.
12. Перлин, И. Л. Теория волочения / И. Л. Перлин, М. З. Ерманок. – 2-е изд. – М.: Металлургия, 1971. – 448 с.
13. Смирнов-Аляев, Г. А. Экспериментальное исследование в обработке металлов давлением / Г. А. Смирнов-Аляев, В. П. Чикидовский. – Л.: Машиностроение, 1972. – 360 с.
14. Солонин, И. С. Математическая статистика в технологии машиностроения / И. С. Солонин. – М.: Машиностроение, 1972. – 215 с.
15. Окулов, Р. А. Разработка математической модели влияния толщины стенки на интенсивность деформации при профилировании труб волочением / Р. А. Окулов, Н. В. Семенова // *Вестник машиностроения*. – 2020. – № 6. – С. 49-52.

К 70-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ ЕВСТИГНЕЕВА АЛЕКСЕЯ ИВАНОВИЧА



30 августа 2022 г. исполняется 70 лет главному научному сотруднику Комсомольского-на-Амуре государственного университета, доктору технических наук, профессору, Заслуженному деятелю науки Российской Федерации Евстигнееву Алексею Ивановичу.

Евстигнеев Алексей Иванович родился 30 августа 1952 г. в г. Лысково Горьковской области. Окончил Комсомольский-на-Амуре политехнический институт (КнАПИ) (1974), целевую аспирантуру Горьковского политехнического института им. А. А. Жданова (1981), успешно защитил кандидатскую диссертацию по литейной специальности, посвящённой решению вопроса трещинообразования в оболочковых формах по выплавляемым моделям.

Трудовую деятельность начал в 1974 г. ассистентом в Комсомольском-на-Амуре политехническом институте (КнАПИ). Работал старшим преподавателем, доцентом КнАПИ (1981–1990), заведующим лабораторией Института машиноведения и металлургии ДВО РАН (1991). С 1991 по 2008 гг. – заведующий кафедрой «Машины и технология литейного производства» КнАГТУ.

Без отрыва от преподавательской работы в 1996 г. в Институте автоматики и процессов управления ДВО РАН (г. Владивосток) защитил докторскую диссертацию по теме «Управление деформационной устойчивостью оболочковых форм по выплавляемым моделям» по специальностям литейное производство и механика деформируемого твёрдого тела.

Основные направления научной деятельности: теория литейных процессов, специальные способы литья, новые функциональные материалы, непрерывные процессы и устройства разлива стали, вычислительное моделирование. Проводимые им исследования (индивидуальные и совместно с учениками и коллегами) внесли весомый вклад в решение проблемы управления трещиностойкостью керамических оболочковых форм по выплавляемым моделям и технологии литья в целом.

Заслуженный деятель науки Российской Федерации (2007). Почётный работник высшего профессионального образования России (1999). Действительный член Российской инженерной академии (2009) и Академии Естествознания (2009). Член экспертного совета по металлургии и металловедению Высшей аттестационной комиссии Российской Федерации (2007–2014). Член двух докторских диссертационных советов. Главный редактор научного журнала «Учёные записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета», включённого в перечень ведущих рецензируемых периодических изданий ВАК РФ. Зарегистрирован в Федеральном реестре Минобрнауки России экспертом научно-технической сферы.

Автор более 50 изобретений, 20 монографий, 45 учебно-методических изданий, из них 3 учебника с грифом Минобрнауки РФ и более 400 публикаций в области научных исследований и инженерного образования. Является создателем научной школы, под его руководством функционирует аспирантура и докторантура по специальности 2.6.3 (05.16.04) – литейное производство, защищено 15 кандидатских и 4 докторских диссертаций. Является инициатором и организатором открытия в КнАГТУ системы аттестации научно-педагогических кадров, сети диссертационных советов по защитах докторских и кандидатских диссертаций, заместителем председателя двух диссертационных советов, в которых ранее длительное время был председателем.

За годы работы в вузе им внесён существенный вклад в становление и развитие научной работы, в подготовку, аттестацию и повышение квалификации научно-педагогических кадров, укрепление связей вуза с учебными заведениями, научными учреждениями РАН и производством.

Научная и инженерная компетентность, доброжелательность, открытость, активная жизненная позиция, постоянная готовность прийти на помощь позволили Алексею Ивановичу снискать авторитет как в коллективе университета, так и среди специалистов, учёных и коллег-литейщиков России.

От имени руководства ФГБОУ ВО «КнАГУ», друзей, коллег и учеников сердечно поздравляем Алексея Ивановича с 70-летним юбилеем, желаем крепкого здоровья, долгих лет жизни и ярких творческих успехов!

Содержание

Научное издание

Комаров О. Н., Жилин С. Г. ВЫДАЮЩИЙСЯ УЧЁНЫЙ-МЕХАНИК БУРЕНИН АНАТОЛИЙ АЛЕКСАНДРОВИЧ (К 75-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ).....	5
--	---

УПРАВЛЕНИЕ, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И ИНФОРМАТИКА

Ковтанюк Л. В., Панченко Г. Л. НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ ПЛОСКОГО СЛОЯ В УСЛОВИЯХ ПОЛЗУЧЕСТИ И ПЛАСТИЧЕСКОГО ТЕЧЕНИЯ.....	10
Соловьев И. А., Шитикова М. В. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРЁХТОЧЕЧНОГО ИЗГИБА АДДИТИВНО ИЗГОТОВЛЕННЫХ ТРЁХСЛОЙНЫХ КОМПОЗИТНЫХ ПЛАСТИН С ТЕТРАКИРАЛЬНЫМ ЗАПОЛНИТЕЛЕМ	18
Канахин И. В., Хромов А. И., Григорьев Я. Ю., Григорьева А. Л. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ДЕФОРМИРОВАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ОБРАЗЦА ПРИ УСЛОВИИ МАЛОЦИКЛОВОГО НАГРУЖЕНИЯ	26
Алексеев Г. В., Лобанов А. В., Терлецкий И. А. ПРИМЕНЕНИЕ РАДИАЛЬНО АНИЗОТРОПНЫХ МАТЕРИАЛОВ В ЗАДАЧАХ СТАТИЧЕСКОЙ МАСКИРОВКИ	32
Бормотин К. С., Потянихин Д. А., Синельников А. А., Мин Ко Хлайнг, Журбина И. Н. МЕТОД РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ РАЗДАЧИ СРЕДНЕЙ ЧАСТИ ТРУБЫ ДЛЯ РАСЧЁТА ФОРМЫ ШТАМПА.....	40
Герасименко Е. А. К ПРОБЛЕМЕ ВЫДЕЛЕНИЯ РАЗРЫВОВ В ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЁТАХ ДИНАМИКИ ДЕФОРМИРОВАНИЯ.....	46
Бегун А. С. ВРАЩЕНИЕ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО ДИСКА С ПЕРЕМЕННОЙ СКОРОСТЬЮ	55
Ткачева А. В. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГОРЯЧЕЙ ПОСАДКИ МУФТЫ НА ВАЛ.....	64
Богословский А. В., Разиньков С. Н., Сёмка Э. В. АНАЛИЗ ДЕФОРМАЦИЙ БЕСПИЛОТНОГО СВОБОДНОНЕСУЩЕГО ВЫСОКОПЛАНА С РАДИОПОГЛОЩАЮЩИМ ПОКРЫТИЕМ	72

МАШИНОСТРОЕНИЕ

Андрианов И. К., Феоктистов С. И., Попов А. В. МЕХАНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОЛИКАРБОНАТА ПРИ РАСТЯЖЕНИИ ОБРАЗЦОВ, ПОЛУЧЕННЫХ МЕТОДОМ 3D-ПЕЧАТИ	80
Матлыгин Г. В. ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ РЕЖИМОВ РЕЗАНИЯ НА ВЫХОДНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ПРИ ТОЧЕНИИ ФРЕЗЕРОВАНИЕМ БЫСТРОРЕЖУЩЕЙ СТАЛИ	88
Муравьев В. И., Бахматов П. В., Григорьев В. В., Солнцева А. В. ПРОЦЕССЫ СТРУКТУРООБРАЗОВАНИЯ ПРИ ВЫСОКОСКОРОСТНОЙ МЕХАНИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКЕ ПОВЕРХНОСТИ ЭЛЕМЕНТОВ ИЗ ТИТАНОВОГО СПЛАВА ВТ20, ОБЕСПЕЧИВАЮЩИЕ НАДЁЖНОСТЬ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ	92
Потянихин Д. А., Квашнин А. Е. НОВЫЕ КОНСТРУКТИВНЫЕ РЕШЕНИЯ УСТРОЙСТВА ДЛЯ РЕАЛИЗАЦИИ СОВМЕЩЁННЫХ ПРОЦЕССОВ ЛИТЬЯ И ДЕФОРМАЦИИ МЕТАЛЛОВ	101
Жилин С. Г., Богданова Н. А., Комаров О. Н. СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ КВАЗИСТАТИЧЕСКОГО И ИМПУЛЬСНОГО РЕЖИМОВ УПЛОТНЕНИЯ ВОСКООБРАЗНЫХ ПОРОШКОВЫХ СРЕД	106
Ким К. К., Иванов С. Н., Горбунов А. В. ТРИБОТЕХНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭЛЕМЕНТОВ СКОЛЬЖЕНИЯ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ	113
Старцев Е. А., Бахматов П. В., Михайлов К. А. РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ СВАРОЧНОЙ ПОРОШКОВОЙ ПРОВОЛОКИ, ПОЛУЧЕННОЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПЕРЕРАБОТАННЫХ ОТХОДОВ МЕТАЛЛУРГИЧЕСКОГО ПРЕДПРИЯТИЯ.....	117
Чернышова Д. В., Иванкова Е. П., Евстигнеева А. А., Тарануха Н. А. НОВЫЕ РЕШЕНИЯ ПО УПРАВЛЕНИЮ СИЛОВЫМ ВОЗДЕЙСТВИЕМ ОПОРНОГО НАПОЛНИТЕЛЯ НА КЕРАМИЧЕСКУЮ ОБОЛОЧКОВУЮ ФОРМУ ПРИ ПРОКАЛИВАНИИ И ЗАЛИВКЕ МЕТАЛЛА	123
Окулов Р. А., Семенова Н. В. МОДЕЛИРОВАНИЕ ОЧАГА ДЕФОРМАЦИИ ВОЛОЧЕНИЯ ПРОФИЛЬНЫХ ТРУБ С ОПРАВКОЙ И БЕЗ НЕЁ	128

НАУЧНАЯ ЖИЗНЬ

К 70-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ ЕВСТИГНЕЕВА АЛЕКСЕЯ ИВАНОВИЧА.....	134
---	-----

Учёные записки КНАГТУ
2022 № V (61)
Науки о природе и технике

Выпускающий редактор
С. Н. Иванов

Подписано в печать 26.09.2022
Дата выхода в свет 29.09.2022

Формат А4.
Бумага офисная 80 г/м².
Усл. печ. л. 13,63.
Уч.-изд. л. 17,18.
Тираж 200. Заказ 30665

Отпечатано в типографии
КНАГУ
681013,
г. Комсомольск-на-Амуре,
пр. Ленина, д. 27.

